

THESE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : Génie Civil : Sols, Matériaux, Structures, Physique du bâtiment

**ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR DE LYON :
Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique (MEGA)**

par

Elias BOU SAID

Ingénieur Structures Génie Civil de l'Université Libanaise

**CONTRIBUTION A LA MODELISATION DES EFFETS DIFFERES DU
BOIS
ET DU BETON SOUS CONDITIONS CLIMATIQUES VARIABLES.
APPLICATION AUX STRUCTURES MIXTES BOIS-BETON**

Soutenue le 21 mai 2003, devant la Commission d'Examen

Jury MM.

**Ario CECCOTTI
André COLSON
Philippe GALIMARD
Jean François JULLIEN
Pierre MORLIER
Tomi TORATTI**

Rapporteur
Examineur
Examineur
Directeur de Thèse
Rapporteur
Examineur

Grégory HEINFLING

Invité

AVANT PROPOS

Ce travail de recherche a été effectué au laboratoire URGC (Unité de Recherche Génie Civil) structures à l'institut national des sciences appliquées de Lyon dans le cadre d'une collaboration INSA-HILTI (Liechtenstein) liée au développement des structures mixtes bois béton et d'un support financier du réseau génie civil et urbain (RGC&U).

Je tiens à adresser tous mes remerciements à mon directeur de thèse Monsieur le professeur Jean-François JULLIEN pour la confiance et le soutien qu'il m'a accordés tout au long de ce travail. Son aide et ses précieux conseils ont contribué fortement à la réalisation de ce travail.

J'adresse également mes plus vifs remerciements à Monsieur Ali LIMAM, Directeur de l'équipe URGC/Structures pour son perpétuel appui et les moyens mis à ma disposition pour l'achèvement de cette étude. A travers lui, j'adresse mes remerciements à L'INSA de Lyon et plus particulièrement le laboratoire URGC qui a accueilli mes recherches.

Messieurs les professeurs Ario CECCOTTI et Pierre MORLIER m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ce travail. Je leur exprime toute ma gratitude.

Je remercie Monsieur le professeur André COLSON d'avoir accepté de présider le jury et Monsieur Tomi TORATTI qui m'a fait le plaisir d'examiner cette thèse.

Je remercie également Monsieur Philippe GALIMARD, maître de conférence au laboratoire de Rhéologie du Bois de Bordeaux et Monsieur Grégory HEINFLING, docteur ingénieur au service mécanique et technologie des composantes d'EDF pour leurs nombreux conseils et discussions. Je les remercie également pour leur participation à mon jury de thèse.

Je suis très reconnaissant à Mlle Bernadette ESCALIER, ingénieur informaticien du laboratoire et aux secrétaires Mlle Nicole BOUAOUNI, Mme Magalie LE BORGNE et Mme Sylvie REA pour leur aide et leur patience.

Je souhaite enfin exprimer toute ma gratitude envers l'ensemble de mes collègues enseignants, chercheurs et techniciens du laboratoire URGC/Structures et du département génie civil et urbanisme de l'INSA de Lyon.

Résumé

Les effets combinés des phénomènes de sorption, de retrait, et de fluage agissent directement sur l'état de service des ouvrages du génie civil exposés à des variations climatiques. La sous-estimation de ces interactions peut induire des déformations excessives et des redistributions de contraintes affectant la durabilité des structures, notamment celles de grandes dimensions. La nécessité de sécuriser ces structures sur le long terme implique la maîtrise qualitative et quantitative des effets différés induits par les sollicitations hydromécaniques. L'objectif de ce travail consiste à développer un outil numérique capable d'apporter une estimation fiable au comportement différé des structures en bois, en béton ou plus généralement en multi-matériaux.

La première partie est consacrée à la modélisation du fluage du bois et plus particulièrement le phénomène mécanosorptif qui traduit l'effet combiné des chargements mécaniques et des variations hydriques. Le modèle développé permet de reproduire une déformation viscoélastique non linéaire relative au fluage propre, et une déformation hydroviscoélastique relative au fluage de mécanosorption. Un critère de rupture énergétique associé à ce modèle permet de détecter une rupture locale, et d'activer ensuite un écoulement adoucissant qui correspond à la phase de rupture. Cette phase est pilotée par l'énergie de déformation dissipée et le taux de déformation irréversible. Trois essais de validation ont ensuite permis de montrer la pertinence des approches utilisées quelque soit l'échelle de la structure analysée.

La deuxième partie aborde le comportement différé du béton. La mise au point d'un modèle capable de reproduire les phénomènes de fluage et de retrait de dessiccation, ainsi que le phénomène de fluage propre vieillissant, sans se confronter à la complexité des formulations des mécanismes physico-chimiques, nous a amené à adopter des approches phénoménologiques. L'aspect de rupture instantanée et différée en traction est modélisé par le critère de "pseudo-Rankine" associé à un modèle de rupture orthotrope. Le modèle est ensuite validé à partir de trois essais de rupture différée, de retrait de dessiccation, et de fluage total.

L'ensemble des modèles développés a été greffé dans un code de calcul aux éléments finis.

Enfin, la troisième partie a pour objectif d'analyser le comportement à long terme des structures mixtes bois-béton. Cette analyse regroupe l'ensemble des problématiques abordées et permet d'apporter une réponse aux effets différés induits par l'interaction semi-rigide des deux matériaux caractérisés par des propriétés rhéologiques très distinctes. La procédure adoptée consiste à réaliser des essais expérimentaux et de les confronter ensuite à la méthode de dimensionnement analytique et à notre modélisation numérique.

Mots-clés : bois, fluage, retrait, durée de vie, mécanosorption, béton, déformation différée, fissuration, dessiccation, construction mixte, système de connexion, modélisation éléments finis.

Abstract

The long term serviceability of timber and concrete structures subjected to moisture variations is influenced by many coupled hydromechanical phenomena. The underestimation of the induced time-dependent effects may cause large deflections, stress redistributions, cracks or even delayed failure. Improving structures durability goes through an accurate prediction of delayed strains.

The objective of this work is to develop an efficient numerical tool able to describe shrinkage, creep and time dependent failure of wood, concrete and composite structures.

In the first part, a non linear hydroviscoelastic model is presented with the aim of predicting creep response and time dependent failure of wood. A phenomenological approach based on a generalised Maxwell model is formulated to describe non-linear viscoelastic and mechanosorptive creep at different stress levels and in variable moisture conditions. This model is associated to a failure criterion formulated as function of the strain energy density in order to determine local damage states. Softening behaviour is reproduced by introducing an activation energy that affects relaxation time functions and generates post-peak strength loss. Validation examples of long term deflection and time to failure prediction are presented in constant and cyclic moisture conditions.

The second part deals with the long term behaviour of concrete. A rate-type aging creep law based on Maxwell chain model is formulated to reproduce delayed strains of concrete under the simultaneous effects of drying and mechanical loadings. The interaction between the microdiffusion of water and stress state level is described by non linear activation functions that affect creep viscosities. Tensile damage is detected with a generalized pseudo-Rankine criterion. This approach permits to estimate creep failure of concrete under tension.

The developed models have been incorporated in a finite element code.

Finally, the third part aims to analyze short and long term behaviour of wood-concrete composite structures in variable climate conditions. This study includes modelling of flexible interaction between the constituent materials that undergo delayed strains. Numerical simulations and analytical calculations are compared to experimental results in order to evaluate dimensioning methods.

Keywords: wood, creep, shrinkage, duration of load, mechanosorption, delayed strains concrete, cracking, drying, finite element modelling, hydro-mechanical coupling, connecting system, composite structure.

Introduction générale	6
I. Comportement à long terme du matériau bois	9
I.1. Introduction	10
I.2. Structure et composition cellulaire du bois	11
I.2.1. La macrostructure du bois	12
I.2.2. La microstructure	12
I.2.3. Ultrastructure et composition chimique	13
I.2.4. Structure moléculaire	13
I.2.5. L'eau dans le bois	14
I.2.6. Mesures du taux d'humidité dans le bois	16
I.2.7. Transfert de masse	16
I.3. Comportement différé du bois sous conditions thermo-hydriques variables	17
I.3.1. Observations expérimentales sur des petites éprouvettes	17
I.3.2. Observations expérimentales sur de grandes éprouvettes	21
I.3.3. Définition des phénomènes différés	22
I.3.3.1. Fluage et recouvrance	22
I.3.3.2. Viscoélasticité	23
I.3.3.3. Effets mécanosorptifs	24
I.3.4. Etat de l'art des modèles de fluage	24
I.3.5. Estimation de la durée de vie	27
I.3.6. Conclusion	28
I.4. Proposition d'un modèle hydro-viscoélastique non linéaire orthotrope	30
I.4.1. Introduction	30
I.4.2. Description qualitative	30
I.4.2.1. Interaction du séchage avec l'état de contrainte	30
I.4.3. Loi constitutive et formulation incrémentale	32
I.4.3.1. Formulation unidimensionnelle	32
I.4.3.2. Formulation tridimensionnelle	36
I.4.4. Critère de rupture adopté	37
I.4.5. Ecoulement en phase de rupture	39
I.4.6. Recouvrance	40
I.4.7. Les phénomènes de retrait/gonflement	41
I.4.8. Méthodologie d'identification des paramètres du modèle	42
I.5. Validation du modèle	43
I.5.1. Essai de fluage et de recouvrance sur une petite éprouvette en traction	44
I.5.2. Essai de flexion sur des petites éprouvettes en flexion	48
I.5.3. Essai de fluage à l'échelle de la structure	51
I.6. Le potentiel du modèle combiné à un critère de rupture énergétique	53
I.7. Conclusion	57
II. Description et modélisation des effets différés du matériau béton	59
II.1. Introduction	60
II.2. Structure et morphologie du béton	60
II.2.1. L'eau dans la pâte de ciment	61
II.3. Retrait endogène	62
II.4. Retrait thermique	63
II.5. Séchage du béton	63
II.6. Le retrait de dessiccation	64

II.6.1.	Mesures expérimentales du retrait sur de petites éprouvettes	65
II.6.2.	Explication qualitative du retrait de dessiccation	66
II.7.	Fluage du béton	66
II.7.1.	Le fluage propre	67
II.7.1.1.	Origine physico-chimique du fluage propre	68
II.7.1.2.	Facteurs susceptibles d'influencer le fluage propre	69
II.7.2.	Fluage de dessiccation	69
II.7.2.1.	L'origine du fluage de dessiccation	70
II.7.2.2.	Approches explicatives proposées dans la littérature	70
II.7.2.3.	Conclusion	72
II.7.3.	Le vieillissement	72
II.8.	Fluage et fissuration	73
II.8.1.	Observations expérimentales	74
II.8.2.	Modèles quantitatifs	76
II.8.3.	Conclusion	76
II.9.	Modélisation adoptée des phénomènes hydriques et mécaniques du béton	77
II.9.1.	Introduction	77
II.9.2.	Modélisation du transfert hydrique dans le béton	77
II.9.2.1.	Equation générale de transfert de masse	78
II.9.2.2.	Conditions aux limites	80
II.9.3.	Retrait de dessiccation	80
II.9.4.	Fluage propre	80
II.9.5.	Modélisation du fluage de dessiccation intrinsèque	81
II.9.6.	Formulation générale du fluage	82
II.9.7.	Critère de rupture	83
II.9.7.1.	Forme de la surface de charge en contrainte plane	84
II.9.8.	Modélisation de la rupture	87
II.9.9.	Identification des paramètres du modèle	89
II.10.	Validation du modèle	90
II.10.1.	Modélisation de la rupture différée	91
II.10.2.	Modélisation des phénomènes de retrait et de fluage	94
II.10.2.1.	Essais de séchage	94
II.10.2.2.	Essais de retrait de dessiccation	95
II.10.2.3.	Essai de fluage total	99
II.11.	Conclusion	102
III.	Structures mixtes bois-béton sous conditions climatiques variables	104
III.1.	Introduction	105
III.2.	Aperçu de la mixité bois-béton	106
III.2.1.	Systèmes de connexion et planchers mixtes	107
III.2.2.	Etudes expérimentales	108
III.3.	Comportement des systèmes de connexion	110
III.3.1.	Introduction	110
III.3.2.	Caractérisation des systèmes de connexion :	110
III.3.2.1.	La rigidité	110
III.3.2.2.	Résistance au cisaillement	111
III.3.2.3.	Ductilité	112
III.4.	Etude du connecteur "shear crown"	112
III.4.1.	Caractérisation du connecteur	112
III.4.1.1.	Caractéristiques des matériaux constitutifs	112
III.4.1.2.	Equipements de mesure :	113
III.4.1.3.	Résultats expérimentaux	114
III.4.2.	Modélisation du comportement local du système "shear crown"	115
III.4.2.1.	Modélisation à court terme :	116
III.4.2.2.	Comportement différé du système de connexion	120

III.4.3.	Modélisation simplifiée du système de connexion	121
III.5.	Dimensionnement des structures mixtes bois-béton	122
III.5.1.	Introduction	122
III.5.2.	Méthode analytique	123
III.5.2.1.	Formulation générale	123
III.5.2.2.	Formulation algébrique	126
III.5.2.3.	Conclusion	131
III.6.	Etudes expérimentales et numériques des structures mixtes bois-béton	132
III.6.1.	Description de l'essai à court et à moyen terme	132
III.6.2.	L'instrumentation du plancher	133
III.6.3.	Procédure d'application du chargement	133
III.6.4.	Caractérisation des matériaux constitutifs	134
III.6.5.	Hypothèses de calcul	134
III.6.5.1.	Comportement à court terme	136
III.6.5.2.	Comportement à moyen terme	140
III.6.5.3.	Comportement à long terme	147
III.6.5.4.	Comparaison entre l'outil numérique développé et la méthode analytique	154
III.6.6.	Conclusion	156
Conclusion générale et perspectives		157
Références bibliographiques		163
Annexes		172

Introduction générale

La durée de service des ouvrages du génie civil constitue un enjeu économique de grande importance. L'analyse à long terme de ces structures nécessite une bonne maîtrise du comportement différé de leurs matériaux constitutifs.

Parmi les matériaux de construction les plus utilisés, notons le bois et le béton ayant pour point commun la sensibilité de leurs structures poreuses aux variations hydriques. Derrière cela réside une même problématique liée à leurs comportements différés amplifiés par les sollicitations hydromécaniques. Cet aspect touche les structures selon leurs dimensions et ceci relativement aux amplitudes et aux fréquences des variations climatiques auxquelles elles sont exposées. Les déformations excessives constatées sur un bon nombre d'ouvrages mettent en cause les méthodes de dimensionnement basées sur des approches très simplifiées. Ces méthodes ne fournissent aucun élément sur l'interaction complexe entre les phénomènes de retrait, de fluage, de fissuration, et les effets d'échelles. Ainsi, la sous-estimation de ces phénomènes peut affecter considérablement la durée de vie et le bon fonctionnement des ouvrages. Les éventuelles réparations des endommagements souvent coûteuses ne garantissent pas forcément une durabilité suffisante sans résolution de l'origine du problème.

Malgré de nombreuses études réalisées tant sur le plan expérimental que dans le domaine de la modélisation numérique, les mécanismes à l'origine des interactions hydromécaniques sont loin d'être totalement élucidés. Néanmoins, ces travaux ont permis d'une part de définir les phénomènes intrinsèques et de les séparer suivant des composantes faiblement couplées, et d'autre part d'identifier l'implication des effets structuraux. Cette partition des déformations a permis de mieux comprendre la contribution des différents phénomènes, ce qui facilite la tâche de modélisation et de validation.

Le fait de s'intéresser au bois et au béton est lié à la nécessité d'apporter une réponse à la problématique du comportement différé des structures mixtes constituées à partir de ces deux matériaux. En effet, l'analyse de ces structures dans des conditions climatiques variables regroupent d'une part les phénomènes complexes des deux matériaux, et d'autre part l'influence des systèmes de connexion sur l'évolution de la rigidité globale de la structure. Aujourd'hui, en France, la plupart des maîtres d'ouvrages et des maîtres d'œuvres préfèrent ne pas s'aventurer dans cette voie de construction malgré ses nombreux avantages. Cela est principalement dû à la méconnaissance des effets induits par l'interaction des deux matériaux ayant des propriétés rhéologiques très distinctes. Les méthodes de calcul préconisées par les codes de dimensionnement ne sont pas adaptées à la complexité des sollicitations thermohydromécaniques. Pourtant, la technique de mixité bois-béton est utilisée depuis les années 1930 dans plusieurs pays pour la construction de ponts routiers.

L'objectif fixé pour ce travail est de développer des modèles de comportement pour les matériaux bois et béton adaptés au calcul différé des structures exposées à des conditions climatiques variables. Nous nous limitons dans cette étude à des chargements mécaniques (extérieurs) statiques ou quasi-statiques.

Le présent document s'articule autour de trois chapitres. Le premier est consacré à la modélisation du comportement différé du bois. Une analyse bibliographique des phénomènes de fluage et de rupture différée met en exergue l'influence des cycles de sorption et de désorption sur l'amplitude et la cinétique du fluage. Ainsi, en fonction des combinaisons hydromécaniques, le fluage peut évoluer suivant une phase primaire où la déformation différée tend à se stabiliser, une phase secondaire caractérisée par un taux de déformation constant, ou une phase tertiaire qui amène probablement à la rupture.

Les approches de modélisation proposées dans la littérature sont passées en revue afin de mesurer leurs pertinences et les limites de leur applicabilité. Les réflexions nous amènent à proposer une description qualitative à l'échelle de l'ultrastructure des mécanismes physico-chimiques activés par des sollicitations hydromécaniques. Un modèle de comportement différé est ensuite développé afin d'intégrer les phénomènes de fluage propre et mécanosorptif. Ces phénomènes sont respectivement reproduits par une réponse viscoélastique non linéaire pilotée par le niveau de contrainte, et une réponse hydroviscoélastique non linéaire pilotée par l'effet combiné du niveau de contrainte, du taux de variation hydrique, et des histoires cumulées d'adsorption et de désorption. Un critère de rupture énergétique associé au modèle permet de passer à un comportement adoucissant piloté par le taux et la densité d'énergie de déformation irréversible.

Enfin, après avoir identifié les paramètres du modèle, trois essais de fluage ont permis de le valider et de vérifier sa pertinence. L'influence des variations hydriques sur la durée de vie de structures est montrée au moyen de simulations couvrant plusieurs niveaux de chargement.

Le deuxième chapitre relatif au matériau béton a pour but de développer un outil de modélisation permettant de reproduire les phénomènes de fluage propre vieillissant, de fluage de dessiccation, de retrait de dessiccation, et de rupture instantanée et différée. Une analyse bibliographique concernant ces phénomènes est effectuée afin de confronter différentes constations expérimentales et différentes approches qualitatives.

La modélisation des phénomènes différés intrinsèques et des effets structurels est ensuite présentée. Le fluage propre est reproduit par un modèle viscoélastique non linéaire vieillissant fonction de l'humidité relative interne. Le modèle de fluage de dessiccation intrinsèque est supposé lier au phénomène de microdiffusion par analogie avec l'approche proposée par Bažant et Chern (1985b).

Le retrait de dessiccation intrinsèque est considéré comme une fonction linéaire des variations hydriques. Cette approche phénoménologique est fréquemment adoptée dans la littérature.

Pour les composantes de fluage et de retrait de dessiccation induites par des effets de structures, leurs modélisations dépendent directement du modèle de rupture adopté. L'aspect de rupture instantanée et différée en traction est modélisé par un critère de pseudo-Rankine associé à un modèle rhéologique capable de reproduire le diagramme d'adoucissement.

Comme pour le matériau bois, la simulation du comportement différé du béton est toujours précédée par la modélisation du phénomène de transfert de masse qui permet de déterminer les profils d'humidité. Ceci est réalisé par une équation de diffusion non linéaire. Trois essais de séchage, de retrait, et de fluage issus de la littérature ont été utilisés pour identifier les paramètres du modèle et le valider.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse des structures mixtes bois-béton. Dans une première partie, on s'est intéressé à la caractérisation expérimentale d'un système de connexion développé par Hilti A.G. et examiné par l'INSA. Une simulation numérique est réalisée à court terme afin de mieux comprendre le phénomène de transmission d'efforts par le connecteur. Une modélisation du comportement à long terme du système de connexion est ensuite proposée dans le but de caractériser sa fonction de fluage.

Ensuite, une série d'analyse expérimentale et numérique du comportement à court, à moyen, et à long terme est effectuée afin de mieux comprendre les interactions des deux matériaux constitutifs pour différents niveaux de chargement, et dans des conditions climatiques variables. Une confrontation entre les résultats expérimentaux d'une part, et les résultats numériques et analytiques d'autre part, donne une première réponse à la problématique liée au dimensionnement des structures mixtes bois-béton dans des conditions climatiques variables.

Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale dans laquelle nous faisons le point sur l'outil élaboré et sur les principaux résultats concernant le comportement différé des structures mixtes. Notons que les développements numériques réalisés sont incorporés dans le code de calcul ABAQUS.

Chapitre I

Comportement à long terme du matériau bois

I.1. Introduction

La durée de vie et les conditions de service des ouvrages en bois sont fortement influencées par les effets des sollicitations hydromécaniques couplées. L'état hydrique du bois se trouve constamment perturbé par les conditions environnantes. Les gradients hydriques générés agissent sur la structure en modifiant son état d'équilibre, et sur le comportement du matériau en réduisant ses propriétés de résistance mécanique et en amplifiant sa déformation de fluage. La sous-estimation de ces phénomènes entraîne des déformations excessives et des désordres structuraux qui affectent le bon fonctionnement de la structure.

Les interactions hydromécaniques se manifestent principalement sous forme d'une déformation de fluage mécanosorptif. En fonction du niveau de contrainte, de la durée de chargement, et de l'histoire hydrique, le comportement différé du bois évolue suivant une phase de fluage primaire, secondaire, ou tertiaire. L'anisotropie du bois et la dissymétrie de sa réaction mécanique liée aux types de sollicitations et aux échanges hydriques rendent ce phénomène difficile à modéliser.

Dans la première partie de ce chapitre, nous passons en revue la description de la structure du matériau bois et de sa composition à différentes échelles, afin d'établir brièvement le lien entre les caractéristiques mécaniques et les propriétés de sorption. Nous présentons ensuite un petit rappel des différents travaux d'expérimentation et de modélisation déjà réalisés sur le comportement différé du bois. L'analyse de ces travaux soulève quelques points de discordance entre les différentes observations et interprétations déjà proposées. Les réflexions présentées affirment la nécessité de poursuivre les aspects de modélisation du comportement différé du bois afin d'estimer correctement les effets thermo-hydro-mécaniques variés.

Pour mieux comprendre l'origine des phénomènes différés, nous proposons dans une deuxième partie une approche explicative basée sur les mécanismes physique et chimique qui se produisent à l'échelle ultrastructurale du bois durant la diffusion hydrique. En effet, les essais de fluage menés sur des petites éprouvettes à l'échelle de quelques fibres montrent des phénomènes de fluage similaires à ceux observés sur des grandes poutres. Cela confirme l'origine intrinsèque de ces phénomènes générés au niveau des parois cellulaires du bois. La description géométrique et la composition chimique de ces parois permettent de mieux comprendre la réaction différée de ce polymère activée par la combinaison des variations hydriques et des sollicitations mécaniques.

Ensuite, un modèle de comportement hydroviscoélastique non linéaire orthotrope a été développé afin de reproduire les différentes phases de fluage. La relation constitutive est basée sur un modèle généralisé de MAXWELL dont les fonctions de temps de relaxation dépendent du taux et de l'histoire cumulée des variations hydriques, ainsi que du niveau de contrainte appliquée. L'interaction entre le niveau de contrainte et le phénomène de fluage permet de décrire les phases de fluage primaire et secondaire. Le modèle a été implanté dans un code de calcul aux éléments finis (ABAQUS). La capacité du modèle à fournir une prédiction fiable des phénomènes de fluage et de recouvrance sous conditions hydriques variables est montrée à partir de simulations effectuées sur trois essais expérimentaux allant de l'échelle d'une petite éprouvette à l'échelle de la structure. Ce modèle est associé à un critère de rupture basé sur la densité d'énergie de déformation critique. Cette approche permet de donner une estimation de la durée de vie de la structure examinée et de décrire la phase de rupture. En effet, une fois la densité d'énergie critique atteinte, le comportement du bois devient adoucissant. Ce phénomène est modélisé en remplaçant les fonctions de temps de relaxation des branches de MAXWELL par une fonction pilotée par l'énergie dissipée et le taux de déformation irréversible. Le choix des paramètres de cette fonction permet de reproduire un comportement fragile en traction et un comportement ductile en compression. Ainsi, le modèle devient capable de traduire l'écoulement post-critique adoucissant. Une série de simulation numérique est effectuée sur des éprouvettes de différentes échelles chargées en flexion avec des niveaux de contrainte moyens à relativement élevés, afin d'estimer le temps de rupture. Ces résultats sont ensuite comparés à des fonctions empiriques de durée de vie.

L'identification des paramètres du modèle se fait en plusieurs étapes par la méthode inverse en simulant des essais de fluage sur des petites éprouvettes avec des cycles de variations hydriques contrôlées et à différents niveaux de contrainte. La taille de ces éprouvettes permet d'atteindre l'équilibre hydrique assez rapidement, ce qui réduit considérablement la durée de l'essai. Pour les essais à faible niveau de contrainte, les cycles de variations hydriques se poursuivent jusqu'à ce que le fluage commence à se stabiliser. Dans le cas contraire, le phénomène de rupture par fluage devient inévitable.

I.2. Structure et composition cellulaire du bois

La description du matériau bois à différentes échelles de structure constitue une base fondamentale permettant de comprendre son comportement mécanique ainsi que ses caractéristiques hygroscopiques. Le passage du niveau de l'ultrastructure à celui de la micro et la macrostructure nous amène à établir un lien entre les changements des caractéristiques structurelles et leurs effets sur la réponse instantanée et différée. Un bref rappel des éléments constitutifs du bois résineux est présenté dans la suite en se basant sur les travaux de Dinwoodie (1981) et Tsoumis (1991).

I.2.1. La macrostructure du bois

Le bois possède une structure cellulaire orientée principalement selon la direction de l'axe de l'arbre. la croissance de l'arbre d'une manière circulaire par la formation de cellules allongées reflète la nature anisotrope du bois. On distingue trois directions privilégiées (Figure I-1):

- Une longitudinale L , suivant l'axe de l'arbre ;
- Une radiale R , perpendiculaire aux cernes de croissance ;
- Une tangentielle T , perpendiculaire aux deux précédentes directions.

L'échelle d'observation macroscopique ne fait intervenir que des volumes élémentaires suffisamment grands par rapport à la microstructure cellulaire, ce qui permet de formuler l'hypothèse de continuité du milieu. La caractérisation physique de ce matériau est rendue difficile par la présence d'irrégularités locales et d'une hétérogénéité induite par les différentes phases de croissance.

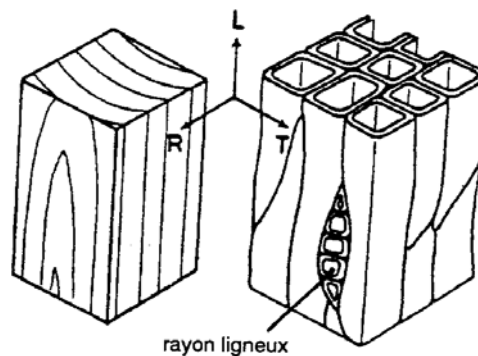


Figure I-1 Représentation des axes principaux d'orthotropie (R, T, L) d'un bois résineux, aux échelles macro et microstructurale, d'après Norimoto et Gril (1989).

I.2.2. La microstructure

A cette échelle, le bois est assimilé à un squelette polymérique composé de cellules constituant des fibres. Les cellules longitudinales, appelées trachéides, constituent 90% de la structure cellulaire. L'épaisseur de leurs parois cellulaires change en fonction de la période de croissance, mais le rapport longueur-épaisseur reste assez important de l'ordre de 100 :1. D'autres types de cellules appelées parenchymes ou rayons ligneux sont disposées transversalement. L'arrangement des cellules ménage une grande portion de vides plus ou moins remplis d'eau, ce qui explique la porosité élevée du bois. Cet aspect se traduit par la densité du matériau qui constitue un facteur déterminant au niveau de ses caractéristiques mécaniques et thermo-hydriques.

I.2.3. Ultrastructure et composition chimique

L'observation à l'échelle du micron permet une description détaillée des différentes couches de la paroi cellulaire et intercellulaire. La paroi cellulaire est composée d'une paroi primaire entourée par la lamelle mitoyenne et d'une paroi secondaire interne composée de trois couches S1, S2, et S3 (Figure I-2). La couche S2 est la plus épaisse. Elle peut atteindre 85% de l'épaisseur totale de la paroi cellulaire. Les principales composantes chimiques de la paroi cellulaire sont la cellulose, l'hémicellulose et la lignine. Les chaînes de molécules cellulosiques, entourées d'hémicellulose et incrustées dans la lignine, constituent des microfibrilles en forme de spirales croisées. Les microfibrilles sont les unités structurales de la paroi cellulaire. Dans les couches S1 et S3, l'angle d'inclinaison de ces microfibrilles varie entre 50° et 90° par rapport à l'axe de la cellule, alors que dans la couche S2, l'inclinaison est inférieure à 30°. L'importante épaisseur de la couche S2 et la faible inclinaison de ses microfibrilles reflètent son rôle déterminant dans la réponse mécanique du bois.

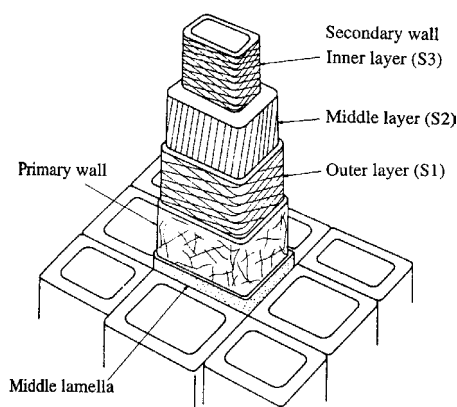


Figure I-2 Schématisation de la paroi cellulaire de trachéide, d'après Dinwoodie 1981.

Les travaux expérimentaux menés par Cowdrey et Preston (1966) montrent que la rigidité d'un bois initial en épicéa augmente de 6 fois quand l'angle d'inclinaison des microfibrilles passe de 40° à 10°. Walker et Butterfield (1996) retrouvent cette même constatation avec du bois initial en pin. D'autre part, plusieurs travaux (Harris et Meylan 1965) soulignent l'impact de la structure anatomique et de l'orientation des microfibrilles sur les phénomènes d'hygroexpansion.

I.2.4. Structure moléculaire

La cellulose et l'hémicellulose sont les éléments prépondérants de la paroi cellulaire. Ces deux constituants sont très hydrophiles. La cellulose, dans une proportion de l'ordre de 45%, comporte des régions cristallines (plus de 60%) interrompues par des zones amorphes qui affaiblissent les liaisons intermoléculaires. La présence de nombreux groupes hydroxyls assure la liaison entre les chaînes cellulosiques (Figure I-3). La cellulose est caractérisée par une résistance et une rigidité axiale très élevées qui contribuent significativement à la réponse mécanique du matériau. Les hémicelluloses sont des polymères amorphes ramifiés qui constituent 20% à 25% de la paroi cellulaire. La lignine est

un polymère hétérogène complexe, amorphe et réticulé. Ses chaînes latérales se rejoignent pour former un réseau tridimensionnel, ce qui lui donne la fonction de colle des fibres adjacentes.

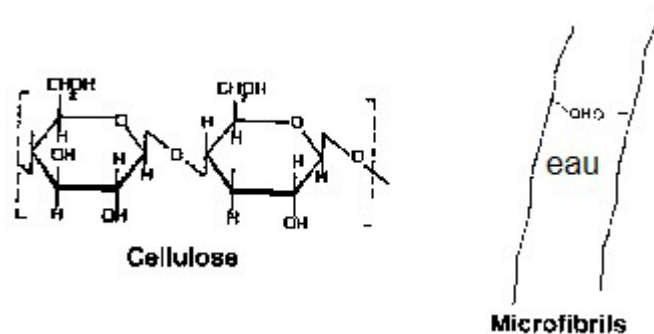


Figure I-3 Représentation de la structure moléculaire de la cellulose.

La cellulose et l'hémicellulose ont des caractéristiques mécaniques orthotropes. Quant à la lignine, elle est supposée isotrope (Cousins et *al.* 1975). Les propriétés mécaniques des composantes sèches de la fibre sont données dans le Tableau I-1.

Tableau I-1 Propriétés mécaniques, d'après Salmen (1986)

Matériau	E_a (GPa)	E_t (GPa)	G (GPa)	Coefficient de Poisson
Cellulose	134.0	27.2	4.4	0.1
Hémicellulose	8.0	4.0	2.0	0.33
Lignine	3.3	3.3	1.5	0.354

où E_a , E_t et G désignent respectivement les modules axial, tangentiel et de cisaillement.

I.2.5. L'eau dans le bois

L'eau existe dans le bois sous trois formes (Kollmann et Côté 1984 ; Siau 1971):

- L'eau de constitution faisant partie de la composition moléculaire du matériau ;
- L'eau liée adsorbée par les chaînes cellulosiques de la paroi cellulaire ;
- L'eau libre retenue dans les cavités cellulaires par des forces capillaires.

La teneur en eau w du bois base sèche est définie par le poids de l'eau contenue dans un échantillon représentatif divisé par son poids à l'état anhydre. La quantité d'eau maximale adsorbée par les parois cellulaires définit le point de saturation des fibres, ce qui correspond à une teneur en eau aux alentours de 30%.

$$W = \frac{\text{Masse d'eau}}{\text{Masse de matière anhydre}}$$

Équation I-1

Lors du séchage du bois, l'eau libre disparaît des cavités cellulaires jusqu'à ce que la limite de saturation des fibres de bois soit atteinte. Au dessous de cette limite, l'équilibre hydrique s'établit en fonction de l'humidité relative et de la température de l'air. L'état d'équilibre est décrit par des courbes expérimentales appelées isothermes de sorption. Ces courbes expriment l'état hydrique du bois à partir des conditions hygrométriques ambiantes et à température constante. La sorption inclut les phénomènes d'adsorption et de désorption. L'adsorption se produit dans les zones amorphes par la formation de ponts d'hydrogènes sur les hydroxyles OH⁻ de la chaîne cellulosique. La première couche d'eau adsorbée est caractérisée par une forte énergie de liaison. Cette première adsorption se fait à des basses humidités relatives, par l'intermédiaire des trois hydroxyles de l'unité de base de la cellulose (C₆H₁₀O₅). A un niveau d'humidité plus élevé, les molécules d'eau adsorbées sont liées aux molécules d'eau déjà existantes, formant ainsi des zones d'adsorption multicouches (Figure I-4). Pour une humidité relative proche de 100%, il se produit des zones de condensation capillaire caractérisées par une faible énergie de liaison.

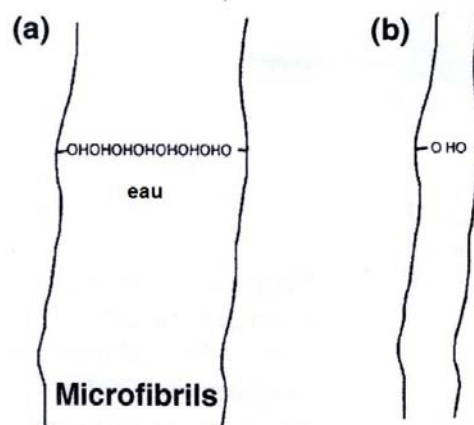


Figure I-4 Molécules d'eau adsorbées suivant des liaisons monocouches (b) et multicouches (a).

La désorption présente le phénomène de détachement des molécules d'eau des fibres. Les courbes isothermes d'adsorption et de désorption ne coïncident pas, elles forment une zone d'hystérésis vraisemblablement induite par une réhydratation incomplète des sites de sorption. En plus, l'équilibre hygroscopique est fortement influencé par la température. La quantité d'eau adsorbée diminue lorsque la température augmente et ceci pour une même humidité relative (Figure I-5).

Les effets du chargement mécanique sur le phénomène de sorption semblent négligeables. Cette constatation est donnée par Gunderson (1989) suite à ses travaux sur des pâtes à base de bois résineux. Néanmoins, les phénomènes de diffusion hydrique influencent significativement la réponse mécanique du matériau. Ces aspects de couplage hydromécanique seront plus détaillés par la suite.

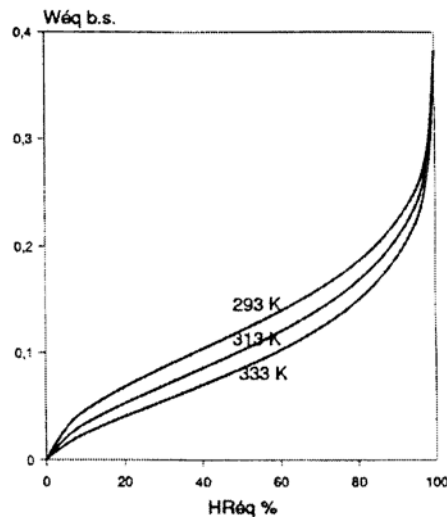


Figure I-5 Effet de la température sur l'équilibre hygroscopique.

I.2.6. Mesures du taux d'humidité dans le bois

La détermination expérimentale de la teneur en eau dans le bois peut se faire de diverses manières :

Mesure par pesée : La quantité d'eau d'un échantillon en bois est déterminée après étuvage. Cette méthode normalisée est la plus précise, toutefois elle entraîne la destruction de la pièce. En pratique, le suivi de la teneur en eau d'une structure en bois se fait à partir d'échantillons témoins placés dans le même environnement avec des pesées régulières au cours du temps.

Mesure basée sur les propriétés électriques du bois : La résistivité du bois varie en fonction de sa teneur en eau. Ainsi, en déterminant sa résistance électrique ou sa conductivité, on peut remonter au taux d'humidité. Cependant, la précision de la mesure dépend, entre autres, de la gamme d'humidité explorée et de la fiabilité de l'étalonnage. Cette méthode non destructive donne une information locale du taux d'humidité avec un temps de mesure relativement court.

Mesure par adsorption d'un rayonnement X : C'est la méthode la plus sophistiquée pour mesurer la densité et le taux d'humidité du bois. Le système de mesure consiste à balayer par des rayons X la pièce en bois et à mesurer au moyen d'un détecteur le spectre de la face opposée.

Mesure par sonde de l'humidité relative : La mesure est effectuée par une sonde enfoncée dans une cavité forcée dans le bois qui détermine l'humidité relative de l'air emprisonné à l'intérieur. La courbe isotherme de sorption du matériau permet ensuite de remonter à la teneur en eau locale du bois. La plage de mesure de la sonde s'étend de 6% à 98% avec une précision de 1%.

I.2.7. Transfert de masse

Les mécanismes mis en jeu lors du mouvement de l'eau au dessous du point de saturation des fibres sont :

- La diffusion moléculaire de vapeur dans les cavités cellulaires.
- La diffusion moléculaire de vapeur dans les pores des ponctuations. Le libre parcours moyen des molécules est du même ordre de grandeur que le diamètre d'écoulement.
- La diffusion-sorption à travers des parois cellulaires. Lorsque les molécules d'eau adsorbées aux chaînes de celluloses atteignent une énergie supérieure à leur énergie d'activation, elles brisent leurs liaisons et migrent d'un site de sorption à un autre.

Le phénomène de diffusion est décrit par plusieurs auteurs (Hanhijärvi et Ranta-Maunus, 1990 ; Torradi, 1992 ; Dill-Langer et Aicher, 1997) sous forme d'une équation simple de diffusion en utilisant comme terme moteur la teneur en eau. L'application de cette hypothèse simplifiée nécessite des conditions isothermes tout au long de l'analyse hydrique. D'autres formulations plus complètes permettent de prendre en compte la diffusion induite par un gradient thermique (Bonneau 1991 ; Lasserre 2000). Ces approches nécessitent une analyse du transfert de chaleur entre le bois et son milieu environnant. Cependant, la relation entre la teneur en eau et la température du bois est très compliquée. Les gradients hydriques produisent un flux de chaleur (effet Dufour) et réciproquement un gradient thermique donne naissance à un flux de masse (effet Soret). A cela il faut ajouter l'influence du taux d'humidité du bois sur ses propriétés thermiques.

I.3. Comportement différé du bois sous conditions thermo-hydriques variables

L'analyse du comportement différé du bois dans des conditions ambiantes variables a fait l'objet de plusieurs études expérimentales. Les essais menés sur des petites éprouvettes ont permis de montrer le caractère intrinsèque du phénomène de fluage mécanosorptif induit par le couplage hydromécanique. L'utilisation de petites éprouvettes permet d'atteindre rapidement l'équilibre hydrique, et de réduire la dispersion des résultats causée par l'hétérogénéité du matériau. Cependant, ces essais ne permettent pas d'intégrer les effets d'échelles constatés dans le comportement des grandes poutres.

I.3.1. Observations expérimentales sur des petites éprouvettes

En 1960, Armstrong et Kingston furent les premiers à mettre en évidence les aspects différés induits par un chargement mécanique sous conditions thermo-hydriques variables, en comparant des essais de fluage sur des éprouvettes à teneur en eau constante à d'autres subissant du séchage. Ces deux auteurs soulignent l'influence des effets hydriques sur l'amplitude des déformations différées. En 1961, Armstrong et Christensen ont poursuivi l'expérimentation avec des éprouvettes de petites épaisseurs (1mm et 2cm) afin d'éviter d'importants gradients hydriques dans la section. Leurs essais de flexion étaient réalisés dans des conditions hydriques cycliques, avec un niveau de contrainte inférieur à 25% de la contrainte de rupture (Figure I-6). Les résultats obtenus confirment leurs précédentes constatations, à savoir une amplification du phénomène de fluage lors des variations hydriques.

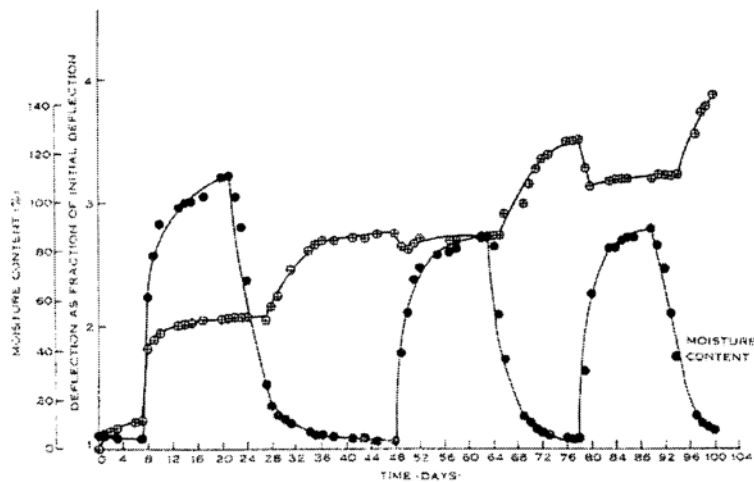


Figure I-6 Essais de flexion sous climat variable, d'après Armstrong et Kingston (1960).

Par la suite, Armstrong et Kingston (1962) ont élargi leur campagne d'essais en testant cinq essences de bois avec différents modes de chargement (flexion, traction et compression), et avec un taux de contrainte allant de 18% à 40% de la limite de rupture. Ces essais ont constitué une première base de données décrivant l'évolution de la déformation en fonction de l'état de sorption. Les essais de compression et de flexion ont montré une augmentation de la déformation suite à une désorption et une diminution dissymétrique lors d'une adsorption (sauf pour la première adsorption). Ceci n'est pas le cas des essais de traction où ils ont observé l'effet inverse. Cependant, ces derniers essais n'ont pas été retrouvés par la suite. La dernière constatation, relative aux éprouvettes en traction et qui évoque une diminution de la déformation lors d'un séchage et une augmentation lors d'une humidification, a été contredite par Ericksson et Noren (1965) suite à des essais en traction longitudinale sur des petites sections ($0.4 \times 5 \text{ mm}^2$). Les résultats de ces essais sont présentés sur la Figure I-7 en filtrant la déformation de retrait/gonflement et celle du fluage. Ericksson et Noren constatent une amplification du fluage suite à un séchage et une légère recouvrance lors d'une humidification.

La difficulté de comparer différents essais revient à la grande sensibilité liée aux processus de fabrication des éprouvettes et des conditions hydro-mécaniques auxquelles elles sont soumises.

Les essais de Ranta-Maunus en 1975 donnent des interprétations du phénomène mécanosorptif fonction de l'essence du bois. Cependant, ces essais en flexion menés sur des éprouvettes en résineux (sapin) et en feuillus (bouleau) n'ont pas été réalisés dans les mêmes conditions, ce qui ne permet pas une comparaison directe.

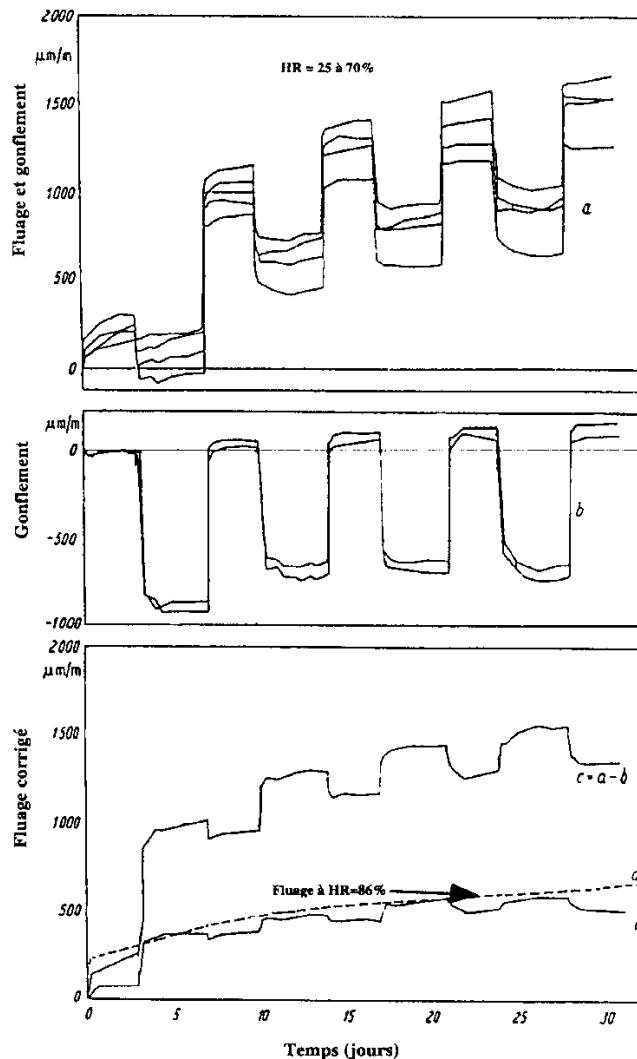


Figure 1-7 Essais de fluage sur du bois sollicité en traction et soumis à des variations d'humidité entre 25% et 70%, d'après Eriksson et Noren (1965). (a) : fluage non corrigé ; (b) : gonflement ; (c) : fluage corrigé par rapport au gonflement (pour des éprouvettes à déformation instantanée variable) ; (d) : fluage à HR constante (86%).

Hearmon et Paton ont exposé en 1964 des résultats intéressants sur des essais de fluage en flexion. Des éprouvettes de 2mm d'épaisseur, sont soumises à 37 cycles d'humidité (entre état sec et 100% d'humidité relative) avec différents niveaux de chargement. A partir de ces essais, la notion de durée de vie est exprimée en fonction des niveaux de contrainte et des changements hydriques. En effet, la première représentation de l'effet de durée de vie en 1947 par Wood évoquait une relation quasi linéaire entre le niveau de charge et le logarithme de temps de rupture, connue sous le nom de courbe de Madison. Hearmon et Paton ont montré qu'une combinaison des effets hydriques et du chargement mécanique peut induire une rupture prématurée comme on peut le voir sur la Figure 1-8.

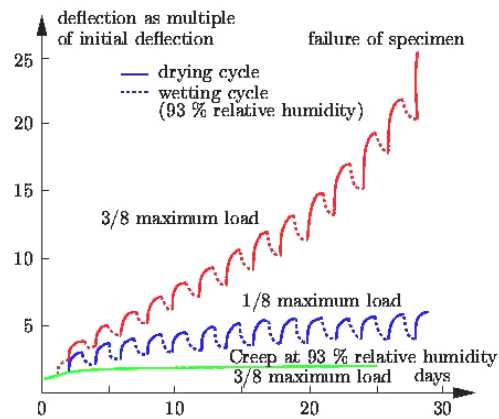


Figure I-8 Evolution de la flèche en fonction du chargement et des variations hydriques, d'après Hearmon et Paton (1964).

Hunt (1992), à la suite d'une importante étude expérimentale, a introduit la notion de fluage limite. En représentant la déformation différée en fonction de la teneur en eau, il constate que, pour un faible niveau de chargement, l'effet mécanosorptif est amorti au cours des cycles de sorption jusqu'à atteindre une certaine limite (Figure I-9).

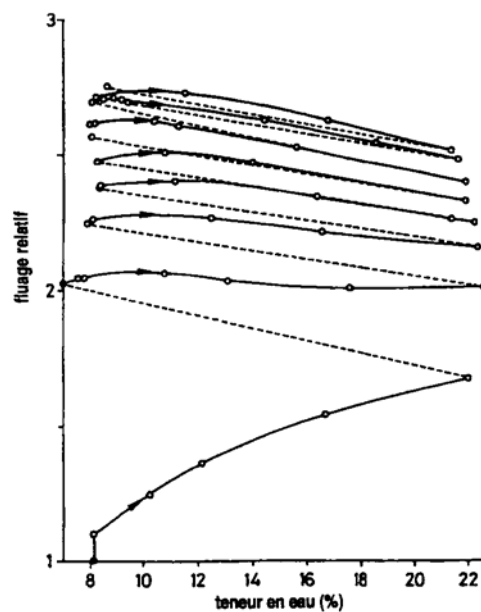


Figure I-9 Fluage limite en fonction des variations hydriques, d'après Hunt (1992).

D'autres travaux de recherche visant à mieux comprendre le mécanisme de fluage à partir de la microstructure ont été publiés (Pittet 1996 ; Houška et Bučar 1995). Pittet a présenté une étude du couplage mécanosorptif sur des petites éprouvettes en traction conditionnées dans une cellule hygrothermique permettant de piloter minutieusement les cycles hydriques. Les résultats publiés confirment les résultats des auteurs cités précédemment, et en plus mettent au point les aspects de recouvrance et d'effacement. Les différentes configurations de chargement et d'état hydrique réalisées par Pittet

couvrent plusieurs combinaisons hydromécaniques et permettent de vérifier l'exactitude des approches qualitatives et numériques données au phénomène mécanosorptif.

I.3.2. Observations expérimentales sur de grandes éprouvettes

Dans les années 1970, Madsen évoque l'influence de la qualité de la poutre chargée sur son comportement différé. Il met en question la similitude entre les effets différés observés sur des petites éprouvettes sans défauts et ceux que subissent les poutres de structure intégrant des singularités. D'autres travaux expérimentaux, réalisés en climat constant, mettent en doute la prédiction de la durée de vie des éléments de structure à partir de la courbe de Madison établie avec du bois sans défauts (Madsen 1973, Madsen et Barrett 1976, Foschi et Barrett 1982, Gerhards 1988, Hoffmeyer 1990).

A climat variable, les travaux de Ranta-Maunus (1975) et Gerhards (1988) sur des grandes poutres soulignent l'effet des variations climatiques naturelles sur le fluage et la nécessité de le prendre en compte dans les codes de construction. L'Eurocode fournit des coefficients de durée de vie basés sur les travaux de Hoffmeyer (1990) extrapolés sur 10 ans. Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes en épicéa chargées au fractile de 5% de leurs résistances de rupture instantanée. Ils couvrent plusieurs conditions hydriques, deux constantes de 11% et de 20% et une cyclique entre 12% et 22% sur une durée de 8 semaines.

La complexité du couplage hydro-mécanique et la nécessité d'identifier et de vérifier les mécanismes physiques qui sont à l'origine des aspects différés du bois ont poussé les chercheurs à continuer l'exploration expérimentale du fluage. Le fait de ne pas maîtriser les conséquences de ce phénomène remet en question la pertinence d'extrapoler des résultats obtenus à partir d'essais à court et à moyen terme. Par conséquent, des essais de longue durée ont été lancés.

Mohager et Toratti (1993) ont noté, suite à des essais de flexion d'une durée de 4 ans, que le fluage ne tend pas à se stabiliser même pour un faible niveau de chargement (Figure I-10).

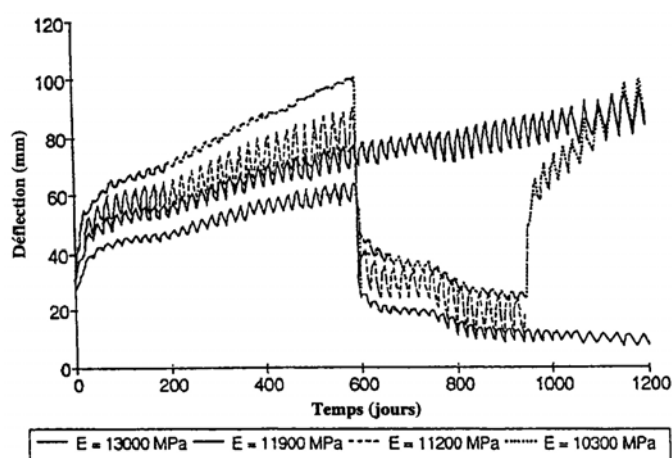


Figure I-10 Essais de fluage et de recouvrement réalisés sur 4 poutres en flexion (44x94 mm²) sous un chargement de 10 MPa avec des cycles hydriques entre 15% et 90%, d'après Mohager et Toratti (1993).

Ranta-Maunus (2000) publie des résultats intéressants d'essais de fluage en conditions climatiques s'étalant sur une durée de 8 ans. Une partie de ces essais évoque l'effet du traitement des surfaces exposées des poutres sur leur comportement différé. Ces essais montrent un fluage fortement dépendant de l'isolation hydrique. Cette dépendance est conditionnée par l'efficacité du produit de traitement et sa durabilité (Figure I-11). L'autre partie décrit le comportement différé de plusieurs poutres en bois massif, en lamellé-collé et en LVL soumises à différents niveaux de chargement.

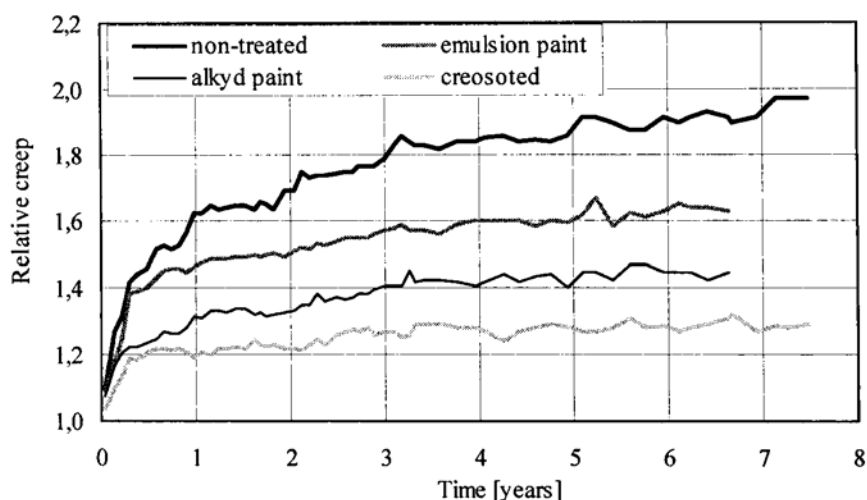


Figure I-11 Fluage relatif moyen pour des poutres traitées exposées à des conditions climatiques variables, d'après Ranta-Maunus (2000).

Lasserre (2000) présente des résultats d'essais de durée de vie réalisés en climat naturel sur des éprouvettes élancées de LVL sollicitées en flexion. Ces expériences ont constitué une base de données pour vérifier la validité, à moyen terme, d'un critère de rupture basé sur la densité d'énergie de déformation. L'effet de durée de vie reflète le phénomène de rupture induit par le fluage. L'analyse de cet effet est important pour décrire le passage d'un fluage secondaire à un fluage tertiaire et donner une estimation de la durée qui sépare le début de chargement de celui de la rupture.

Les travaux expérimentaux mentionnés ci-dessus concernent le fluage mécanosorptif dans la direction longitudinale. Le fluage dans les directions transversales a été moins étudié. Ranta-Maunus (1993) montre à partir d'une série d'essais en traction, compression et flexion que le fluage mécanosorptif dans les directions transversales est encore plus important que celui de la direction longitudinale.

I.3.3. Définition des phénomènes différés

I.3.3.1. Fluage et recouvrance

Le fluage représente l'évolution de la réponse mécanique d'une structure au cours du temps sous l'action d'une contrainte imposée σ_0 . La relaxation est un phénomène de même nature engendré sous

l'action d'une déformation imposée ε_0 . En effet, suite à une sollicitation constante (σ_0 ou ε_0) appliquée à l'instant t_0 , la réponse du matériau présente une composante élastique et une composante différée qui varie dans le temps. Si on supprime cette sollicitation, un retour élastique instantané se produit suivi d'un retour différé. Cet effet de mémoire, appelé recouvrance (ou effacement à la suite d'un phénomène de relaxation), tend à ramener le matériau à son état initial défini avant l'application de la sollicitation. La déformation de fluage obtenue en condition climatique constante est appelée déformation viscoélastique ou viscoplastique, suivant qu'elle soit recouvrable ou non. Lorsque le niveau de contrainte est élevé, le matériau passe à une phase de fluage secondaire avec un taux de déformation constant ou même à une phase de fluage tertiaire avec un taux de déformation croissant qui amène éventuellement à la rupture (Figure I-12). Pour le bois, les phénomènes de fluage et de relaxation sont en grande partie pilotés par les effets hydriques. Outre leurs effets sur l'accélération et l'amplification du fluage/relaxation, ces variations hydriques influencent significativement le phénomène de recouvrance/effacement.

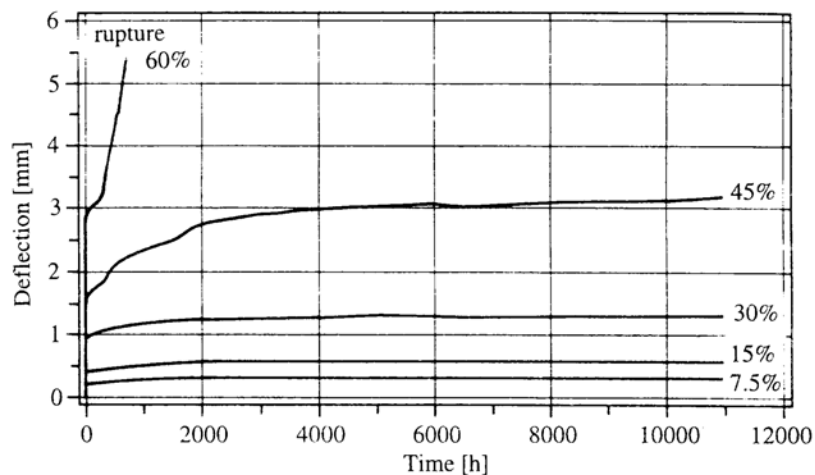


Figure I-12 Influence du niveau de contrainte sur le phénomène de fluage, d'après Liu (1994).

I.3.3.2. Viscoélasticité

La théorie de viscoélasticité linéaire fournit une approximation satisfaisante du phénomène de fluage/relaxation du bois et cela pour des faibles niveaux de contrainte et dans des conditions thermo-hydriques stables. L'hypothèse de linéarité implique que les fonctions caractéristiques de fluage et de relaxation sont indépendantes du niveau de sollicitations. La réponse d'un matériau viscoélastique linéaire à plusieurs sollicitations est obtenue en appliquant le principe de superposition de Boltzmann. La loi constitutive modélisant un comportement viscoélastique est le plus souvent schématisée par des modèles rhéologiques. Les modèles élémentaires utilisés sont le modèle de Hooke représentatif d'un comportement élastique et celui de Newton représentatif d'un comportement visqueux.

I.3.3.3. Effets mécanosorptifs

Les effets mécanosorptifs représentent la réponse induite par le couplage thermo-hydro-mécanique. Ce phénomène connu depuis la fin des années cinquante a fait l'objet de nombreuses campagnes expérimentales. Le fluage mécanosorptif, observé sur toutes les essences de bois, est généralement caractérisé par l'évolution de la déformation lors d'une variation de l'humidité. La cinétique et l'amplitude de cette évolution ne dépendent pas directement de la vitesse de variation de la teneur en eau, mais plutôt de l'amplitude et de la nature du cycle sorptif (adsorption ou désorption). Quelque soit le type de sollicitation (traction, compression ou flexion), une désorption entraîne une augmentation de la déformation. En cas d'une adsorption, le bois subit généralement une faible diminution de la déformation à l'exception de la première adsorption qui induit une augmentation de la déformation.

I.3.4. Etat de l'art des modèles de fluage

Dans les années quatre-vingt, plusieurs approches qualitatives basées sur l'anatomie et les caractéristiques microstructurelles de la paroi cellulaire ont permis de donner des explications de l'origine du phénomène mécanosorptif (Boyd 1982, Mukudai et Yata 1988, Hoffmeyer et Davidson 1989, Gril 1988). Cependant, la majorité de ces modèles manquent de validation quantitative et ne semblent pas être trop adaptés à l'analyse des structures.

D'autres modèles purement mathématiques ont été développés sur la base des observations macroscopiques, dans le but d'apporter une réponse directe aux problèmes de dimensionnement. Ces modèles consistent à supposer une partition des déformations. La déformation totale est exprimée par la somme des déformations élastique, viscoélastique, mécanosorptive, ainsi qu'une déformation libre (retrait/gonflement).

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_{visc} + \mathcal{E}_{ms} + \mathcal{E}_{rg} \quad \text{Équation I-2}$$

Un bref aperçu des principaux modèles est présenté ci-dessous dans le cas unidimensionnel :

- Leicester (1971) a proposé un modèle de Kelvin généralisé en série avec un élément mécanosorptif exprimé en terme de flèche Δ_m selon l'équation :

$$-\frac{d\Delta_m}{dw} = P \cdot f(w) \quad \text{Équation I-3}$$

où w est la teneur en eau et P est la force appliquée.

- Ranta-Maunus (1975) a proposé une modélisation des effets mécanosorptifs en développant une théorie hydroviscoélastique. La loi de comportement tridimensionnel est donnée initialement par une formulation intégrale, analogue à celle utilisée en viscoélasticité non linéaire. La même approche est ensuite exprimée sous forme différentielle (Ranta-Maunus 1990) en supposant la linéarité du taux de déformation par rapport à la contrainte et au taux hydrique. En faisant abstraction de la déformation

élastique instantanée et de la déformation viscoélastique, le taux de déformation est défini dans le cas unidirectionnel selon l'équation :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{ms} + \dot{\varepsilon}_{rg} = (\alpha + m\sigma)\dot{w} \quad \text{Équation I-4}$$

où α est le coefficient d'expansion hydrique et m est le coefficient mécanosorptif déterminé à partir des caractérisations expérimentales. Ce qui amène à 3 valeurs différentes :

- m^{++} pour une première adsorption
- m^+ pour les autres adsorptions
- m^- pour tous les cycles de désorption.

Les approches de Leicester et de Ranta-Maunus sont similaires. Cependant, le choix de coefficients mécanosorptifs constants induit un développement constant du fluage. L'application de cette approche sur un nombre important de cycles de teneur en eau conduit rapidement à des états de contraintes et de déformations irréalistes.

- Martensson (1992) a développé une forme générale non linéaire pour le fluage mécanosorptif. Après plusieurs simplifications, elle a obtenu une formulation similaire à celle de Ranta-Maunus, avec des paramètres mécanosorptifs dépendant de l'état de déformation. Ainsi le taux de fluage mécanosorptif diminue, ce qui permet d'avoir un comportement plus réaliste dans certains cas. Martensson utilise une autre formulation pour décrire le phénomène de recouvrance.

- Hunt (1992) a proposé un modèle basé sur l'hypothèse du fluage limite. Le comportement est décrit à partir d'une série de deux fonctions exponentielles capables de reproduire les trajectoires mécanosorptives en utilisant des cycles d'humidité uniformes.

$$\varepsilon_{ms} = \sigma_0 \left[J_1 \left(1 - e^{-n/N_1} \right) + J_2 \left(1 - e^{-n/N_2} \right) \right] \quad \text{Équation I-5}$$

où n est le nombre de cycles, J_1 et J_2 sont les complaisances caractéristiques, et N_1 et N_2 sont les nombres des cycles caractéristiques.

Cette forme mathématique est équivalente à celle de deux éléments mécanosorptifs de type Kelvin. Elle est valable pour des cycles d'humidité uniformes. Par la suite, l'auteur a suggéré de remplacer le terme n par ΣS_w (S_w correspond à un changement quelconque de teneur en eau), et N_i par le changement hydrique U_i , ce qui rend le modèle applicable pour des cycles hydriques non uniformes.

- Toratti (1992) a proposé une combinaison de modèles basés sur les travaux de Ranta-Maunus (1975) et Hunt (1992). Le premier modèle est exprimé de la manière suivante :

$$\varepsilon_{ms}(t) = J_0 \int_0^t \sigma(t') \left\{ d \left| \frac{\partial W}{\partial t'} \right| + e \left| \frac{\partial w}{\partial t'} \right| \right\} dt' \quad \text{Équation I-6}$$

où J_0 est la complaisance élastique de référence, e et d sont deux constantes indépendantes.

Cette formulation a la particularité de considérer l'effet de la teneur en eau non encore atteinte ∂W différemment des autres changements hydriques.

Le deuxième modèle schématise l'approche d'un fluage limite défini par :

$$\varepsilon_{ms} = J^\infty \left\{ 1 - \exp \left[-c \left(\int_{t'}^t |dw(t'')| \right) \right] \right\} \sigma \quad \text{Équation I-7}$$

où J^∞ correspond à la complaisance à l'état limite.

Ces deux formulations sont combinées en cas d'une sollicitation de compression. Dans le cas de traction, seul le deuxième modèle est utilisé.

La validité des modèles mathématiques présentés ci-dessus est limitée à des conditions de chargement ou de durée de chargement. Cela a mis en avant d'autres modèles basés sur des processus physiques capables de reproduire le fluage total (mécanosorptif et viscoélastique) indépendamment des conditions de chargement.

- Bažant (1985) a supposé dans une première approche de modélisation que la diffusion de l'eau dans les micropores des parois cellulaires est à l'origine de l'effet mécanosorptif. Il prend pour base un modèle de Maxwell généralisé avec des éléments visqueux dépendants de l'humidité relative et de la température des vides cellulaires. Une branche i du modèle de Maxwell est décrite par la formulation suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{tot} = \frac{\dot{\sigma}_i}{E_i} + \frac{\sigma_i}{\eta_i} + \alpha \dot{h} + \beta \dot{T}, \quad \sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \text{Équation I-8}$$

α et β sont respectivement les coefficients d'expansion hydrique et thermique.

La viscosité η_i est exprimée en fonction d'une énergie d'activation par l'équation suivante :

$$\frac{1}{\eta_i} = \frac{1}{\eta_i^0} f_i(\dot{H}) \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\eta_i^0} = \frac{\varphi_i(w)}{E_i \tau_i} \exp \left(\frac{Q_c}{RT_0} - \frac{Q_c}{RT} \right) \quad \text{Équation I-9}$$

Q_c étant l'énergie d'activation de fluage.

$\dot{H} = \dot{h} + c \dot{T}$ où c est une constante et h et T sont respectivement l'humidité relative et la température des lumens cellulaires.

$\varphi_i(w) = k(w_{sat} - w)$ où k est une constante.

$f_i(\dot{H}) \approx f_i^0 (1 + a_1 |\dot{H}|)$ où f_i^0 et a_1 sont deux constantes positives.

Dans sa deuxième approche, Bažant a montré que les effets d'humidité et de température sur le fluage peuvent être considérés comme étant des contractions induites par des contraintes "Stress induced shrinkage". Le taux de déformation est donné sous la forme suivante :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}_i}{E_i} + \frac{\sigma_i}{\eta_i^0} + \dot{\epsilon}_s + \dot{\epsilon}_T \quad \text{Équation I-10}$$

où les taux de déformation hydrique $\dot{\epsilon}_s$ et thermique $\dot{\epsilon}_T$ sont définis par :

$$\dot{\epsilon}_s = \alpha(1 + r_i \sigma_i \text{sign}(\dot{H})) \dot{h} \quad \text{et} \quad \dot{\epsilon}_T = \beta(1 + \rho_i \sigma_i \text{sign}(\dot{H})) \dot{T} \quad \text{Équation I-11}$$

où r_i et ρ_i sont des constantes positives.

Dans cette approche, la viscosité η_i^0 est fonction de h et T et non pas de leurs taux comme c'était le cas dans l'Équation I-9. Bažant note que cette approche de modélisation est principalement spéculative et dépend d'un certain nombre d'hypothèses qui restent à vérifier. D'où la nécessité de valider numériquement le modèle afin de vérifier la pertinence de ces hypothèses.

- Hanhijärvi (1995) a développé un modèle non linéaire d'activation combinée, basé sur les processus de rupture et de reformation des liaisons intermoléculaires. Dans ce modèle, le fluage est associé aux déformations de retrait/gonflement en se basant sur le modèle de Maxwell généralisé. L'expression du taux de déformation est donnée selon l'équation suivante :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}_i}{K_i} + A_i \sinh(\phi_i \sigma_i + B \tanh(D\dot{h})) + \alpha_{h,i} \dot{h} \quad \text{avec} \quad \sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \text{Équation I-12}$$

Le deuxième terme de cette équation représente le taux de déformation de fluage. A_i , ϕ_i , B et D sont des paramètres positifs, $\dot{h}$ est le taux de variation de la pression de vapeur relative, et σ_i est la contrainte d'un élément quelconque de Maxwell. Le troisième terme représente les déformations de retrait/gonflement avec $\alpha_{h,i}$ les coefficients d'expansion hydrique.

Ce modèle a fait l'objet de quelques applications tridimensionnelles mais l'identification des paramètres qui entrent en jeu reste cependant difficile (Hanhijärvi 2000).

I.3.5. Estimation de la durée de vie

La majorité des essais expérimentaux sont réalisés sur de courtes durées, où le niveau de contrainte pilote la phase de rupture. Or à moyen et à long terme, le niveau de contrainte n'est pas un critère permettant de déterminer le seuil de rupture. En effet, plusieurs facteurs combinés permettent de définir, suivant diverses approches, des fonctions caractéristiques capables de décrire l'état d'endommagement du matériau. Les premiers travaux sur l'effet de durée de vie (Wood 1947) ont permis de décrire la limite de rupture par une relation entre le niveau et la durée de charge. Par la suite, l'étude des phénomènes différés a permis de combiner les effets hygro-thermiques avec l'histoire de chargement afin de déduire la durée de vie d'une structure en bois.

Les méthodes permettant de modéliser la durée de vie sont classées suivant trois approches principales :

- L'accumulation d'endommagement

- La mécanique de rupture
- L'énergie de déformation.

L'approche basée sur l'accumulation d'endommagement consiste à affecter la résistance du matériau par une variable d'état appelée coefficient d'endommagement. Les modèles basés sur cette approche sont des formulations empiriques permettant de reproduire la réponse globale du matériau sans décrire les mécanismes physiques responsables de cette réponse. En climat variable, ces modèles font intervenir l'effet de la teneur en eau et de ses variations afin de traduire principalement les effets mécanosorptifs. Cette approche ne fournit pas suffisamment d'informations sur les événements intervenants entre la mise en charge et la rupture

Les modèles basés sur la mécanique de rupture décrivent l'évolution de la fissuration dans un milieu viscoélastique soumis à un chargement. En climat variable, les observations expérimentales montrent un effet significatif des variations d'humidité de l'air environnant sur la zone de fissuration. Jourdain (1996) prend en compte cet effet dans sa modélisation et obtient des résultats encourageants. Cependant, l'approche de la mécanique de rupture est plus spécifique à l'étude locale des singularités mais ne convient pas à l'étude des structures où on considère le bois comme un matériau homogène.

L'énergie de déformation est une grandeur locale qui intègre le produit évolutif de l'état local de contrainte et de déformation. La densité d'énergie critique de déformation représente un indicateur de l'initiation de la rupture. Sa valeur est déterminée à partir des essais expérimentaux et cela indépendamment du temps et de l'histoire de chargement. Les développements des analyses par éléments finis facilitent l'accès à cette variable locale qui permet de détecter le passage à la rupture. La pertinence de cette approche est basée principalement sur le bien-fondé du modèle de comportement du bois qui fournit les évolutions de l'état de contrainte et de déformation.

Afin de pouvoir estimer correctement la durée de vie d'une structure en bois exposée à un climat variable, la loi de comportement utilisée dans la modélisation doit traduire correctement les phénomènes différés au cours de l'histoire de chargement. Ces phénomènes peuvent être situés dans l'une des trois phases du fluage primaire, secondaire, ou tertiaire.

I.3.6. Conclusion

Les nombreux travaux effectués sur le comportement différé du bois, depuis les années 1950, offrent un important bagage expérimental et théorique permettant l'accès au fond de la problématique du couplage thermo-hydro-mécanique de ce matériau poreux.

La diversité des approches déjà proposées, tant au niveau de la description des phénomènes différés qu'au niveau de leurs modélisations, provient probablement de la multiplicité des configurations et des résultats expérimentaux. En outre, les conditions d'applicabilité de la majorité de ces modèles sont reliées aux hypothèses fortes utilisées, ce qui limite considérablement leurs capacités.

Le recours à des campagnes d'essais, couvrant de nouvelles configurations hydromécaniques, permet de mieux comprendre la réaction des structures en bois aux différents types de sollicitations. Cependant, cette solution est bien coûteuse et les résultats obtenus sont parfois difficiles à généraliser. Ainsi, le développement d'outils numériques basés sur des modèles de comportement rationnels et assez généralisés est indispensable pour le dimensionnement des structures en bois exposées à des variations climatiques.

Dans la partie suivante, nous présentons une description qualitative des changements au niveau des parois cellulaires engendrés par les variations hydriques et le chargement mécanique. On considère que ces changements sont à l'origine des déformations mécanosorptives. Un modèle tridimensionnel associé à un critère énergétique est ensuite développé pour simuler le comportement différé et la durée de vie des structures en bois.

I.4. Proposition d'un modèle hydro-viscoélastique non linéaire orthotrope

I.4.1. Introduction

Dans cette partie, nous présentons une explication des phénomènes mécanosorptifs basée sur des mécanismes physiques et chimiques se produisant au niveau de l'ultrastructure, suite à des phénomènes de sorption. Cette description permet de mieux comprendre l'origine des phénomènes mécanosorptifs. Elle met en avant l'influence du niveau de contrainte combiné aux variations hydriques sur la cinétique et l'amplitude du fluage.

Ensuite, un modèle de comportement hydro-viscoélastique non linéaire orthotrope est développé afin de reproduire les effets couplés de sollicitations hydromécaniques. Un critère de rupture basé sur la densité d'énergie de déformation critique est associé à ce modèle. La phase de rupture est modélisée par un élément rhéologique dont la viscosité est pilotée par l'énergie dissipée et le taux de déformation irréversible. Plusieurs essais expérimentaux sont ensuite utilisés pour la validation du modèle.

I.4.2. Description qualitative

La description structurelle du bois à différentes échelles contribue à l'analyse des phénomènes différés observés dans les essais de fluage sous climat variable. En effet, les interactions hydromécaniques constatées sur des petites éprouvettes de l'ordre de quelques fibres permettent de supposer que leur origine est liée à des mécanismes physiques et chimiques se produisant aux niveaux de la micro et de l'ultrastructure. Plusieurs facteurs favorisent l'étude des phénomènes mécanosorptifs sur des petites éprouvettes. En effet, le choix de cette échelle réduit considérablement les problèmes de singularité et de dispersion des résultats expérimentaux.

A l'échelle de l'ultrastructure, les configurations géométriques et les constituants chimiques des microfibrilles répartis dans les trois couches principales de la paroi cellulaire expliquent, en grande partie, l'anisotropie de l'expansion hydrique et thermique ainsi que la réaction hydromécanique de ce matériau. Les différentes approches déjà proposées pour décrire les phénomènes de retrait/gonflement (Skaar, 1988) sont très utiles à l'analyse des états de contrainte et de déformation induites par des échanges hydriques.

I.4.2.1. Interaction du séchage avec l'état de contrainte

Le fluage suivant la direction axiale

Durant le séchage du bois vert, les variations dimensionnelles apparaissent en dessous du point de saturation. A partir de ce point, la paroi cellulaire subit une contraction induisant une contrainte de compression dans la zone de contact intercellulaire. Cela génère des flambages dans les zones amorphes situées entre les parties cristallines de la chaîne cellulosique (Henry et Haslach, 1996). Suite à ces déformations, appelées "Micro-compression", les contraintes de compression internes

sont partiellement dissipées et cela en fonction des variations hydriques et des propriétés physiques du bois. Ainsi, quand un effort de tension est appliqué dans la direction des fibres et transmis au niveau de la paroi cellulaire, les zones de micro-compression ayant des faibles caractéristiques mécaniques sont partiellement libérées par une déformation élastique instantanée et une déformation différée reflétant le caractère visqueux de ces zones.

Pendant un certain nombre de cycles d'humidification qu'on considère fonction de l'histoire cumulée des molécules d'eau adsorbées, les observations expérimentales montrent un supplément de déformation de fluage attribué au phénomène mécanosorptif. On estime que ce phénomène est induit par la diffusion hydrique qui perturbe l'état d'équilibre et amplifie la déformation différée principalement dans les zones amorphes de la paroi cellulaire. Cette évolution finit par un nouvel état d'équilibre, à condition que le niveau de contrainte n'excède pas une certaine limite. Après cette première période de l'histoire d'adsorption, les faibles recouvrances constatées expérimentalement suite à des cycles d'humidification sont reproduites par les effets d'hygro-expansion. Ces effets se traduisent par des variations dimensionnelles et une redistribution de contrainte.

Dans le cas d'un effort axial de compression, on remarque un fluage mécanosorptif plus important que dans le cas de traction. En effet, les efforts de compression transmis au niveau de la membrane cellulaire vont accentuer l'instabilité des fibrilles contrairement au cas d'un effort de traction. Si le niveau de contrainte est faible, le taux de déformation de fluage décroît avec les cycles de désorption jusqu'à ce que les microfibrilles de la paroi cellulaire retrouvent un équilibre stable.

Les essais de fluage réalisés sous des faibles niveaux de contrainte, montrent que les effets mécanosorptifs sont plus vite atténués suite à des cycles d'adsorption qu'à des cycles de désorption. Cela peut être expliqué par le fait qu'une partie des molécules adsorbées sont fortement liées aux microfibrilles, ce qui leur permet de transmettre des efforts. Ainsi, les zones amorphes n'agissent pas comme des rotules plastiques. En plus, les cycles de séchage induisent des déformations mécanosorptives plus importantes qu'en cas d'humidification et ceci quelque soit le mode de chargement (traction, flexion ou compression). En effet, les molécules d'eau libérées induisent une rupture des ponts d'hydrogènes entre les fibrilles du bois, augmentant ainsi les déformations différées. Sous de faibles niveaux de chargement, après une certaine histoire de séchage, la majorité des liaisons faibles disparaissent et la déformation différée tend à se stabiliser. Alors qu'en dessus d'un certain niveau de contrainte, les déformations différées augmentent jusqu'à la rupture. Les variations hydriques influencent significativement la durée de vie du bois sollicité. Ce phénomène est généré par les déformations viscoplastiques qui résultent des glissements entre les microfibrilles et aux interfaces des fibres du bois.

Le fluage dans la direction transversale

Les études du phénomène de fluage dans les directions perpendiculaires aux fibres ont été moins développées par rapport à la direction axiale. Cela est principalement lié aux propriétés mécaniques du bois qui amènent à concevoir les structures en bois avec des éléments sollicités axialement. Néanmoins, l'état de contrainte multiaxial apparaît dans plusieurs cas (structures composites, plancher en bois précontraint, assemblages, autour des systèmes de connexion...). En plus, même

pour les éléments de structure chargés axialement, les variations hydriques induisent des états de contraintes multiaxiales.

Les observations expérimentales sur des éprouvettes chargées perpendiculairement aux fibres de bois montrent des effets mécanosorptifs plus prononcés mais similaires à ceux observés dans le cas d'une sollicitation axiale. Cela permet d'admettre que l'origine des effets mécanosorptifs, agissant lors d'un chargement transversal, peut être expliquée en partie par les mêmes mécanismes déjà présentés. En d'autres termes, la rigidité et la stabilité de la paroi cellulaire assurant la transmission des efforts sont affectées par les phénomènes de diffusion couplés aux comportements visqueux des zones amorphes.

I.4.3. Loi constitutive et formulation incrémentale

Après cette brève description, à l'échelle ultrastructurale, des mécanismes physico-chimiques pouvant expliquer l'origine du fluage du bois, on estime que le développement d'un modèle qualitatif à cette échelle n'est pas adapté à l'étude des grandes structures. Néanmoins, cette approche qualitative a permis de décrire la réaction hydroviscoélastique des zones amorphes interceptant les chaînes celluliques en fonction du taux et de l'histoire de variations hydriques, ainsi que de la période et du niveau de chargement. On choisit par la suite d'exprimer la réponse globale des fibres de bois en intégrant ces effets dans un modèle associant les déformations viscoélastique, mécanosorptive, et d'hygro-expansion, tout en considérant le bois comme un milieu continu orthotrope. Les équations constitutives sont basées sur le modèle de Maxwell généralisé. Les effets mécanosorptifs sont exprimés par des chaînes de Maxwell ayant des viscosités fonction du taux de variation hydrique, de l'histoire de ces variations et du niveau de contrainte (défini par rapport à la contrainte de rupture). Des approches similaires ont été présentées précédemment par Bažant (1985) et Yahiaoui (1991), mais il n'y a pas eu à notre connaissance d'applications publiées. Ces modèles ne prennent pas en compte l'effet de l'histoire des variations hydriques que nous évoquons, et ne peuvent ni détecter ni décrire la phase de rupture par fluage. En plus, les effets des variations hydriques considérés dans ces modèles ne différencient pas les phénomènes d'adsorption et de désorption, contrairement aux observations expérimentales.

Notre approche est adaptée à des niveaux de contrainte relativement élevés permettant ainsi de reproduire le comportement non linéaire du fluage en phases secondaire et tertiaire.

I.4.3.1. Formulation unidimensionnelle

Comme dans la plupart des modèles, chaque phénomène est décrit par une déformation séparée. Ainsi la déformation totale est constituée par la somme des composantes élastique ε_e , de fluage ε_{fl} et de retrait/gonflement ε_{rg} .

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_{fl} + \varepsilon_{rg}$$

Équation I-13

Dans le cadre unidimensionnel, l'équation différentielle du comportement viscoélastique basée sur le modèle de Maxwell est exprimée comme suit :

$$\dot{\sigma}_v(t) + \alpha_v(t)\sigma_v(t) = E_v(t)\dot{\varepsilon}(t) \quad \text{Équation I-14}$$

$$\text{avec } \alpha_v = \frac{E_v(t)}{\eta_v(t)} \quad \text{Équation I-15}$$

où α_v est l'inverse du temps de relaxation. $E_v(t)$ et $\eta_v(t)$ sont respectivement le module d'élasticité et la viscosité d'un élément de Maxwell v .

Le modèle de Maxwell généralisé que nous adoptons est constitué de (n) branches hydroviscoélastiques non linéaires. Le fluage propre du bois, défini à humidité constante, est présenté par (m) branches caractérisées par des viscosités fonction du niveau de contrainte $\bar{\kappa}$.

En parallèle, le comportement mécanosorptif est schématisé par $(n-m)$ branches avec des viscosités fonction du niveau de contrainte $\bar{\kappa}$, du taux d'humidité relative $\dot{\omega}$, et de l'histoire cumulée des variations hydriques ω_{hist} . L'histoire cumulée est séparée en deux composantes ω_{hist}^a et ω_{hist}^d , suivant que le bois subit du séchage ou d'humidification. Ces fonctions, exprimées dans les équations ci-dessous, permettent de reproduire d'une manière phénoménologique le fluage du bois.

$$\frac{1}{\eta_\chi} = \frac{f(\dot{\omega})}{\eta_\chi^0 g(\omega_{hist})} S_\chi(\bar{\kappa}) \quad \text{Équation I-16}$$

$$\frac{1}{\eta_\mu} = \frac{1}{\eta_\mu^0} S_\mu(\bar{\kappa})$$

où μ est l'indice des branches de Maxwell reproduisant le fluage propre du bois, χ représente ceux du fluage mécanosorptif, et v correspond à une branche quelconque du modèle de Maxwell ($v = \mu$ ou χ). $f(\dot{\omega})$ et $S_v(\bar{\kappa})$ reflètent respectivement les effets du taux de sorption et du niveau de contrainte sur la cinétique et l'amplitude du fluage. η_μ^0 et η_χ^0 sont deux constantes positives. On note que les unités de Maxwell reproduisant l'effet mécanosorptif ne sont pas activées sans échanges hydriques puisque $f(\dot{\omega})$ tend vers 0 et les temps de relaxation de ces unités tendent ainsi vers l'infini.

La résolution de l'équation différentielle I-14 conduit à l'équation de Boltzmann. Le principe de superposition de Boltzmann se traduit par la sommation des contributions infinitésimales des différentes sollicitations. L'équation constitutive du modèle de fluage, peut s'écrire de deux manières :

$$\varepsilon(t) = J(t_0, t)\sigma(t_0) + \int_{t_0}^t J(\tau, t)\dot{\sigma}(\tau)d\tau \quad \text{Équation I-17}$$

$$\sigma(t) = R(t_0, t)\varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t R(\tau, t)\dot{\varepsilon}(\tau)d\tau$$

La fonction de fluage J et la fonction de relaxation R sont les deux fonctions caractéristiques du matériau. On considère le bois comme étant non vieillissant, ce qui signifie que la réponse est indépendante de l'âge t_0 du matériau au moment du chargement.

Afin d'établir la forme incrémentale unidimensionnelle, nous écrivons la fonction caractéristique R sous la forme d'une série de Dirichlet :

$$R(\tau, t) = \sum_{v=0}^n E_v e^{I_v(\tau) - I_v(t)} \text{ avec } I_v(t) = \int_{t_0}^t \alpha_v(\xi) d\xi \quad \text{Équation I-18}$$

En remplaçant cette série dans l'Équation I-17, l'hypothèse de partitionnement des contraintes formulée en relaxation donne alors :

$$\sigma_v(t) = \sigma_v(t_0) e^{-I_v(t)} + \int_{t_0}^t E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t)} d(\tau) \quad \text{Équation I-19}$$

A l'instant t_0 , le comportement initial correspond à la réponse élastique où $\sigma_v(t_0)$ est définie par :

$$\sigma_v(t_0) = E_v \varepsilon(t_0) \quad \forall \quad v = 0, n \quad \text{Équation I-20}$$

E_v sont les constantes correspondantes aux modules d'élasticité des branches de Maxwell.

A l'instant $t + \Delta t$, où Δt correspond à un intervalle de temps fini, l'Équation I-19 s'écrit :

$$\sigma_v(t + \Delta t) = \sigma_v(t_0) e^{-I_v(t + \Delta t)} + \int_{t_0}^{t + \Delta t} E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t + \Delta t)} d(\tau) \quad \text{Équation I-21}$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} \sigma_v(t + \Delta t) &= \sigma_v(t_0) e^{-I_v(t + \Delta t)} + \int_{t_0}^t E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t + \Delta t)} d(\tau) \\ &+ \int_t^{t + \Delta t} E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t + \Delta t)} d(\tau) \end{aligned} \quad \text{Équation I-22}$$

Formulation incrémentale

Nous supposons que l'intervalle de temps $[t_0, t + \Delta t]$ peut être décomposé en k intervalles de temps identiques Δt , où on peut considérer $f(\dot{\omega})$ et $S(\bar{\kappa})$ des constantes sur chacun de ces intervalles. La fonction du temps de relaxation devient en décomposant le domaine d'intégration :

$$I_v(t + \Delta t) = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \alpha_v(\xi) d\xi + \int_{t_0 + \Delta t}^{t_0 + 2\Delta t} \alpha_v(\xi) d\xi + \dots + \int_{t_0 + (k-1)\Delta t}^{t_0 + k\Delta t} \alpha_v(\xi) d\xi = \Delta t \sum_{i=1}^{i=k} \alpha_v^i \quad \text{Équation I-23}$$

Les fonctions $f(\dot{\omega})$, ω_{hist} , $S_v(\bar{\kappa})$ sont approchées sur l'intervalle $[t, t + \Delta t]$ par :

$$f(\dot{\omega}) \approx \frac{\Delta \omega_k}{\Delta t}$$

$$g(\omega_{hist}) \approx be^{-c\omega_{hist}} - d \quad \text{avec} \quad \omega_{hist} = \begin{cases} \sum \Delta \omega_i^a & \text{en cas d'adsorption} \\ \sum \Delta \omega_j^d & \text{en cas de désorption} \end{cases} \quad \text{Équation I-24}$$

$$S_v(\bar{\kappa}) \approx \sinh(b'_v \bar{\kappa}) \quad \text{avec} \quad \bar{\kappa} = \frac{\sigma(t)}{S_{rup}}$$

où b , c , d et b'_v sont des constantes. S_{rup} est la contrainte de rupture.

Le choix de l'incrément Δt est principalement piloté par l'incrément du calcul de diffusion hydrique dans le bois (Δt_{hyd}) et par la vitesse de chargement mécanique. En cas de chargement constant, Δt est choisi inférieur ou égal à l'incrément du calcul hydrique, et ceci en fonction de la vitesse de convergence. Ainsi la variation hydrique correspondante à l'incrément Δt du calcul mécanique est calculée automatiquement en la supposant linéaire sur (Δt_{hyd}).

En décomposant l'Équation I-21, on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_v(t + \Delta t) &= e^{-\Delta t \alpha_v^k} \sigma_v(t_0) e^{-\Delta t \sum_{i=1}^{i=(k-1)} \alpha_v^i} + e^{-\Delta t \alpha_v^k} \int_{t_0}^t E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t)} d(\tau) + \\ &\int_t^{t+\Delta t} E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t+\Delta t)} d(\tau) = e^{-\Delta t \alpha_v^k} \sigma_v(t) + \int_t^{t+\Delta t} E_v \dot{\varepsilon}(\tau) e^{I_v(\tau) - I_v(t+\Delta t)} d(\tau) \end{aligned} \quad \text{Équation I-25}$$

En supposant que la fonction $\varepsilon(\tau)$ peut être approchée par une forme linéaire sur l'intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$, la résolution de l'intégrale de l'équation précédente donne :

$$\begin{aligned} \sigma_v(t + \Delta t) &= e^{-\Delta t \alpha_v^k} \sigma_v(t) + E_v \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} e^{I_v(\tau) - I_v(t+\Delta t)} d(\tau) = \\ &e^{-\Delta t \alpha_v^k} \sigma_v(t) + E_v \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} \frac{1}{\alpha_v^k} \left(1 - e^{-\alpha_v^k \Delta t} \right) \end{aligned} \quad \text{Équation I-26}$$

Avec :

$$\varepsilon(\tau) \approx \varepsilon(t) + \frac{\tau - t}{\Delta t} \Delta \varepsilon \quad \text{Équation I-27}$$

Enfin, l'incrément de contrainte $\Delta \sigma$ sur l'intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$ est obtenu en sommant les $\Delta \sigma_v$ des branches de Maxwell. La réponse obtenue regroupe le fluage viscoélastique non linéaire fonction du niveau de contrainte, ainsi que l'effet mécanosorptif avec une viscosité dépendante du taux de variation hydrique, de l'histoire hydrique cumulée, et du niveau de contrainte.

$$\forall t, \Delta t: \quad \Delta \sigma = \bar{E} \Delta \varepsilon + \sigma^{hist}$$

Équation I-28

avec :

$$\bar{E} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{\mu=0}^m \frac{\left[E_{\mu} \left(1 - e^{-a'_{\mu} S_{\mu}(\bar{\kappa}) \Delta t} \right) \right]}{a'_{\mu} S_{\mu}(\bar{\kappa})} + \sum_{\chi=m+1}^n \frac{\left[E_{\chi} \left(1 - e^{-\frac{a_{\chi} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi}(\bar{\kappa})} \right) \right]}{\frac{a_{\chi} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi}(\bar{\kappa})}$$

et

$$\sigma^{hist} = \sum_{\mu=0}^m \sigma_{\mu}(t) \cdot (e^{-a'_{\mu} S_{\mu}(\bar{\kappa}) \Delta t} - 1) + \sum_{\chi=m+1}^n \sigma_{\chi}(t) \cdot (e^{-\frac{a_{\chi} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi}(\bar{\kappa})} - 1)$$

La loi de comportement est ainsi exprimée sous forme incrémentale. $\bar{E}$ est l'équivalent d'un module fictif fonction des paramètres viscoélastiques et hydro-viscoélastiques (E_{μ} , a'_{μ} , E_{χ} , a_{χ}), des variations de l'humidité relative interne Δw , de l'histoire cumulée de ces variations w_{hist} , ainsi que du niveau de contrainte $\bar{\kappa}$. σ^{hist} traduit l'effet des sollicitations passées sur la réponse actuelle. Ainsi, cette équation permet de calculer l'incrément de contrainte à partir de l'état mécanique et hydrique du matériau au pas précédent.

I.4.3.2. Formulation tridimensionnelle

En appliquant la même démarche développée plus haut pour chaque direction de l'espace des contraintes et des déformations, on obtient la formulation tridimensionnelle de la loi constitutive. Les composantes du tenseur de relaxation développées sous forme de séries de Dirichlet peuvent alors s'écrire :

$$R_{ijkl}(\tau, t) = \sum_{v=0}^n E_{v,ijkl} e^{I_{v,ijkl}(\tau) - I_{v,ijkl}(t)}$$

Équation I-29

Dans cette relation, on suppose que chaque tenseur est exprimé par n branches de Maxwell. Les composantes $\sigma_{ij}(t)$ sont ensuite obtenues par sommation des variables internes $\sigma_{v,ij}(t)$. En remplaçant R_{ijkl} dans la forme tensorielle de l'Équation I-19 et en développant la formule incrémentale, on obtient :

$$\forall t, \Delta t: \quad \Delta \sigma_{ij} = \bar{E}_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^{hist}$$

Équation I-30

avec :

$$\bar{E}_{ijkl} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{\mu=0}^m \left[\frac{E_{\mu,ijkl} \left(1 - e^{-a'_{\mu,ijkl} S_{\mu,ijkl}(\bar{\kappa}) \Delta t} \right)}{a'_{\mu,ijkl} S_{\mu,ijkl}(\bar{\kappa})} \right] + \sum_{\chi=m+1}^n \left[\frac{E_{\chi,ijkl} \left(1 - e^{-\frac{a_{\chi,ijkl} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi,ijkl}(\bar{\kappa})} \right)}{\frac{a_{\chi,ijkl} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi,ijkl}(\bar{\kappa})} \right]$$

$$\sigma_{ij}^{hist} = \sum_{\mu=1}^m \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sigma_{\mu,ijkl}(t) \left(e^{-a'_{\mu,ijkl} S_{\mu,ijkl}(\bar{\kappa}) \Delta t} - 1 \right) +$$

$$\sum_{\chi=m+1}^n \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sigma_{\chi,ijkl}(t) \left(e^{-\frac{a_{\chi,ijkl} \Delta w}{(b.e^{-c.w_{hist}} - d)} S_{\chi,ijkl}(\bar{\kappa})} - 1 \right)$$

$$\sigma_{v,ijkl}(t_o) = E_{v,ijkl} \varepsilon(t_o) \quad \forall \quad v \in [0, n] \quad (\text{sans sommation})$$

Les variables internes sont ainsi remplacées par les tenseurs correspondants. Le tenseur de déformation mécanique $\Delta \varepsilon$ est obtenu en déduisant les déformations libres des déformations totales. On peut alors écrire :

$$\forall t, \Delta t: \quad \Delta \sigma_{ij} = \bar{E}_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}^t + \sigma_{ij}^{hist} - \bar{E}_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}^{rg} \quad \text{Équation I-31}$$

I.4.4. Critère de rupture adopté

Afin de détecter la phase de rupture initiée par le fluage tertiaire, on choisit d'adopter un critère de rupture basé sur la densité d'énergie de déformation. Cette approche a été utilisée pour la première fois par Bach (1973) sous différentes conditions de chargement. Le critère est basé sur la théorie thermodynamique de résistance développée par Reiner et Weissenberg (Reiner 1964). Ces derniers avaient postulé que la rupture d'un matériau viscoélastique, ayant de faibles variations volumiques, dépend de l'énergie intrinsèque emmagasinée élastiquement dans un élément volumique du matériau. Plusieurs auteurs ont montré que cette approche donne une estimation satisfaisante de la rupture différée du bois (Fridley et al. (1992), Liu and Shaffer (1995)).

Dans des conditions hydriques variables, Hanhijärvi (2000) et Lasserre (2000) ont utilisé le critère énergétique en calculant la densité d'énergie de déformation à partir des déformations mécaniques. Cela a conduit à définir deux densités d'énergie de déformation critiques e_p et e_f . La densité d'énergie de déformation élastique e_p est définie dans la partie linéaire du diagramme contrainte-déformation tandis que e_f inclut le domaine de non linéarité limité par la contrainte maximale atteinte avant la rupture. Dans leurs travaux, Fridley et al. (1992) déterminent le point de rupture imminente à partir de e_p . En revanche, Hanhijärvi (2000) et Lasserre (2000) notent en comparant les durées de vie obtenues expérimentalement à celles obtenues par simulation numérique que la durée de vie dépend de la densité d'énergie critique e_f . Cette constatation est évidente puisque ces deux auteurs intègrent les effets mécanosorptifs dans le calcul de la densité d'énergie de déformation.

Afin de prendre en compte les effets des variations climatiques, nous choisirons d'utiliser cette dernière méthode qui consiste à intégrer les évolutions de contraintes et de déformations mécaniques locales, et de déterminer le point de rupture imminente en se basant sur l'énergie de déformation critique e_f .

La densité d'énergie de déformation est calculée selon l'équation suivante :

$$e_{ij} = \int_{t_0}^t \sigma_{ij}(t) \delta_{ij} d\varepsilon_{ij}(t) \quad \text{Équation I-32}$$

où $\varepsilon_{ij}(t)$ est la déformation mécanique, σ_{ij} est l'état de contrainte au début de l'incrément de temps, δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Sous forme incrémentale, les incréments de la densité d'énergie de déformation sont exprimés à chaque pas de temps Δt par la formulation suivante :

$$\Delta e_{ij} = (\sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij} \delta_{ij} \quad \text{Équation I-33}$$

Les valeurs de la densité d'énergie de déformation critique peuvent être déterminées expérimentalement par des essais de flexion, en supposant une distribution linéaire et symétrique des contraintes et des déformations dans la section. Cette détermination donne des valeurs moyennes. En utilisant des modèles de comportement capables de reproduire l'état dissymétrique et non linéaire des contraintes et des déformations, les valeurs critiques correspondantes aux zones comprimées et aux zones tendues peuvent être estimées différemment. Cette méthode proposée par Hanhijärvi (1997) tient compte de l'effet de la teneur en eau du bois sur la densité d'énergie critique.

La méconnaissance de la distribution des résistances locales au sein de la poutre ne permet pas selon Hanhijärvi de déduire la rupture à partir de ce paramètre local. En se basant sur la théorie de Weibull, l'auteur définit un critère de rupture globale en intégrant la densité d'énergie de déformation locale sur le volume de la poutre. Hanhijärvi (2000) montre le potentiel de cette approche par des simulations numériques effectuées pour différentes configurations hydromécaniques. Cependant il obtient une surestimation significative de la durée de vie dans le cas de variations hydriques cycliques sous des niveaux de contrainte supérieurs à 70% de la contrainte ultime (Figure I-13).

L'approche globale utilisée par Hanhijärvi (1997, 2000) et Lasserre (2000) ne permet pas de décrire la phase de rupture. En effet, l'évolution de l'endommagement est estimée par un paramètre global qui n'agit pas sur la loi de comportement, d'où la nécessité de définir un critère local associé à une loi d'écoulement permettant de décrire la rupture par fluage.

Dans notre approche, la densité d'énergie de déformation est considérée comme une variable interne permettant de détecter la rupture locale et non pas comme un paramètre d'endommagement global. Une fois la densité critique atteinte localement, la zone concernée subit une perte de rigidité induisant une concentration de contraintes qui entraînent la propagation de l'endommagement.

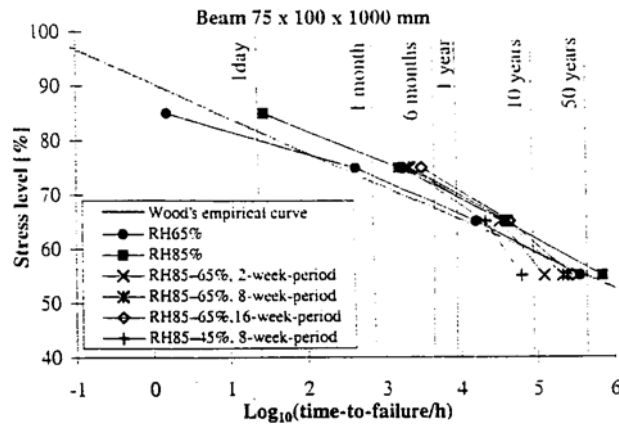


Figure I-13 Durée de vie de poutres en bois, d'après Hanhijärvi (2000).

Bien que les résistances locales ne soient pas définies en tout point de la poutre simulée, on suppose que c'est la zone la plus sollicitée et la plus endommagée qui pilote la rupture que ça soit en cas de chargement instantané ou suite aux effets différés. Par ailleurs, l'effet d'échelle doit être considéré dans la détermination de la résistance qui intervient dans la loi de comportement et dans le critère de rupture. En se basant sur la théorie de Weibull, l'effet d'échelle est exprimé par la relation suivante :

$$\frac{f_2}{f_1} = \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^{\frac{1}{k_b}} \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{\frac{1}{k_h}} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{\frac{1}{k_l}} \quad \text{Équation I-34}$$

f_1 et f_2 étant les résistances des spécimens dont les dimensions b_1 , h_1 , l_1 et b_2 , h_2 , l_2 . k_b , k_h , k_l sont des paramètres reflétant l'effet d'échelle suivant l'épaisseur b , la hauteur h et la longueur l .

La théorie de Weibull est par définition applicable juste en traction, puisque l'hypothèse du plus faible lien n'est pas valable en compression. Afin de prendre en compte l'effet d'échelle en cas de compression, Hanhijärvi (2000) propose d'utiliser la même relation qu'en traction (Équation I-34). Cette proposition sera adoptée par la suite vu la méconnaissance du phénomène physique à l'origine de cet effet d'échelle en compression.

On suppose que l'effet d'échelle affecte directement la densité d'énergie de déformation critique puisque celle-ci est considérée proportionnelle au carré de la résistance de rupture.

Les essais modélisés par la suite montrent une bonne estimation de la durée de vie des éprouvettes sollicitées parallèlement aux fibres. Cependant, cette approche doit être vérifiée pour des chargements radiaux et tangentiels.

I.4.5. Ecoulement en phase de rupture

L'utilisation d'un critère local et d'une loi d'écoulement associée au phénomène de rupture permet d'aller plus loin dans la modélisation des structures mixtes et des structures hyperstatiques. En effet, dans ces cas, la rupture d'un élément n'induit pas forcément la rupture de la structure. Ainsi, notre

approche peut reproduire les phénomènes de redistributions de contraintes qui peuvent conduire la structure à un nouvel état d'équilibre. Le phénomène de rupture différée, initié par une phase de fluage tertiaire, est modélisé en remplaçant toutes les fonctions de temps de relaxation des chaînes de Maxwell par une seule fonction déterminée à partir de la courbe post-pic du diagramme contrainte-déformation.

$$\frac{1}{\alpha_v^{rup}} = \frac{\eta_v^{rup}}{E_v} = \frac{1}{l_e f(\dot{\varepsilon}^{irrev})} \exp\left(-\frac{e - e_p}{k e_p}\right) \quad \text{Équation I-35}$$

où $\dot{\varepsilon}^{irrev}$ est le taux de déformation irréversible considéré comme constant sur chaque pas de temps, e est la densité d'énergie de déformation de l'itération précédente, e_p est la densité d'énergie de déformation élastique, et K est une constante. Pour cette étude, nous nous limitons à la modélisation de la rupture suivant la direction des fibres de bois. En cas de traction, la fonction $f(\dot{\varepsilon}^{irrev})$ permet de reproduire une rupture fragile qui se traduit par une perte de rigidité locale presque instantanée. En cas de compression, la fonction $f(\dot{\varepsilon}^{irrev})$ est calée par rapport à des essais statiques afin de traduire le comportement post-pic du matériau.

Dans les analyses numériques, une sensibilité du comportement adoucissant simulé par rapport à la taille et la forme des éléments finis a été constatée. L'analyse bibliographique met en évidence cet effet lié au maillage dans la modélisation du comportement post-pic du béton (Hillerborg et al. 1976). Pour résoudre en partie ce problème, la fonction décrite dans l'équation I-36 est affectée par le paramètre l_e . Dans le cas d'une configuration tridimensionnelle avec un maillage construit à partir d'éléments finis cubiques, l_e est défini par la racine cubique du volume de l'élément fini ($l_e = \sqrt[3]{V}$).

I.4.6. Recouvrance

Le phénomène de recouvrance est fortement influencé par le niveau de contrainte et l'histoire hydrique auxquels la structure a été exposée avant déchargement. Ces deux facteurs sont fortement couplés, ce qui rend la modélisation du phénomène très compliquée. Les divers résultats expérimentaux de la littérature montrent une discordance dans la détermination d'un seuil de contrainte à partir duquel le bois subit une recouvrance partielle.

Pittet (1996) constate qu'en dessus d'un niveau de contrainte de 20% de la contrainte de rupture, le fluage ne tend pas à se stabiliser. En plus, après une décharge totale, la recouvrance mesurée après une durée dépassant deux fois celle du chargement montre une déformation résiduelle relativement importante. Ces constatations vont à l'encontre de ceux de Hunt (1986) évoquant un fluage limite à ce niveau de chargement, ce qui peut signifier des déformations résiduelles faibles. Ces contradictions concernant le seuil de contrainte qui est supposé être le principal indicateur du développement des déformations permanentes montrent la difficulté de son estimation. En effet, ce seuil n'est pas juste déterminé à partir du niveau de chargement appliqué, mais il faut tenir compte des contraintes internes générées par les gradients hydriques. Ces contraintes internes sont fonction des dimensions de la structure, de l'amplitude et de la cinétique des sollicitations hydriques, des coefficients d'expansion, et des caractéristiques mécaniques du bois.

Le modèle développé dans notre étude couvre tous les niveaux de contrainte. Ainsi, à partir d'une certaine combinaison de sollicitations mécaniques et de conditions hydriques, des déformations irréversibles sont générées avec un taux de déformation piloté principalement par le niveau de contrainte. En dessous d'un niveau de contrainte interne de l'ordre de 16% de la contrainte de rupture, le fluage tend à se stabiliser, mais cela n'implique pas forcément une recouvrance totale même après une longue durée de déchargement. Les observations expérimentales montrent que la recouvrance n'est pas seulement fonction du temps mais aussi des variations hydriques qui suivent le déchargement. La loi de comportement utilisée est capable de reproduire la recouvrance induite par des variations cycliques d'humidité. En effet, les chaînes de Maxwell qui modélisent le comportement mécanosorptif ne sont pas activées en absence d'un gradient hydrique. Ainsi, la recouvrance des déformations mécanosorptives est fonction des cycles hydriques qui précèdent et qui suivent le déchargement.

D'un autre côté, il est important de modéliser les oscillations de la déformation mécanique observées durant les variations cycliques d'humidité. Bažant (1985) explique ce phénomène par la dépendance de l'hygro-expansion des états de contrainte et de déformation. Cette approche n'a pas été vérifiée par la suite. Cependant, Bažant souligne le fait que ces oscillations ne peuvent pas s'expliquer par l'effet des contraintes car cela induit des travaux négatifs lors d'une adsorption, ce qui est en contradiction avec le deuxième principe de la thermodynamique. Les gradients hydriques symétriques par rapport à l'axe de la poutre génèrent des forces axiales et non pas des moments capables de causer des oscillations de flèche.

Dans notre approche, les oscillations sont modélisées par les effets d'hygroexpansion qui génèrent une petite recouvrance suite aux phases d'adsorption, sans que les coefficients de retrait/gonflement ne soient modifiés. En effet, la cinétique de fluage décrite dans l'Équation I-16 change en fonction du cycle de sorption. Néanmoins, cette formulation ne génère pas une recouvrance lors d'une adsorption. L'actualisation des caractéristiques géométriques à chaque pas de temps permet de reproduire cet effet de recouvrance mais pas dès les premières adsorptions. Conformément aux observations expérimentales et aux explications qualitatives déjà proposées, pendant une certaine période d'adsorption fonction de la quantité d'eau adsorbée, le phénomène de fluage est bien plus conséquent que l'effet des variations dimensionnelles. Ainsi, pendant un ou deux voire trois cycles d'adsorption, le modèle reproduit l'accroissement de la déformation jusqu'à ce que le fluage mécanosorptif en adsorption se stabilise, et cela à condition que le niveau de contrainte soit relativement faible. A partir de là, le phénomène de fluage est très réduit lors d'une adsorption et les phénomènes d'hygro-expansion induisent une faible recouvrance.

I.4.7. Les phénomènes de retrait/gonflement

Dans notre modélisation, nous considérons que l'interaction entre le phénomène d'hygro-expansion et la réponse mécanique est exprimée à travers les contraintes internes générées par les gradients hydriques. Ainsi, le phénomène de retrait/gonflement contribue à l'accélération du fluage, principalement en cas de forts gradients hydriques et pour des niveaux de contrainte moyens à

relativement élevés. Notons que les variations dimensionnelles entraînent des redistributions de contraintes et des faibles oscillations de flèche lors des variations cycliques d'humidité.

Les déformations de retrait/gonflement sont exprimées par des fonctions linéaires par rapport aux variations de la teneur en eau :

$$\Delta \varepsilon_{rg_{ij}} = \beta_{ij} \Delta w$$

Équation I-36

I.4.8. Méthodologie d'identification des paramètres du modèle

Le bois est considéré comme un matériau orthotrope. Sa modélisation tridimensionnelle nécessite neuf fonctions de complaisance dont trois suivant les directions axiale, radiale et tangentielle (S_{1111} , S_{2222} , S_{3333}), trois suivant les plans de cisaillement (S_{1212} , S_{1313} , S_{2323}), et trois autres reflétant l'interaction entre les directions principales (S_{1122} , S_{1133} , S_{2233}). Les indices 1, 2, et 3 désignent respectivement les axes longitudinal, radial, et tangentiel. On suppose que les trois complaisances S_{1122} , S_{1133} , et S_{2233} peuvent être déduites à partir des complaisances des directions longitudinale et radiale et des coefficients de Poisson (Hayashi et *al.* 1993).

Chaque complaisance est décrite par une série de n branches de Maxwell placées en parallèle. L'identification des différents paramètres du modèle se fait par méthode inverse. Celle-ci consiste à effectuer une série de simulation numérique avec une étude paramétrique permettant de réduire l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux, afin que le modèle puisse reproduire le phénomène examiné. Les paramètres E_{ijkl} déterminés en premier sont ceux des branches reproduisant la réponse viscoélastique linéaire. En général, quatre branches sont suffisantes pour reproduire le fluage normal défini à teneur en eau constante. En effet, ce fluage s'achève presque totalement au bout des trois premiers mois à condition que le niveau de chargement ne dépasse pas 25% à 30% de la contrainte de rupture. Les fonctions de temps de relaxation de ces quatre branches étant dépendantes du niveau de contrainte, leurs caractérisations nécessitent des essais qui couvrent plusieurs niveaux de chargement. Pour des niveaux de contrainte inférieurs à 25%, on considère que le fluage est complètement recouvrable et que les temps de relaxation sont constants. Dans le cas contraire, des essais de recouvrance sont nécessaires à la suite du fluage afin de quantifier les déformations irréversibles. Ces déformations permanentes sont pilotées par la première branche de Maxwell caractérisée par le plus long temps de relaxation. Pour des faibles niveaux de contrainte, cette première branche génère une réponse élastique puisqu'elle est caractérisée par un temps de relaxation de l'ordre de 10^6 jours. La fonction de temps de relaxation évolue d'une façon non linéaire en fonction du niveau de contrainte.

Durant l'identification des paramètres des quatre premières branches, effectuée à teneur en eau constante, les autres branches relatives au phénomène mécanosorptif génèrent juste une réponse élastique. Une fois cette première identification achevée, il est intéressant d'examiner la réponse du modèle en l'associant au critère de rupture afin de déterminer la durée de vie et de la comparer à celles obtenues par des essais expérimentaux effectués aussi à teneur en eau constante. Cette vérification permet de s'assurer du bon choix des paramètres identifiés.

La deuxième étape consiste à caler les paramètres reflétant le caractère hydroviscoélastique des autres branches du modèle de Maxwell généralisé. Les premiers essais doivent être effectués sous de faibles niveaux de contrainte (<15% de la contrainte de rupture) avec des variations hydriques cycliques. Ainsi, l'effet du niveau de contrainte sera négligé, ce qui permettra de déterminer les paramètres $E_{\chi,ijkl}(t)$, $a_{\chi,ijkl}$, et ceux de la fonction $g(w_{hist})$. Cette dernière fonction donne deux valeurs distinctes suivant que le bois subit localement une adsorption ou une désorption.

La fonction $g(w_{hist})$ représentant l'effet de l'histoire de sorption est positive durant une adsorption et négative durant une désorption. Cela permet d'avoir des temps de relaxation toujours positifs puisqu'ils sont fonction de $g(w_{hist})$ et de $f(\dot{w})$. En plus, les valeurs de $g(w_{hist})$ augmentent avec les cycles d'adsorption afin de stabiliser le fluage après une histoire d'adsorption.

Ensuite, des essais de fluage à plusieurs niveaux de chargement et dans des conditions hydriques cycliques bien définies sont nécessaires pour caler l'interaction entre la réponse mécanosorptive et le niveau de contrainte. Plusieurs campagnes d'essais, regroupant un nombre suffisant de combinaisons de chargement hydromécanique suivant la direction longitudinale, existent dans la littérature (Bengtsson 1999, Pittet 1996, Ranta-Maunus 2000, Mohager 1987). Cependant, pour avoir des résultats cohérents, il est indispensable de bien modéliser les conditions thermo-hydro-mécaniques de chaque essai et de prendre en compte les différents procédés de réalisation.

Afin de réduire la durée des essais de fluage, ces derniers doivent s'effectuer sur des petites éprouvettes pour que l'équilibre hygroscopique avec les conditions imposées puisse s'établir assez rapidement. Les applications faites par la suite montrent que les paramètres déterminés à partir de petites éprouvettes sont aussi adaptés à la modélisation des poutres à l'échelle de structure. L'effet d'échelle, souvent évoqué lors de la caractérisation d'éprouvettes de différentes échelles, intervient dans le modèle par l'intermédiaire des caractéristiques mécaniques et principalement au niveau de la résistance à la rupture. Cette dernière détermine le niveau de chargement et la densité d'énergie de déformation critique.

Vu le nombre limité d'essais de fluage sous conditions hydriques variables dans les directions transversales et en cisaillement, on suppose que les fonctions de fluage suivant ces directions sont du même ordre de grandeur. Ainsi, en considérant que chaque complaisance indépendante est modélisée par 7 branches de Maxwell, le modèle nécessite l'identification de 64 paramètres. A cela il faut ajouter les coefficients de Poisson et les coefficients de retrait/gonflement.

1.5. Validation du modèle

Plusieurs applications ont été établies afin de vérifier le bien fondé du modèle. Les validations couvrent différentes échelles de structures sollicitées par des combinaisons distinctes de niveaux de chargement et de conditions hydriques variables.

La première étape consiste à estimer l'histoire des variations hydriques par une simulation orthotrope du transfert de masse. Hors cadre de séchage, la modélisation du transfert de masse se fait par l'intermédiaire d'une simple loi de diffusion ayant comme terme moteur la teneur en eau. Dans

ce cas, l'effet Soret qui représente le phénomène de thermo-migration est souvent négligé. Le code de calcul ABAQUS fournit la possibilité de prendre en compte ce phénomène. L'équation générale de diffusion est exprimée en fonction du gradient d'un potentiel chimique ϕ :

$$J = -sD \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} + k_s \frac{\partial}{\partial x} \left(\ln(\theta - \theta^z) \right) \right] \quad \text{Équation I-37}$$

J étant le flux de concentration de masse, D le coefficient de diffusion, s la solubilité (dans notre cas $s=1$), ϕ est la concentration normalisée ($\phi=c/s$ où c est la concentration de masse), k_s est le coefficient de l'effet Soret. θ et θ^z sont respectivement la température et le zéro absolu relatif à l'unité de température utilisée. Dans le cas de petites sections, on considère que l'équilibre thermique est instantané, ce qui permet d'omettre l'effet Soret. L'équation ci-dessus devient alors équivalente à une simple équation de diffusion basée sur la seconde loi de Fick :

$$J = -D \nabla c \quad \text{Équation I-38}$$

En utilisant la loi de conservation de masse et en exprimant la teneur en eau par l'humidité relative w ($w=c/\rho_0$) définie par rapport à la densité à base sèche, on obtient :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla w) \quad \text{Équation I-39}$$

Le flux hydrique q des faces exposées est défini par :

$$\frac{q}{\rho_0} = S(w_{air} - w_{surf}) \quad \text{Équation I-40}$$

où S représente l'émissivité de la surface qui dépend normalement de la vitesse de l'air ambiant. w_{air} et w_{surf} sont respectivement l'humidité relative de l'air et de la surface exposée à l'équilibre.

I.5.1. Essai de fluage et de recouvrance sur une petite éprouvette en traction

Afin de valider le modèle à cette échelle, on utilise des essais réalisés par Pittet (1996) sur des petites éprouvettes de l'ordre d'une vingtaine de fibres suivant l'épaisseur. Ces éprouvettes en pin maritime sont coupées dans la direction longitudinale avec les dimensions suivantes :

- 30 mm dans la direction longitudinale,
- 3 mm dans la direction transversale,
- 0.7 mm dans la direction radiale.

Parmi les différents essais présentés par Pittet, on choisit un essai de traction avec des conditions hydriques cycliques alternant entre 30% et 75% et une température constante de 21.5°C. Les éprouvettes sont placées dans une cellule hygrothermique qui permet de piloter d'une manière très précise les conditions environnementales. Les variations de l'humidité relative de l'air dans la cellule sont données par la figure suivante :

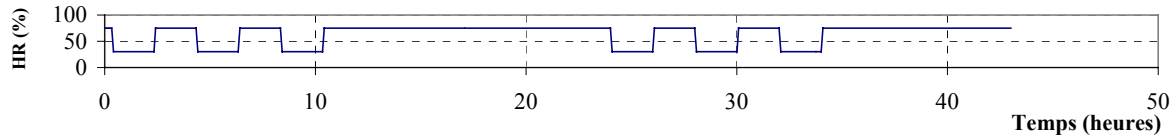


Figure I-14 Histoire de sollicitations hydriques, d'après Pittet (1996).

Notre simulation est effectuée au moyen d'éléments cubiques avec 20 points d'intégration (DC3D20). L'histoire hydrique est établie par la résolution de l'équation de diffusion de Fick. Les caractéristiques physiques du transfert hydrique utilisées sont similaires à celles données par Hanhijärvi (1995) et Toratti (1992). Le coefficient de diffusion transversal D et le coefficient d'émissivité S sont des fonctions exponentielles de l'humidité relative du bois :

$$\begin{aligned} D &= 8.10^{-11} \exp(4.0w) \text{ m}^2 / \text{s} \\ S &= 3.2 \cdot 10^{-8} \exp(4.0w) \text{ m} / \text{s} \end{aligned} \quad \text{Équation I-41}$$

La fonction w_{air} définissant l'humidité relative d'équilibre du bois est basée sur les travaux d'Avramidis (1989).

$$w_{air} = 0.01 \left[\frac{-T \ln(1-h)}{0.13(1-T/647.1)^{-6.46}} \right] \frac{1}{110.T^{-0.75}} \quad \text{Équation I-42}$$

Cette fonction est déduite des valeurs des isothermes de sorption trouvées par Zuritz et al. (1979), où T est la température en Kelvin et h est l'humidité relative de l'air. Six cycles hydriques d'une période de trois heures sont appliqués pendant les durées de fluage et de recouvrance. La simulation hydrique montre que l'équilibre hydrique dans la section de l'éprouvette s'établit durant les trente premières minutes de chaque demi-cycle.

Le niveau de contrainte appliquée sur l'éprouvette analysée correspond à 16% de la contrainte de rupture en traction dont la valeur moyenne est de 100 MPa. L'essai de fluage exploité est suivi par un essai de recouvrance avec un déchargement total. Les cycles hydriques continuent d'une manière périodique pendant la durée totale de l'essai. La figure ci-après montre l'histoire du chargement de l'éprouvette en traction.

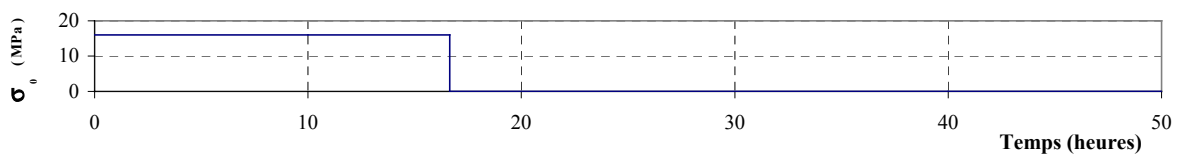


Figure I-15 Niveau de contrainte de traction appliqué à l'éprouvette, d'après Pittet (1996).

Dans notre modélisation, 7 chaînes de Maxwell sont utilisées pour décrire chacune des fonctions de relaxation (R_{1111} , R_{2222} , R_{3333} , R_{1212} , R_{1313} , R_{2323}). Les indices 1, 2 et 3 représentent respectivement les directions longitudinale, transversale et tangentielle. On considère que les fonctions R_{1122} , R_{1133} et R_{2233} peuvent être déduites à partir des fonctions de relaxation longitudinale et radiale et des coefficients de Poisson. Les complaisances de cisaillement S_{1212} et S_{1313} , sont supposées du même ordre de grandeur. Les paramètres du modèle sont définis selon le tableau ci-dessous :

Tableau I-2 Paramètres du modèle bois

μ	0	1	2	3	4	5	6
$1/\alpha_{\mu,1111}$	8.10^5	0.25	2.5	25		-	-
$E_{\mu,1111}$	2828	755	707	290	1180	1136	1603
$E_{\mu,2222}$	227	64	48	43	20	190	68
$E_{\mu,3333}$	147	44	32	30	14	128	46
$E_{\mu,1212}, E_{\mu,1313}$	166	48	35	31	15	138	50
$E_{\mu,2323}$	13	4	3	2	2	10	4
$a_{\mu,1111}$	-	-	-	-	3.10^{-2}	480	180
$a_{\mu,2222}$					0.1	1500	300
$b'_{\mu,1111}$	20.5	2	2	2	10	0.1	0.1
$b'_{\mu,2222}$	20.5	2	2	2	10	0.1	0.1
$1/\alpha_{\mu,2222}$	8.10^5	0.25	2.5	25		-	-

Les temps de relaxation suivant les directions radiale, tangentielle et de cisaillement sont de même ordre de grandeur ($1/\alpha_{\mu,2222}=1/\alpha_{\mu,3333}=1/\alpha_{\mu,1212}=1/\alpha_{\mu,1313}=1/\alpha_{\mu,2323}$). Les paramètres hydro-viscoélastiques et les paramètres des fonctions d'activation, reliées au niveau de contrainte $S_{v,ijkl}(\bar{\kappa})$ correspondant à ces directions, sont considérés identiques ($a_{\mu,2222}=a_{\mu,3333}=a_{\mu,1212}=a_{\mu,1313}=a_{\mu,2323}$ et $b'_{\mu,2222}=b'_{\mu,3333}=b'_{\mu,1212}=b'_{\mu,1313}=b'_{\mu,2323}$). Les paramètres b , c et d de la fonction $f(\dot{\omega})$ (Équation I-24) sont respectivement 0.88, -7.0 et 1.15. Les coefficients de Poisson et de retrait/gonflement utilisés sont :

$\nu_{LR}=0.37$	$\beta_L=0.0068$
$\nu_{LT}=0.42$	$\beta_R=0.18$
$\nu_{RT}=0.47$	$\beta_T=0.38$

L'incrément du calcul mécanique est choisi de telle sorte que les variations hydriques soient linéaires à chaque pas de temps.

La figure I-16 permet de comparer les résultats numériques des déformations totales et élastiques, ainsi que celles du retrait/gonflement à la réponse expérimentale obtenue par Pittet.

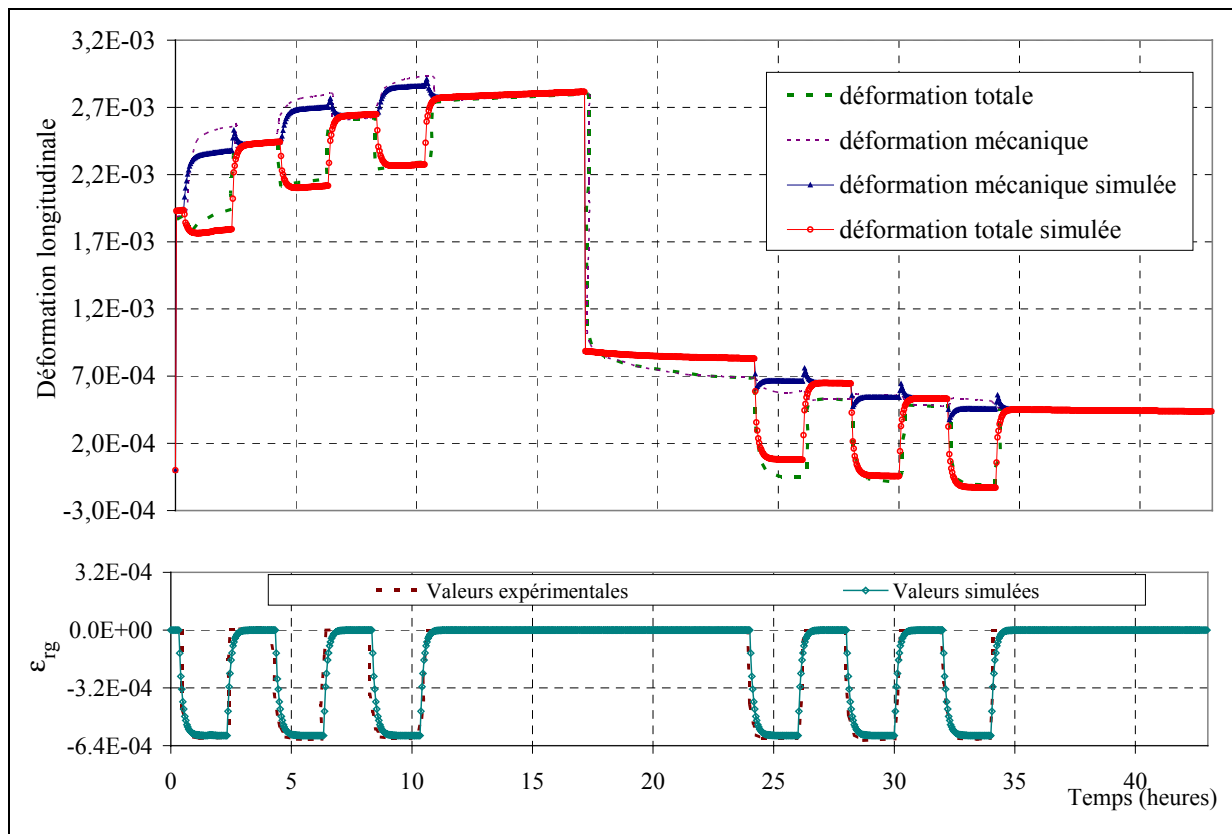


Figure I-16 Comparaison entre les résultats numériques de la modélisation tridimensionnelle et les valeurs expérimentales obtenues par Pittet (1996).

A partir de cette figure, on remarque que la modélisation approche bien la réponse expérimentale durant la période de fluage ainsi que durant la recouvrance. Ce comportement confirme les constatations de différents chercheurs concernant la réaction mécanosorptive à faibles niveaux de chargement, à savoir une amplification du fluage suite au séchage et une légère recouvrance suite à une humidification. La différence entre les résultats expérimentaux et numériques durant les premières heures de fluage et de recouvrance peut s'atténuer en augmentant le nombre des branches de Maxwell, afin de reproduire la cinétique du fluage durant cette petite période de transition.

La coïncidence entre les déformations de retrait/gonflement numériques et expérimentales permet de s'assurer du bon choix des coefficients d'hygro-expansion.

Concernant le comportement de l'éprouvette après déchargement, le phénomène de recouvrance partielle accéléré par les cycles hydriques est reproduit d'une manière satisfaisante. Ce phénomène dépend des combinaisons hydromécaniques appliquées durant l'essai de fluage. L'état de contrainte longitudinale des éléments situés dans l'épaisseur de l'éprouvette est présenté sur la figure ci-après :

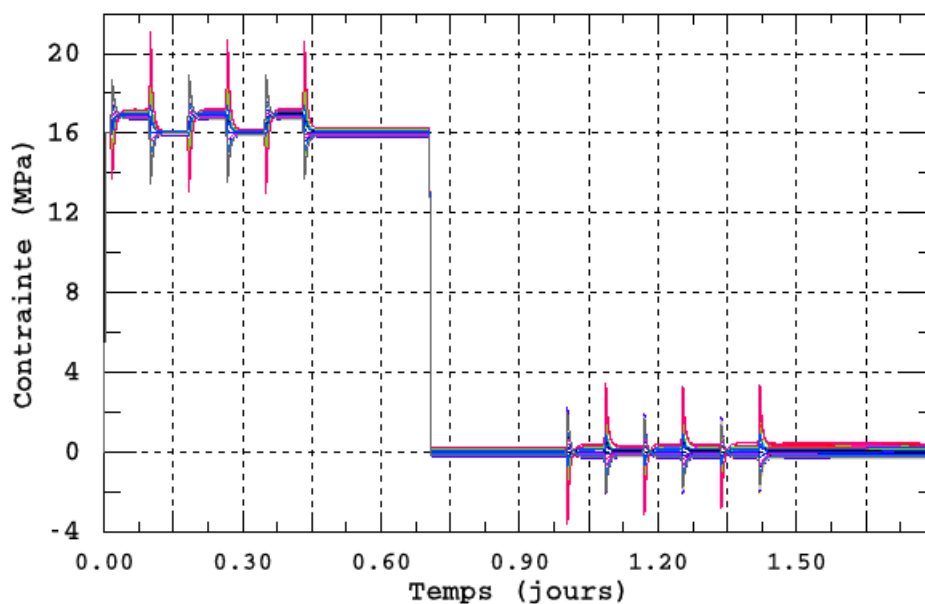


Figure I-17 Etat de contrainte longitudinale simulé.

Comme on peut le constater, les contraintes internes générées par les cycles hydriques sont faibles sauf durant la transition d'un état d'humidité relative de 30% à 75% dans un temps relativement court, ce qui constitue un choc hydrique important. On remarque aussi le changement de l'état de contrainte lié aux variations dimensionnelles que l'on suppose responsable de l'oscillation des déformations.

I.5.2. Essai de flexion sur des petites éprouvettes en flexion

Cette validation repose sur les essais de Houška et Bučar (1995) réalisés sur des petites éprouvettes dont la section est de 10 mm suivant la direction radiale et de 5 mm suivant la direction tangentielle. Ces essais couvrent deux niveaux de contrainte, 12.5% et 30% de la contrainte de rupture. Des conditions hydriques cycliques, avec une humidité relative alternant entre 33% et 95%, sont imposées durant toute la durée des essais. La simulation du transfert hydrique est effectuée avec les caractéristiques de sorption suivantes :

Tableau I-3 Caractéristiques de sorption, d'après Houška et Koc (2000)

Teneur en eau [%]	7,5	14	27
Coefficient de diffusion [m^2/s]	$1,16 \cdot 10^{-10}$	$2,31 \cdot 10^{-10}$	$5,12 \cdot 10^{-10}$
Emissivité de surface [m/s]	$8,36 \cdot 10^{-8}$		

La fonction (isotherme de sorption) utilisée dans cette simulation est identique à celle de l'application précédente. L'histoire hydrique calculée est injectée dans un calcul mécanique et cela pour les deux niveaux de contrainte examinés expérimentalement par Houška et Bučar (1995). Dans cette

modélisation, sept chaînes de Maxwell sont utilisées. Pour des états de contraintes de traction, les fonctions d'activation $S_{v,ijkl}(\bar{\kappa})$ et $f(\dot{\omega})$ dépendant respectivement du niveau de contrainte et de l'histoire hydrique (Équation I-24) sont identiques à celles de l'application précédente. Pour des contraintes de compression, seuls les paramètres $b'_{\mu,ijkl}$ de la fonction $S_{v,ijkl}(\bar{\kappa})$ changent à cause de l'importante différence entre la résistance du bois en traction et en compression. Par simplification on prends ($b'_{\mu,1111}=b'_{\mu,2222}=b'_{\mu,3333}=b'_{\mu,1212}=b'_{\mu,1313}=b'_{\mu,2323}$).

μ	0	1	2	3	4	5	6
$b'_{\mu,1111}(\text{compression})$	11.5	1.12	1.12	1.12	5.6	0.56	0.56

Effets des caractéristiques mécaniques

Les paramètres $E_{\mu,ijkl}$ des chaînes de Maxwell sont définis proportionnellement à ceux du Tableau I-2 avec des coefficients de proportionnalité déduits des rapports des modules d'élasticité instantanés des deux cas. Cette procédure permet de reproduire la flèche instantanée, mais reste sans effet direct sur le phénomène de fluage. Cependant Liu et *al.* (1992) montrent une influence du module d'élasticité sur le fluage de plusieurs éprouvettes soumises au même chargement, et ayant des modules d'élasticité axiaux différents. Dans leurs essais, Liu et *al.* utilisent une résistance de rupture moyenne, ce qui leur a permis de supposer un niveau de contrainte identique pour toutes les éprouvettes soumises au même chargement. Or cette considération met en cause la réflexion concernant l'effet du module d'élasticité puisque le niveau de contrainte par rapport à celui de la rupture manque de certitude. Ceci a un effet considérable sur la réponse du bois surtout à partir d'un niveau de contrainte de 35% (de la contrainte de rupture) et dans des conditions hydriques variables. D'ailleurs Liu et *al.* soulignent le manque d'exactitude dans la détermination du niveau de chargement après avoir constaté un comportement mécanosorptif non linéaire au dessous de 30% de la contrainte de rupture. En revanche, suite à des essais de fluage sur des petites éprouvettes en traction et en compression, Bengtsson (1999) ne constate pas d'effet direct du module d'élasticité sur le fluage relatif.

A partir de ces réflexions, on suppose que les modules d'élasticité agissent sur la réponse instantanée et sur la densité d'énergie de déformation mais pas directement sur la cinétique ou l'amplitude du fluage. Dans notre approche, l'effet des propriétés mécaniques est principalement concentré sur les caractéristiques de résistance à la rupture qui déterminent le niveau de contrainte. Ce dernier pilote en grande partie le comportement à long terme en modifiant la viscosité apparente du matériau (Équation I-16).

Déformations différées en compression et en traction

Bengtsson (1999) note que le phénomène de fluage est différent suivant que les éprouvettes soient sollicitées en traction ou en compression. Ses résultats expérimentaux montrent qu'en compression les déformations différées sont plus prononcées qu'en traction.

Une explication à cette constatation est donnée dans notre description qualitative du phénomène de fluage mécanosorptif. La prise en compte de cette différence dans le modèle quantitatif se fait par l'intermédiaire du niveau de sollicitation. En effet, la résistance d'une éprouvette en compression est inférieure à celle en traction. Ainsi pour le même chargement le niveau de contrainte en compression est plus important qu'en traction.

Comparaison des résultats

Dans la figure ci-dessous, on présente les résultats de simulation et les résultats expérimentaux de Houška et Bučar (1995) établis sur une durée de 16 jours.

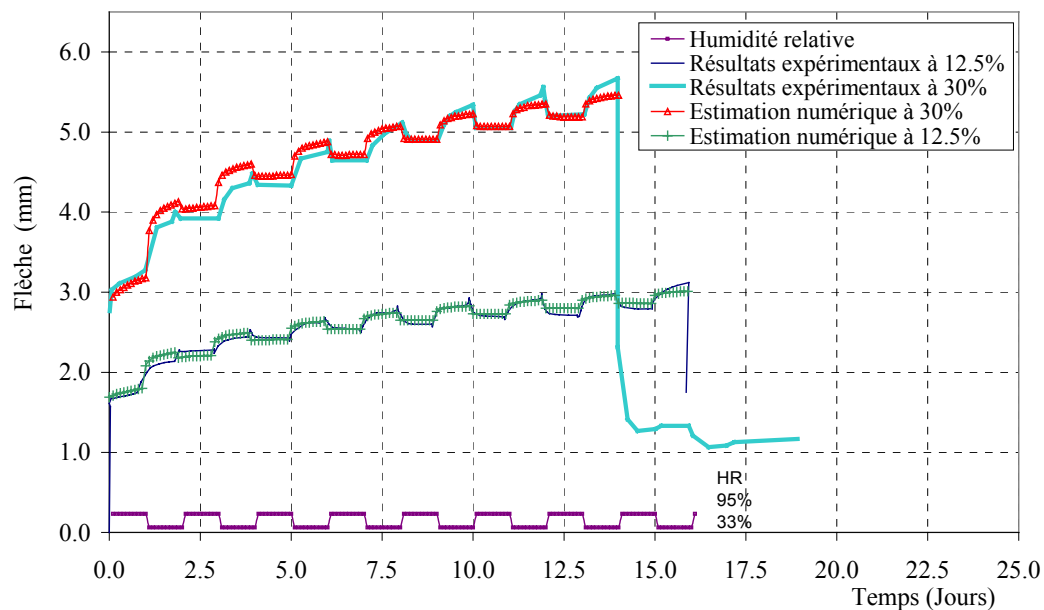


Figure I-18 Comparaison entre les résultats expérimentaux de Houška et Bučar (1995) et nos résultats numériques pour deux niveaux de chargement.

Le modèle numérique décrit bien l'effet du niveau de contrainte constaté sur cette figure. Le phénomène mécanosorptif observé sur l'éprouvette soumise à un niveau de contrainte de 12.5% semble se stabiliser à partir du dixième jour. Quant à l'éprouvette soumise à 30% de la contrainte de rupture, le fluage continue encore à s'amplifier.

On note qu'à l'état initial, la teneur en eau relative des éprouvettes était de 7.5%. Ainsi, au début de l'essai, les éprouvettes subissent une adsorption induisant l'accroissement de la flèche et non pas une recouvrance comme on peut le voir à partir du troisième cycle. Cette constatation est en conformité avec les observations expérimentales évoquant l'effet des premiers cycles d'adsorption sur le fluage. Pour le deuxième cycle d'humidification, aucune recouvrance significative n'a été constatée. Cela appuie l'approche adoptée qui consiste à introduire l'effet de l'histoire de sorption sur la réponse différée et non pas le nombre des cycles.

Les redistributions des contraintes axiales induites par les phénomènes d'hygro-expansion et de fluage sont présentées dans la Figure I-19. Les oscillations de contraintes observées sur l'éprouvette

soumise à un niveau de contrainte de 30% sont plus importantes que celles de l'éprouvette chargée à 12.5%. Cela se traduit par des fluctuations de flèche plus ou moins significatives selon l'amplitude du chargement.

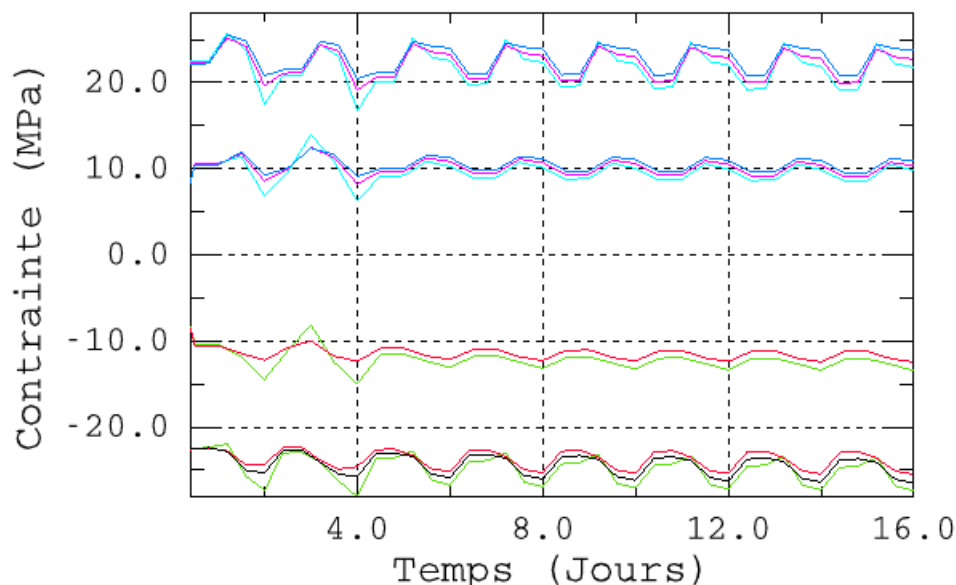


Figure I-19 Etat de contraintes maximales au milieu des éprouvettes pour les deux niveaux de chargement.

En comparant l'état de contrainte initial et final sur les fibres inférieures et supérieures de l'éprouvette, une augmentation du niveau de contrainte de compression est constatée. Cette évolution est générée par la dissymétrie et la non uniformité du fluage qui conduisent à des redistributions de contraintes en fonction du temps et des types de sollicitation.

I.5.3. Essai de fluage à l'échelle de la structure

Après avoir montré la pertinence du modèle développé pour des petites éprouvettes sollicitées en flexion et en traction axiale, il est important de l'examiner à l'échelle de structure. Pour cela, des essais présentés par Ranta-Maunus (2000) sont utilisés. Ces essais de fluage sont réalisés sur des poutres en flexion exposées à des conditions climatiques variables. Dans cette partie, on modélise le comportement différé d'une poutre en bois massif non traité ayant une section de 50x150 mm², et une portée de 5 mètres. La poutre est discrétisée par des éléments cubiques à 20 nœuds d'intégration. La simulation du transfert hydrique est effectuée suivant les conditions hydriques données par la pesée de petits échantillons témoins placés dans la même ambiance que la poutre examinée. Ainsi, l'histoire de sorption des faces exposées de la poutre est supposée identique à celle des petites éprouvettes. On note que les variations hydriques journalières ne sont pas prises en compte dans ce calcul puisque les mesures de variations hydriques déterminées expérimentalement sont bimensuelles. Les caractéristiques de sorption utilisées sont les mêmes que celles de l'Équation I-41 .

Sur la figure ci-après est présentée l'histoire des variations hydriques des différents nœuds de l'axe vertical situé au milieu de la section à mi-travée.

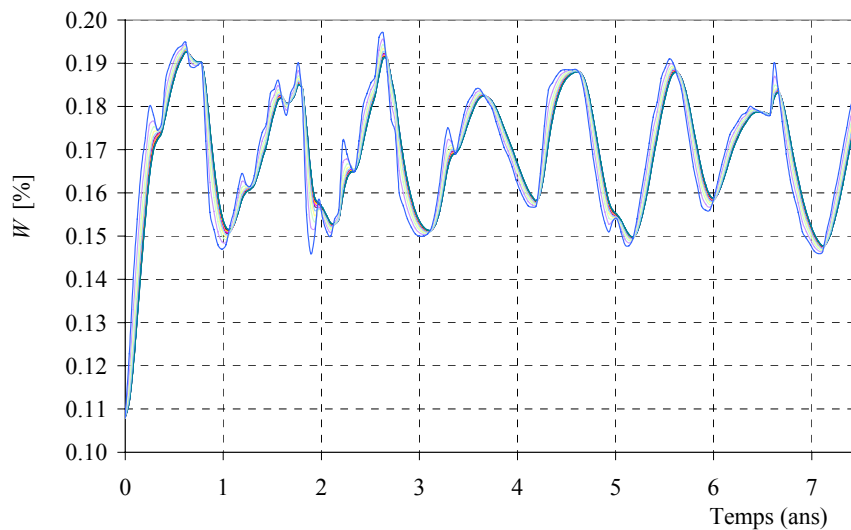


Figure I-20 Humidité relative interne du bois en plusieurs nœuds d'un axe de symétrie vertical.

Le faible gradient hydrique est principalement dû à la faible épaisseur de la poutre et aux conditions hydriques données par période de 15 jours. Cette période est suffisante pour atténuer considérablement les gradients hydriques dans la section.

L'évolution des champs hydriques simulés est ensuite introduite dans un calcul mécanique d'une durée de sept ans et demi. Ce calcul reproduit l'essai de flexion quatre points avec une contrainte maximale de 7 MPa. Les paramètres des séries de Maxwell $E_{\mu,ijkl}$ sont choisis identiquement aux essais précédents avec des coefficients de proportionnalité déduits du rapport des modules d'élasticité instantanés. Les fonctions d'activation sont de même identiques à celles utilisées précédemment. Ce choix est valable pour les bois résineux en vue de leurs microstructures semblables. Par ailleurs, deux bois résineux soumis aux mêmes sollicitations mécaniques et thermo-hydriques réagissent différemment et cela en fonction de leur résistance mécanique, leur densité d'énergie de déformation et aussi suivant leurs caractéristiques de sorption.

Le niveau maximal des contraintes appliquées au moment du chargement est supposé de l'ordre de 17% de la contrainte de rupture en traction et de 30% en compression.

L'évolution de la flèche

Sur la Figure I-21, on remarque que durant les deux premières années la poutre subit plus que 70% de son fluage relatif. Cependant, ce fluage ne semble pas se stabiliser principalement à cause du niveau relativement élevé du chargement. Des conditions climatiques plus sévères combinées à ce niveau de chargement auront probablement des conséquences plus importantes.

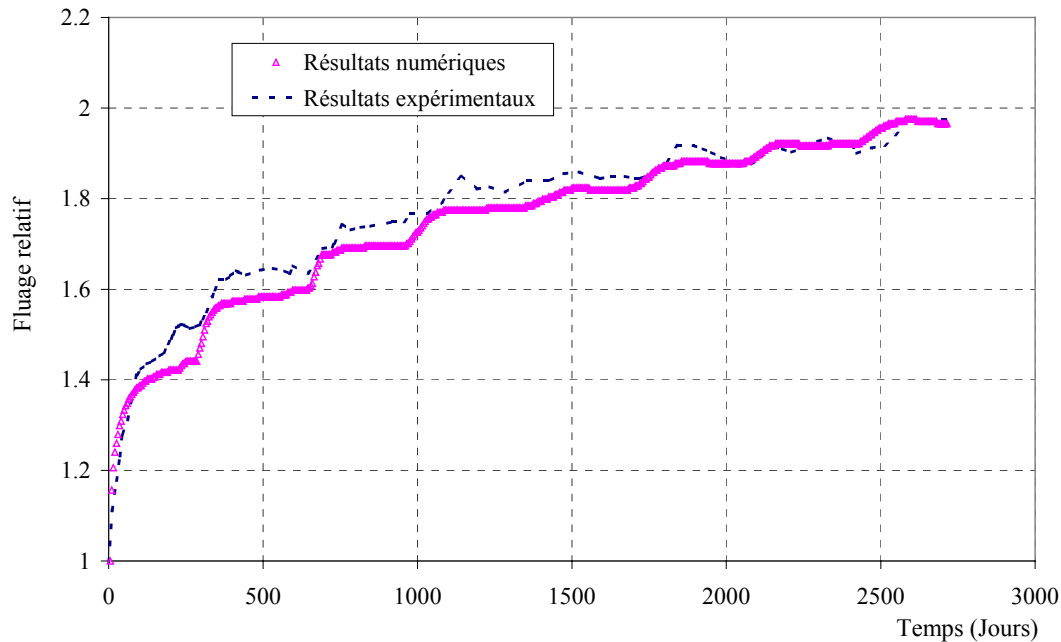


Figure I-21 Comparaison entre le fluage estimé numériquement et les résultats expérimentaux de Ranta-Maunus (2000).

La sous-estimation du fluage durant les deux premiers cycles provient vraisemblablement de l'approximation de l'état hydrique des faces exposées. Les variations climatiques au cours des deux premières années ont l'impact le plus important sur la réponse mécanosorptive, d'où la nécessité d'utiliser des relevés hydriques journaliers durant cette période. Néanmoins, une meilleure estimation de la réponse mécanosorptive pendant la première année ne signifie pas que l'amplitude du fluage à la fin de l'essai va être surestimée par le modèle. En effet, la prise en compte des variations journalières conduit à une accélération du fluage durant la première année mais sans affecter significativement l'amplitude de ce phénomène.

L'approche adoptée reproduit les effets hydromécaniques couplés qui rendent le fluage non linéaire et non uniforme. La modélisation du comportement différé d'une poutre exposée à des conditions climatiques variables par une fonction viscoélastique linéaire peut conduire à une mauvaise estimation de la déformée et des distributions de contraintes.

Finalement, on constate que les résultats obtenus à partir de cette modélisation tridimensionnelle semblent satisfaisants et permettent de projeter la réponse de la structure sur de longues durées.

I.6. Le potentiel du modèle combiné à un critère de rupture énergétique

Afin d'examiner la capacité du modèle associé à un critère de rupture énergétique local, nous effectuons une série de simulations sur une petite éprouvette de $[5 \times 10 \text{ mm}^2]$ et une poutre de $[50 \times 150 \text{ mm}^2]$ chargées en flexion.

On rappelle que la pertinence du critère énergétique est notamment liée à la performance du modèle de comportement qui détermine l'histoire des états de contraintes et de déformations.

La petite éprouvette est examinée avec des conditions hydriques constantes et des conditions hydriques cycliques entre 33% et 95% sur une période de 2 jours. Le choix de cette période est lié aux dimensions de la section étudiée (5x10 mm²). Les niveaux de contrainte examinés s'étendent de 30% à 80% de la contrainte de rupture. Les caractéristiques de sorption utilisées dans le calcul du transfert hydrique sont identiques à celles prises par Houška et Bučar (1995). Les paramètres du modèle sont les mêmes utilisés précédemment. La résistance à la rupture de la petite éprouvette est de 84 MPa en traction et de 45 MPa en compression. La densité d'énergie de déformation critique en traction est déterminée à partir de l'équation approximative utilisée par Lasserre (2000) :

$$e = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \quad \text{Équation I-43}$$

Pour la petite éprouvette, la densité critique utilisée dans le critère de rupture en traction est de 0.2 MJm⁻³. En compression, la détermination de la valeur critique est plus compliquée à cause du comportement non linéaire du bois à partir de 70% de la contrainte de rupture. En plus, le diagramme contrainte-déformation est fortement influencé par la teneur en eau du bois. Une valeur moyenne de 0.16 MJm⁻³ est adoptée dans cette analyse.

La poutre ayant une section de [50x150 mm²] est analysée dans des conditions hydriques constantes. La durée de vie est déterminée pour trois niveaux de chargement [60%, 65%, et 70%]. Les résistances de rupture de la poutre sont de 40 MPa en traction et 22 MPa en compression. Les densités d'énergie de déformation critiques sont de 0.07 MJm⁻³ en traction et de 0.024 MJm⁻³ en compression. Pour l'écoulement dans la phase de rupture décrit par l'Équation I-35, on prend :

en compression : $f(\dot{\varepsilon}^{irrev}) = 3.5 \cdot 10^2 \dot{\varepsilon}^{irrev}$ et $k=10$; en traction : $f(\dot{\varepsilon}^{irrev}) = 10^4 \dot{\varepsilon}^{irrev}$ et $k=2$.

Les résultats numériques obtenus sont comparés à la courbe de référence de Madison et à la droite de régression de Pearson, déterminées à partir des essais de flexion sur de petites éprouvettes sans défaut et à teneur en eau constante.

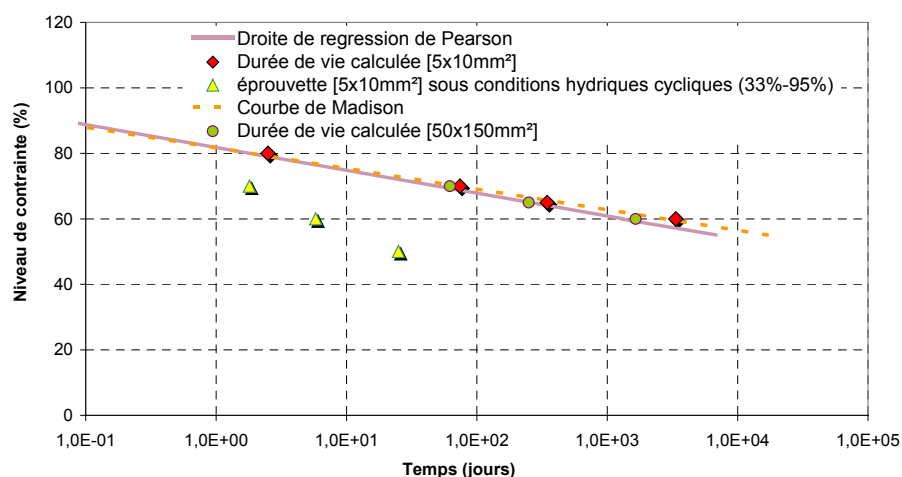


Figure I-22 Durées de vie simulées comparées aux courbes empiriques de (temps à l'échelle logarithmique).

Comme on peut le constater sur la figure ci-dessus, les résultats numériques des simulations à conditions thermo-hydriques constantes coïncident bien avec les courbes empiriques de référence. En plus, cette figure illustre bien l'effet des variations hydriques cycliques sur la durée de vie des éprouvettes. Par exemple, la durée de vie d'une éprouvette, chargée avec un niveau de 60% de la contrainte de rupture à teneur en eau constante, passe de 3180 jours à 5 jours sous l'effet des conditions hydriques cycliques comprises entre 33% et 95%.

Les éprouvettes chargées à 70% résistent à l'effet d'un cycle, ainsi leur durée de vie est réduite de 42 jours à un peu moins que 2 jours. Cette forte réduction de durée de vie est liée aux conditions hydriques extrêmes utilisées dans cette simulation.

La figure I-23 montre l'évolution de la flèche au milieu des éprouvettes, pour différents niveaux de chargement et à teneur en eau constante.

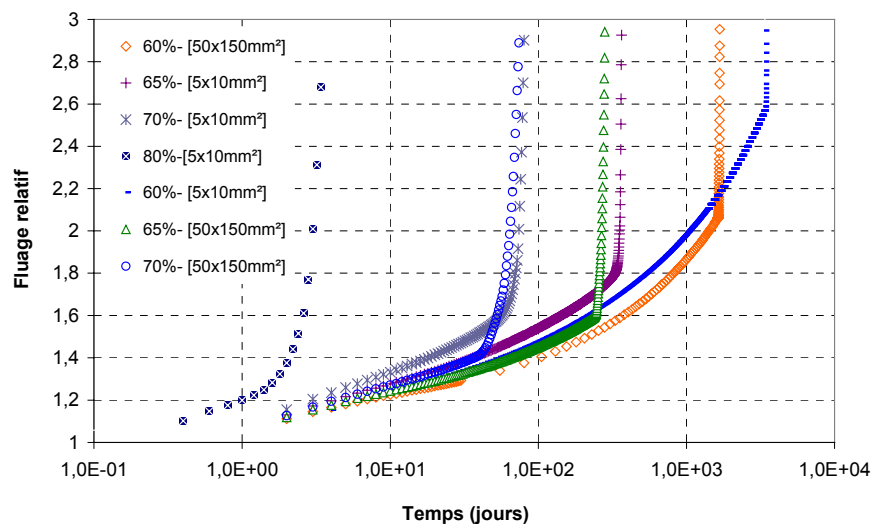


Figure I-23 Le phénomène de rupture par fluage pour différents niveaux de chargement (temps à l'échelle logarithmique).

Le critère énergétique utilisé permet de détecter les zones qui dépassent la densité d'énergie de déformation critique. Les éléments concernés sont fortement endommagés et perdent localement leurs rigidités. On constate dans ces simulations que le début de la rupture est généralement déclenché par la plastification de la zone comprimée la plus sollicitée.

Les courbes concernant les niveaux de contrainte supérieurs à 50% peuvent être décomposées suivant deux ou trois phases de fluage primaire, secondaire et tertiaire. Cette dernière phase est générée par l'accumulation d'endommagement conduisant ainsi à la rupture de l'éprouvette modélisée.

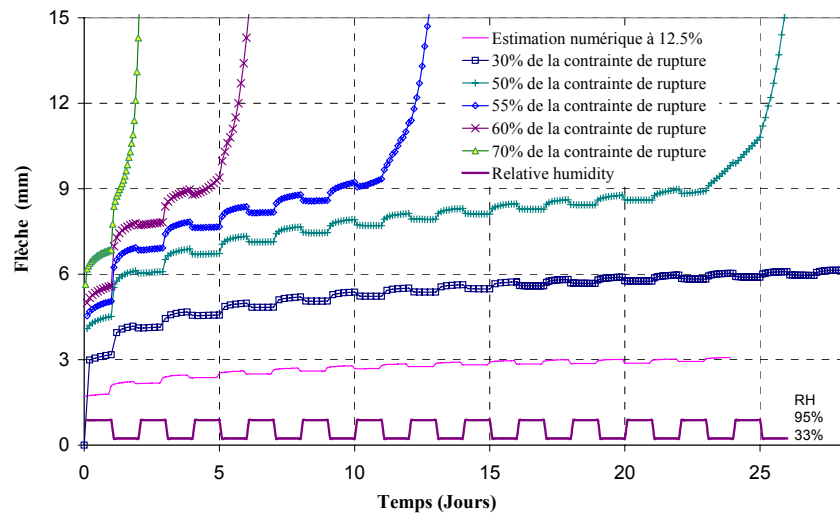


Figure I-24 Evolution de la flèche pour différents niveaux de chargement

Dans des conditions hydriques très sévères (figure 1-24), seules les poutres soumises à des niveaux de contrainte inférieurs à 12.5% de la contrainte de rupture semblent atteindre un fluage limite. On rappelle que la réponse mécanosorptive à des combinaisons hydro-mécaniques varie suivant les dimensions de la structure. Ainsi, les grandes sections réagissent différemment suivant la période et l'amplitude des cycles hydriques.

I.7. Conclusion

Une brève description des mécanismes physico-chimiques générés à l'échelle de l'ultra-structure a permis de mieux comprendre l'implication des zones amorphes, interceptant les chaînes celluliques des fibrilles, dans la réponse mécanosorptive. Ces mécanismes agissant sur la stabilité des microfibrilles sont activés par les phénomènes de sorption. Le passage de l'approche qualitative à une modélisation quantitative est effectué d'une manière phénoménologique. Cela consiste à exprimer le caractère visqueux de la paroi cellulaire par des fonctions d'activation hydromécanique non linéaires, pilotant les fonctions de temps de relaxation d'un modèle rhéologique tridimensionnel. Ces fonctions d'activation traduisent les effets du niveau de contrainte, du taux de variation hydrique, et de l'histoire cumulée de ces variations sur le phénomène de fluage.

Le modèle, implanté dans un code de calcul aux éléments finis (ABAQUS), offre un moyen de calcul 3D capable de reproduire le fluage propre, l'effet mécanosorptif, ainsi que les phénomènes de recouvrance et d'hygro-expansion. En plus, la loi de comportement est associée à un critère de rupture énergétique qui permet de passer d'une phase de fluage tertiaire à un écoulement adoucissant. Cette approche permet de décrire le phénomène de rupture induit par les effets différés et d'estimer la durée de vie de la structure.

Plusieurs essais de validation, à différentes échelles de structure, ont permis de vérifier le bien fondé de l'approche proposée. Un premier essai de fluage et de recouvrance, réalisé par Pittet (1996) sur une éprouvette en traction avec des cycles hydriques, a servi à l'identification des paramètres du modèle par méthode inverse. La simulation d'essais réalisés par Houška et Bučar (1995) sur des éprouvettes en flexion avec des conditions hydriques cycliques a permis de montrer la validité du modèle pour différents niveaux de contrainte.

En outre, la modélisation d'un essai de flexion réalisé par Ranta-Maunus (1991-2000) sur une poutre en bois massif, dans des conditions climatiques variables, confirme l'applicabilité du modèle à différentes échelles de structure. Dans notre approche, l'effet d'échelle agit sur la détermination des contraintes de rupture qui définissent les niveaux de chargement, et sur les densités d'énergie de déformation critiques qui permettent de détecter la phase de rupture.

Les modélisations présentées nécessitent, en premier, la simulation des phénomènes de sorption afin d'estimer l'histoire hydrique en chaque point d'intégration. Les histoires de chargement mécanique et des variations hydriques déterminent le pas de calcul mécanique. En effet, les incréments de temps choisis doivent nous permettre d'approcher les variations hydriques et les déformations mécaniques par des fonctions linéaires.

La pertinence du critère de rupture, associé à la loi de comportement, est vérifiée par la simulation numérique d'éprouvettes de différentes sections, chargées en flexion avec différents niveaux de contrainte. Les résultats numériques sont ensuite comparés aux courbes empiriques de référence (courbe de Madison, 1947, et droite de régression de Pearson, 1972). A la suite de cette analyse de durée de vie effectuée sans variations hydriques, une nouvelle série de simulation est réalisée avec

des conditions hydriques cycliques afin de montrer l'impact de ces conditions sur le comportement différé et la durée de vie de ces éprouvettes. Les résultats obtenus sont très encourageants, ce qui confirme l'intérêt du modèle, principalement pour des sollicitations parallèles aux fibres de bois.

Le fluage mécanosorptif suivant les directions transversales et dans les plans de cisaillement est beaucoup moins exploré expérimentalement, ce qui n'a pas permis de présenter des applications de validation. En plus, la pertinence du critère de rupture utilisé n'a pas été vérifiée pour ces directions, d'où la nécessité de mener des campagnes d'essais de fluage mécanosorptif couvrant plusieurs configurations de chargement perpendiculaire aux fibres avec des conditions hydriques variables.

Le modèle développé s'adapte à plusieurs champs d'application comme les structures mixtes qui nécessitent une description précise des cinétiques et des amplitudes du fluage des différents matériaux constitutifs. En effet, le fait d'associer plusieurs matériaux avec des comportements différés très distincts rend la réponse des structures mixtes très compliquée. Dans ce contexte, on présente dans le chapitre III une analyse du comportement différé des structures bois-béton.

Chapitre II

Description et modélisation des effets différés du
matériau béton

II.1. Introduction

Le béton subit dès son jeune âge des mécanismes physiques et chimiques complexes qui jouent un rôle déterminant dans son comportement à court et à long terme. Le processus d'hydratation du béton, sa microstructure, et les conditions thermohydromécaniques auxquelles il est soumis constituent les principaux ingrédients de ses phénomènes de vieillissement, de fluage, et de retrait. L'eau dans le béton et les échanges hydriques avec le milieu ambiant pilotent en grande partie ces phénomènes. Les fissurations excessives et les fissurations constatées sur un certain nombre d'ouvrages sont souvent liées à la sous-estimation des effets différés couplés.

L'objectif de ce chapitre est de décrire les phénomènes différés du béton, et de proposer un outil de modélisation capable de reproduire son comportement pour des chargements de service et dans des conditions d'humidité relative comprises entre 50% et 100%.

La première partie comporte une description de la structure morphologique du béton, des états de l'eau et de ses localisations, afin de mieux comprendre les phénomènes physico-chimiques agissant à l'échelle de la microstructure. Ensuite, une brève étude des aspects différés et des principaux résultats expérimentaux concernant les phénomènes de retrait, de vieillissement et de fluage a permis de comparer plusieurs approches qualitatives proposées dans la littérature. Une attention particulière est consacrée aux effets de séchage et au phénomène de rupture par fluage souvent omis dans la modélisation différée du béton.

La deuxième partie regroupe la modélisation des différents phénomènes mis en jeu. Trois exemples de validation sont ensuite présentés afin de vérifier la pertinence des approches utilisées.

II.2. Structure et morphologie du béton

La microstructure et la morphologie poreuse du béton sont reliées à la quantité d'eau qui l'imprègne. L'eau réagit avec le ciment pour former principalement le gel C-S-H (Silicate de calcium hydraté) qui est à l'origine du durcissement et du pouvoir adhérent avec les autres composants du béton. Le gel C-S-H a une structure en feuillet formée de petits cristaux mal cristallisés, avec une surface spécifique très élevée. La cohésion des C-S-H est due en partie aux forces de Van der Waals entre ces particules colloïdales. Selon Clark et *al.* (1999), le processus chimique d'hydratation est divisé en cinq étapes (Figure II-1).

La structure finale de la pâte de ciment contient des grains de ciment partiellement hydratés, des espaces capillaires remplis partiellement ou complètement d'eau, et des hydrates (principalement des C-S-H et de la portlandite $\text{Ca}(\text{OH})_2$). Ces derniers remplissent graduellement les espaces entre les grains de ciment.

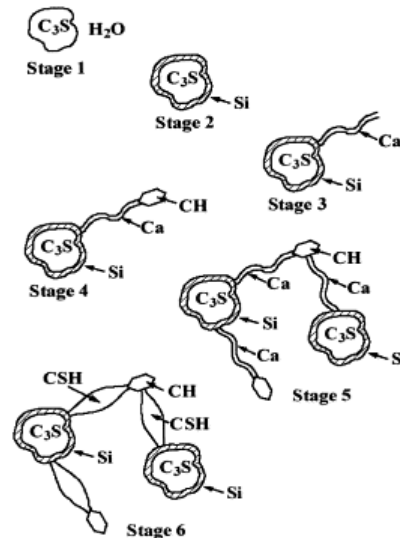


Figure II-1 Processus d'hydratation, d'après Clark et al. (1999).

La porosité de la pâte est classée suivant deux catégories :

- la porosité capillaire, vestige de la porosité initiale du clinker, avec une dimension caractéristique située dans la plage 0,01 -50 μm .
- la porosité du gel C-S-H avec une dimension caractéristique de l'ordre du nanomètre. Ces pores présentent 28% du volume total des hydrates.

Cette structure de base est en grande partie responsable des propriétés physico-chimiques du béton.

II.2.1. L'eau dans la pâte de ciment

L'eau agit différemment dans les phénomènes différés du béton suivant sa localisation et son état (figure II-2). Cette eau est généralement classée suivant la nature de sa liaison avec la pâte de ciment. Ainsi on distingue :

- L'eau combinée chimiquement : cette eau est une partie intégrante des feuillets C-S-H. Son départ n'est possible qu'à très haute température par décomposition des particules de gel C-S-H.
- L'eau zéolitique (interfeuille) : cette eau est retenue entre les feuillets de C-S-H par des liens hydrogènes sans qu'elle soit combinée chimiquement. Son évaporation commence à des taux d'humidité inférieurs à 30%.
- L'eau adsorbée : cette eau forme des couches d'une à six molécules liées physiquement par des ponts hydrogènes. Les forces d'attraction assurant la liaison sont de faible intensité. Ainsi une grande partie de cette eau peut être libérée si le taux d'humidité est inférieur à 50%.

- L'eau capillaire : il s'agit du surplus d'eau qui n'a pas participé à la réaction d'hydratation. Cette eau est classée en eau libre ou non libre en fonction de l'importance des forces de surface. L'eau libre est contenue principalement dans les pores capillaires de dimension supérieure à $10\text{ }\mu\text{m}$. Son départ n'induit pas un retrait important dans la pâte de ciment. L'eau non libre est retenue par des tensions capillaires dans les pores de dimension inférieure à $0,05\text{ }\mu\text{m}$. Son départ, activé pour des taux d'humidité inférieurs à 90%, influence d'une manière importante le retrait de la pâte de ciment.

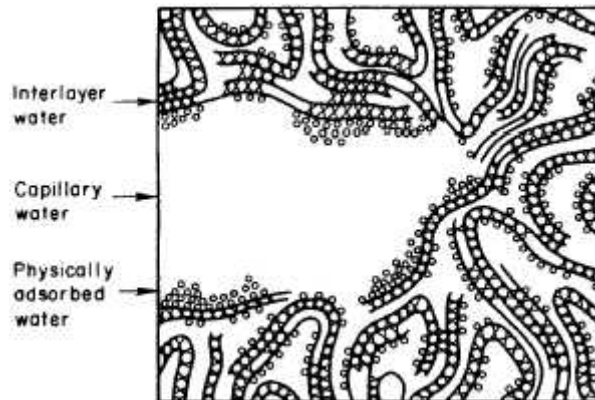


Figure II-2 Représentation schématique des C-S-H et de l'état de l'eau qui y est associé, d'après Feldman et Sereda (1970).

II.3. Retrait endogène

Au cours de la réaction d'hydratation, Le Châtelier a constaté une contraction de la pâte de ciment. Le volume total des hydrates est inférieur de près de 10% du volume total de ses constituants (Buil, 1979).

Après formation du squelette minéral rigide, la diminution de volume due à la consommation de l'eau par la réaction d'hydratation est incompatible avec la déformation admissible du squelette. Cela entraîne la formation de ménisques (des vides gazeux) dans les pores capillaires initialement saturés en eau. La différence de pression entre la phase liquide et la phase gazeuse se traduit par une dépression compensée par une compression de la phase solide de la pâte. Ce phénomène est à l'origine du retrait d'autodessiccation (ou retrait endogène) généré à court terme. Ce retrait augmente rapidement lorsque le rapport E/C diminue, comme c'est le cas des bétons de haute performance caractérisés par une porosité capillaire très fine et de fortes pressions capillaires.

A long terme, la déformation du retrait endogène ne peut être attribuée à la réaction d'hydratation puisque cette dernière évolue très lentement au bout d'un an par rapport à la déformation observée. Hua (1995) attribue cette déformation au fluage relatif de la matrice sous une pression interne quasi constante. Cette supposition reflète une interaction entre le phénomène de fluage propre induit par la pression des pores capillaires et le retrait d'autodessiccation à long terme.

II.4. Retrait thermique

La réaction d'hydratation du ciment est fortement exothermique. La prise et le durcissement du béton se font avec une température supérieure à la température ambiante, surtout dans le cas de structures massives. Le passage à la température d'équilibre produit le retrait thermique. Ce retrait d'origine physico-chimique concerne principalement les structures dont l'épaisseur dépasse 30 cm.

Outre les dimensions de la structure, d'autres paramètres comme les coefficients d'échange et de transfert thermique, le coefficient d'expansion, et les caractéristiques mécaniques du béton utilisé influencent l'amplitude de ce retrait. Le pic thermique est atteint au bout de 20 à 40 heures du début de la réaction d'hydratation, tandis que la durée de refroidissement est proportionnelle au carré de l'épaisseur de la section. La courbe d'évolution thermique, déterminée lors de l'hydratation du ciment, est selon le concept d'Arrhenius une fonction intrinsèque du matériau (Ulm et Coussy 1996). Cela facilite l'estimation des effets thermomécaniques.

A ce retrait relié à la réaction d'hydratation s'ajoute le retrait thermique d'origine climatique. Les effets de ce dernier sont liés à la portée et aux conditions aux limites de la structure.

II.5. Séchage du béton

D'un point de vue strictement chimique, la réaction d'hydratation nécessite un rapport $E/C=0,22$ pour hydrater tout le ciment. Cependant, d'un point de vue physico-chimique, il faut un rapport bien plus important. Ainsi, l'eau non utilisée lors de l'hydratation se trouve non liée chimiquement (Acker, 1988). Après décoffrage, le béton exposé à un degré d'hydratation moyen de l'ordre de 60% à 80% subit un choc hydrique. Ainsi, le phénomène de transport hydrique est activé afin d'assurer l'équilibre thermodynamique avec l'atmosphère.

Le séchage met en jeu des phénomènes complexes d'adsorption/désorption moléculaire et d'évaporation/condensation qui se produisent à l'échelle microscopique. La difficulté de trouver des lois capables de présenter ces phénomènes amène à une description macroscopique du transfert massique par des lois de diffusion classiques de type Darcy pour les phases liquides, et de type Fick pour les phases gazeuses.

Le processus du transfert hydrique dans le béton est très lent (1000 à 10000 fois plus lent que celui du transfert thermique) (Acker et Ulm 2001). Pour une épaisseur usuelle (supérieure à 10 cm) de béton placé dans une humidité relative d'air de l'ordre de 50%, le séchage agit sur une profondeur de 3 cm de la surface exposée dans les 5 premiers jours. Il faut attendre 1 an pour que le séchage commence à 8 cm de la surface (Acker 1980).

Malgré sa lenteur, le séchage génère d'importants phénomènes hydromécaniques couplés. Pour mieux comprendre les effets du séchage sur le comportement mécanique, plusieurs phénomènes sont définis suivant des mécanismes distincts. On distingue le retrait de dessiccation, le fluage de dessiccation, et les interactions séchage-fissuration.

II.6. Le retrait de dessiccation

Ce phénomène est la conséquence macroscopique première du séchage du béton (Granger 1996). La différence entre la déformation de retrait total et de retrait endogène est considérée comme étant la composante relative au retrait de dessiccation. Pour mesurer le retrait de dessiccation d'une éprouvette subissant le séchage, il est important que ses caractéristiques mécaniques soient au départ presque identiques à celles d'une éprouvette protégée permettant de déterminer le retrait endogène. Cette condition est en principe assurée si l'éprouvette subissant le séchage n'est pas exposée aux variations climatiques avant la stabilisation de la réaction d'hydratation. En effet, le phénomène de séchage empêche la réaction d'hydratation lorsque l'humidité relative descend au dessous de 70% à 80% (Xi et al. 1994), affectant ainsi les caractéristiques mécaniques du béton.

Par ailleurs, la mesure du retrait de dessiccation sur des éprouvettes de différentes épaisseurs montre un effet d'échelle bien marqué. Cela signifie que la réponse hydromécanique comporte un ou plusieurs phénomènes intrinsèques au matériau béton, et des effets de structure reliés à la géométrie et aux dimensions de la structure.

Le retrait de dessiccation suit le phénomène de séchage. Le gradient hydrique généré lors du séchage induit une déformation de retrait de dessiccation différentielle. Suivant l'épaisseur de la section, les déformations de la zone subissant le séchage se trouvent plus ou moins bloquées par la zone interne. Cela conduit à de fortes contraintes de traction qui dépassent couramment la résistance de traction du béton (Figure II-3).

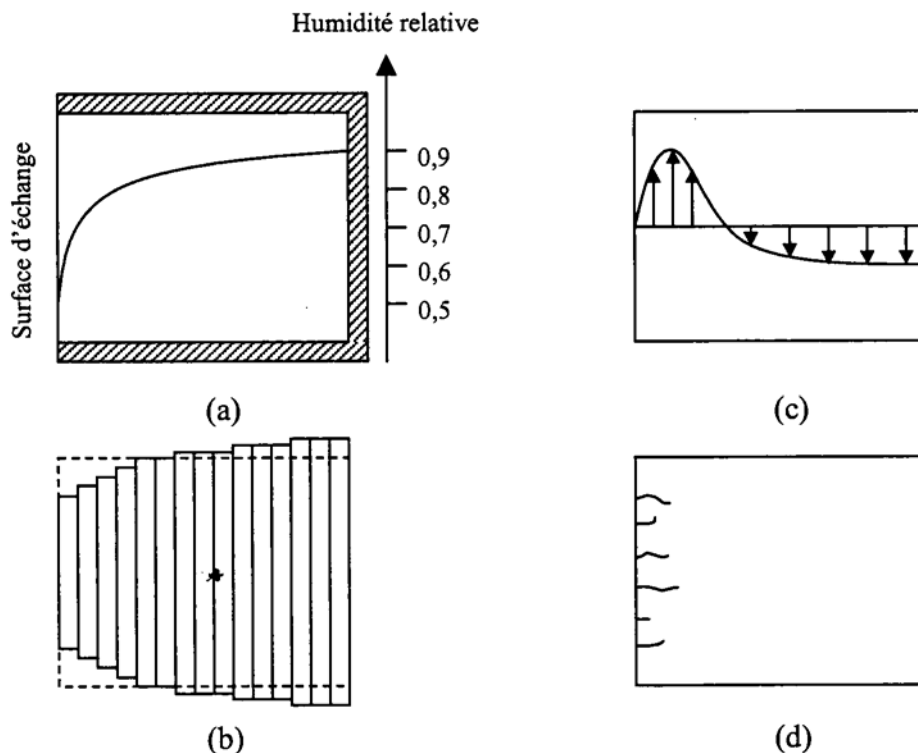


Figure II-3 (a) Illustration du séchage non uniforme (b) déformations induites (c) champ de contraintes internes (d) fissuration de peau, d'après Bazant (1988) et van Zijl (2000). [Figure tirée de Witasse 2000]

Les observations au microscope électronique à balayage, sur des éprouvettes en mortier, mettent en évidence l'existence de fissures dont l'ouverture est typiquement comprise entre 0.25 et 50 μm (Bisschop et van Mier 2002). Ces fissures apparaissant sur la peau du béton réduisent la déformation apparente du retrait, d'où l'origine de l'effet structural sur la déformation de retrait de dessiccation apparente du béton. Cet effet rend difficile l'exploitation de la mesure du retrait de dessiccation. D'où l'intérêt de mesurer le retrait de dessiccation sur des petites éprouvettes (de l'ordre de quelques millimètres) afin de réduire l'effet de structure et de quantifier plus facilement le retrait de dessiccation intrinsèque.

II.6.1. Mesures expérimentales du retrait sur de petites éprouvettes

Les mesures de la déformation de retrait de dessiccation, effectuées sur des petites éprouvettes en béton, montrent une relation quasi linéaire entre l'humidité relative interne et le retrait de dessiccation pour une plage d'humidité relative comprise entre 40% et 100% (Alvaredo et al. 1995, Baroghel-Bouny et al. 1999, voir figure ci-dessous).

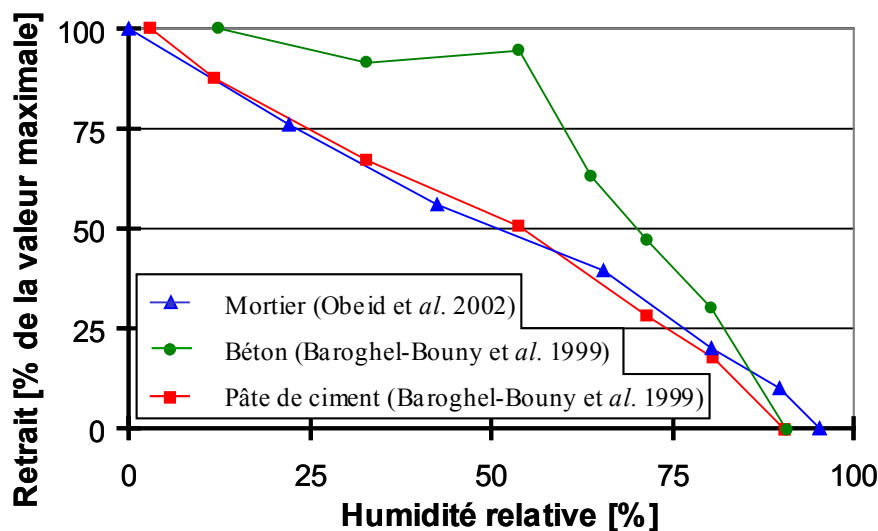


Figure II-4 Evolution de la déformation du retrait en fonction de l'humidité relative (Baroghel-Bouny et al. 1999, Obeid et Allichio 2002. [Figure tirée de Benboudjema 2002])

Les mesures présentées sont effectuées en diminuant l'humidité relative environnante par paliers successifs.

La relation entre le retrait de dessiccation et l'humidité relative devient bien plus complexe dans des conditions d'humidité relative cycliques. Les observations expérimentales montrent une déformation irréversible entre 50 et 65% d'humidité relative apparaissant principalement au cours du premier cycle de séchage-humidification (Parrott et Young 1982).

II.6.2. Explication qualitative du retrait de dessiccation

Le phénomène du retrait de dessiccation résulte du départ de l'eau liée au squelette solide. Plusieurs modèles sont proposés pour décrire ce phénomène (Tableau I-1). Ces modèles reposent principalement sur trois mécanismes :

- Retrait par variation de la pression capillaire : la diminution de l'humidité relative dans les pores capillaires provoque une diminution de la pression dans la phase liquide et génère des tensions capillaires à l'interface liquide/gaz. Cela entraîne la contraction du squelette solide.
- Retrait par tension surfacique : la tension surfacique au niveau des particules de gel C-S-H augmente lors d'une désorption en provoquant une contraction du squelette solide.
- Retrait par diminution de la pression de disjonction : la pression de disjonction est générée par l'eau fortement adsorbée dans la zone interfoliaire (ou interfeuillet) dite zone d'adsorption empêchée. Cette pression s'oppose aux forces d'attraction qui existent entre les particules de C-S-H. Le départ de cette eau diminue la pression de disjonction et provoque la contraction du squelette solide.

Tous ces mécanismes donnent une description du phénomène de retrait de dessiccation intrinsèque sur la base d'interaction entre l'eau et la structure morphologique du béton, d'où l'influence de la porosité, du volume de la pâte de ciment, et de la finesse de ses composants ; la pâte de ciment étant le siège des phénomènes physico-chimiques responsables du retrait.

Tableau II-1 Les différents mécanismes de retrait de dessiccation (Soroka 1979).

	Humidité relative					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Powers (1965)	← Pression de disjonction → ← Pression capillaire →					
Ishai et Glucklich (1965)	← Energie surfacique → ← Pression capillaire →					
Feldman et Sereda (1970)	← Eau interfoliaire → ← Pression capillaire & énergie surfacique →					
Wittmann (1968)	← Energie surfacique → ← Pression de disjonction →					

II.7. Fluage du béton

Depuis les premiers travaux sur le béton précontraint avec Freyssinet en 1908, les ingénieurs ont pu constater l'importance de l'effet du fluage sur le comportement des structures. En effet, la durabilité et l'état de service des ouvrages en béton dépendent en grande partie de la prise en compte de ce phénomène.

Malgré les nombreuses études réalisées sur ce sujet, les modèles de fluage utilisés dans le dimensionnement sont basés sur l'extrapolation des résultats obtenus à partir d'essais à court et à moyen terme. Ces essais effectués en laboratoire restent limités au niveau des conditions d'expérimentation, de la durée d'essai, et de la taille des éprouvettes examinées.

Ces facteurs génèrent bien plus que des effets secondaires puisqu'ils agissent directement sur l'amplitude et la cinétique du fluage, et sur son interaction avec d'autres effets différés. Les fonctions réglementaires utilisées pour prendre en compte le fluage dans le dimensionnement des structures fournissent différentes estimations globales selon les paramètres considérés par chaque fonction (caractéristique mécanique du béton, humidité ambiante moyenne, rayon moyen de la section, temps de chargement ...). En général, plus le nombre de paramètres est important, plus les résultats sont précis. Néanmoins, les fonctions utilisées considèrent une déformation de fluage uniforme dans la section, ce qui ne traduit pas la réalité de ce phénomène. En effet, le fluage est fortement dépendant de l'état hydrique du béton qui est loin d'être uniforme, surtout dans le cas des grandes sections où le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre hydrique est du même ordre de grandeur que la durée de service de la structure. Cet état hydrique variable constitue le moteur de plusieurs phénomènes physico-chimiques ainsi que d'autres effets de structure.

Pour les grands ouvrages dont la durabilité et l'état de service constituent un enjeu important au niveau de la sécurité publique et au niveau économique, il est nécessaire de se baser sur des approches physiques solides pour déduire des lois de comportement pertinentes qui prennent en compte la spécificité de ces structures. Ainsi, il serait possible de donner une estimation locale et globale des effets différés dans le temps.

La communauté scientifique reconnaît qu'il existe deux phénomènes physico-chimiques distincts à l'origine du fluage du béton : le fluage propre, et le fluage de dessiccation.

II.7.1. Le fluage propre

La déformation du fluage propre est définie comme étant la déformation mesurée dans le temps d'une éprouvette chargée à l'instant t_0 en partant d'un état hydrique et thermique uniforme gardé constant tout au long de l'essai. Cette déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée pour des niveaux de chargement inférieurs à 50% de la charge ultime (Bažant 1988).

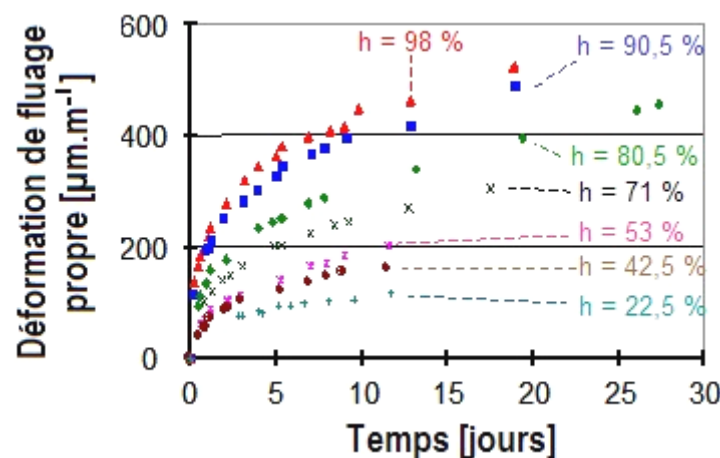


Figure II-5 Effet de l'état hydrique interne sur l'évolution du fluage propre (Wittmann 1970).

L'eau joue un rôle essentiel dans le mécanisme de fluage propre comme on peut le voir sur la figure ci-dessus. Les différents essais de fluage propre montrent une réponse quasi proportionnelle à l'état hydrique uniforme de l'éprouvette (Figure II-5). Plus l'humidité relative uniforme d'un béton préalablement séché est basse, plus sa déformation de fluage propre est faible. Acker (1988) montre que pour une éprouvette séchée à 105°C le fluage est quasi nul.

II.7.1.1. Origine physico-chimique du fluage propre

L'analyse du phénomène de fluage propre sur des pâtes de ciment et de béton met en évidence deux régimes cinétiques distincts (Guénot-Delahaie 1997), ce qui appuie l'hypothèse qu'ils sont issus de deux mécanismes physiques différents (Ulm et Acker 1998).

➤ Un mécanisme à court terme

On trouve dans la littérature plusieurs descriptions de mécanismes supposés à l'origine du fluage propre à court terme. Nous présentons ici le mécanisme qui semble le plus probable et qui a été proposé par Ruetz (1966) et repris ensuite par Wittmann (1982) et Ulm et *al.* (1999). Ces auteurs attribuent ce mécanisme à la diffusion de l'eau adsorbée dans la porosité capillaire. Cette diffusion est induite par les efforts extérieurs transmis à l'échelle microscopique à travers l'interface des hydrates entourant les pores capillaires (Figure II-6a).

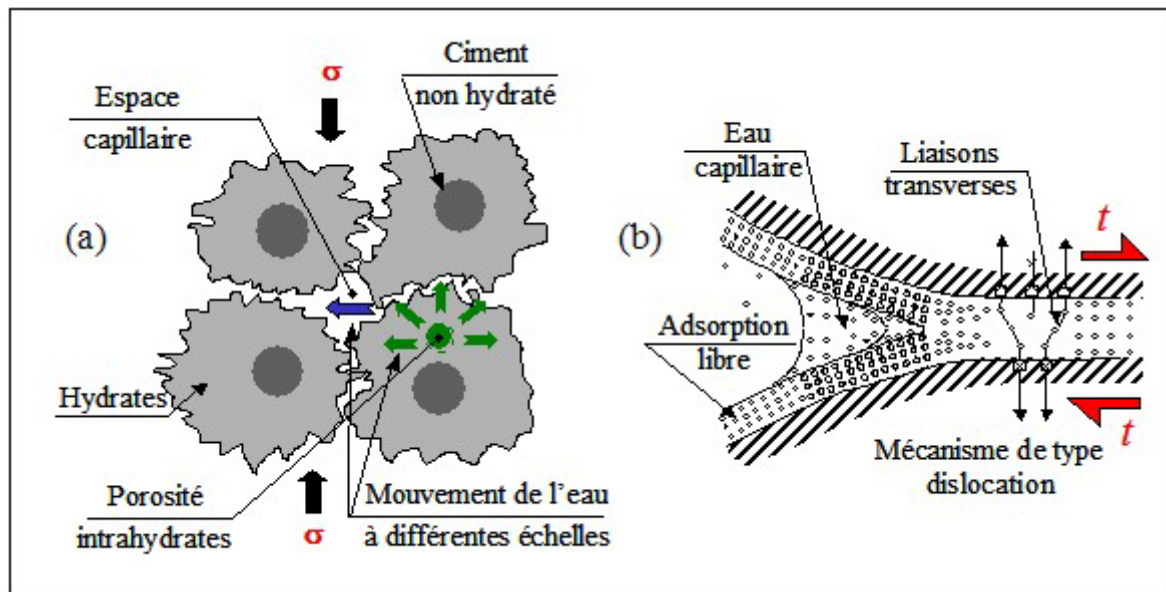


Figure II-6 Mécanismes physiques à l'origine du fluage propre à court terme (a) et à long terme (b), d'après Ulm et *al.* (1999). [Figure tirée de Benboudjema 2002]

➤ un mécanisme à long terme

Bazant et *al.* (1997) ont proposé une explication de l'origine de ce phénomène basée sur un mécanisme de glissement des feuillet C-S-H (Figure II-6b). Ce processus mécanique de « quasi-dislocation » résulte de la relaxation des micro-précontraintes à l'échelle des nanopores. Ces micro-précontraintes sont générées par la pression de disjonction dans les zones d'adsorption empêchée

(Ulm et al. 1999). Plusieurs observations expérimentales sont compatibles avec cette approche. En effet, Ulm et al (1999) notent que la cinétique du fluage à long terme semble indépendante du rapport E/C. Cela appuie l'hypothèse que ce mécanisme se produit à l'échelle des nanopores de la pâte de ciment dont la structure est indépendante de la formulation du béton.

II.7.1.2. Facteurs susceptibles d'influencer le fluage propre

Le fluage propre est très vieillissant. Il dépend fortement de l'âge du béton lors du chargement (Figure II-7). Cette dépendance reste assez importante même au-delà d'un an, ce qui signifie que cet effet à long terme est indépendant de l'avancement de la réaction d'hydratation qui tend à se stabiliser après 90 jours.

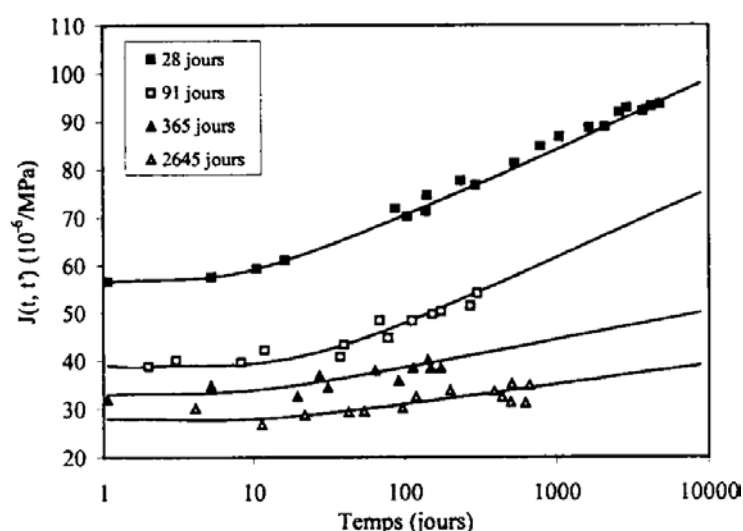


Figure II-7 Fonctions de fluage pour différents instants de chargement, d'après Bažant (1988).

En outre, la composition du béton influence significativement la déformation de fluage. A part l'influence de la quantité d'eau utilisée dont on a soulignée précédemment, on note l'effet du pourcentage des granulats qui s'opposent à la déformation de fluage de la pâte de ciment constituant le siège des déformations différées. En plus, le type de ciment et les types de liant utilisés affectent la déformation de fluage. Mais vu leurs grandes variétés, il est difficile de trouver des explications à ces effets surtout qu'ils ne sont pas directement liés à la résistance ou à la finesse du liant utilisé.

II.7.2. Fluage de dessiccation

Ce phénomène traduit l'excès de fluage, constaté lors du séchage d'une éprouvette chargée, par rapport à la somme des déformations d'une éprouvette protégée soumise au même chargement et des déformations de retrait de dessiccation d'une éprouvette non chargée subissant le séchage (Figure II-8). Cet excès de déformation a été évoqué en premier par Pickett en 1942, d'où le nom attribué à cet effet "Pickett effect".

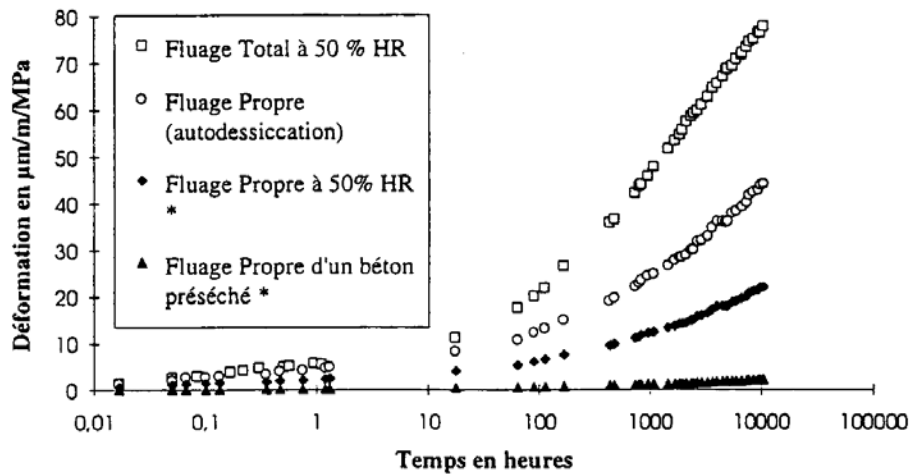


Figure II-8 Représentation du paradoxe de Pickett, d'après Granger (1996).

Avant de découvrir l'interaction entre le fluage et les variations hydriques, on aura pu s'attendre à une atténuation du fluage suite au séchage, vu les précédentes constatations concernant la proportionnalité entre le fluage propre et l'humidité relative interne du béton. Or la déformation de fluage qui résulte des effets simultanés de chargement et de séchage peut atteindre 4 fois la déformation du fluage propre. Ce phénomène, appelé fluage de dessiccation, est similaire au phénomène mécanosorptif définissant l'effet hydromécanique couplé dans le bois. Bažant (1985) a noté cette ressemblance en soulignant deux principales caractéristiques communes aux deux matériaux comme la structure poreuse et le caractère hydrophile.

II.7.2.1. L'origine du fluage de dessiccation

Les causes supposées à l'origine du fluage de dessiccation semblent être diverses. Les différentes explications trouvées dans la littérature sont regroupées suivant deux aspects principaux qui sont le fluage de dessiccation relié à un effet de structure et le fluage de dessiccation intrinsèque.

II.7.2.2. Approches explicatives proposées dans la littérature

Le fluage de dessiccation relié à un effet de structure

Le phénomène de séchage décrit précédemment génère des déformations empêchées et peut induire des fissurations suivant l'échelle de la structure. Par ailleurs, le retrait mesuré sur des grandes éprouvettes de béton non comprimées est inférieur au retrait potentiel du matériau (Concreep 1986, Acker 1988). L'application d'une charge de compression peut induire une fermeture totale ou partielle des fissures et augmenter ainsi la déformation totale. Bažant et Wu (1974) estiment que cet excès de déformation provient du comportement non linéaire des zones susceptibles d'être fissurées. Wittmann et Roelfstra (1980) montrent par un calcul éléments finis que la contribution des fissurations induites par le séchage est la cause principale du fluage de dessiccation. Ces hypothèses supposent que la modélisation de ce fluage ne nécessite pas le développement d'une loi de comportement et que ce n'est autre qu'une conséquence des conditions aux limites et des effets de structure. Cet effet de structure est décrit à l'échelle de l'éprouvette. D'autres explications présentent l'effet structural à

l'échelle du granulat (Granger 1996). Dans ces cas, le béton est considéré comme un matériau hétérogène où les granulats, beaucoup moins sensibles aux effets différés, viennent s'opposer aux déformations hydroviscoélastiques de la pâte de ciment, ce qui génère des contraintes internes et des microfissurations. On retrouve ainsi, comme à l'échelle de l'éprouvette, l'effet des contraintes externes de compression qui permettent de mobiliser une plus forte portion du retrait de dessiccation de la pâte.

Fluage de dessiccation intrinsèque

L'explication du fluage de dessiccation par les effets de structure n'est pas suffisante pour couvrir l'amplitude de l'excès de déformation constatée expérimentalement (Bažant et al. 1997). Cela est mis en évidence par des essais menés sur des petites éprouvettes en pâte de ciment de faible épaisseur (1,9 mm). Ces essais montrent une importante déformation de fluage de dessiccation, malgré que l'effet de structure soit très réduit (Day et al. 1984).

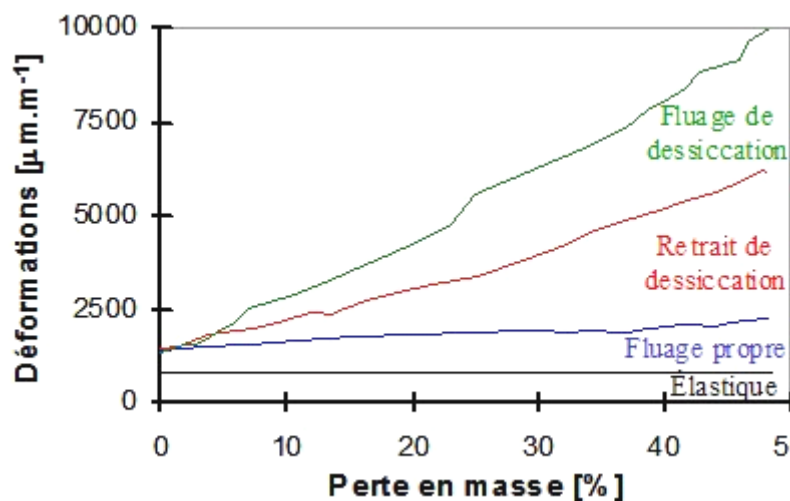


Figure II-9 Déformation différée mesurée sur des petites éprouvettes de 1,9 mm d'épaisseur, d'après Day et al. (1984).

Cette constatation confirme la nécessité d'expliquer l'origine du fluage de dessiccation par un mécanisme physico-chimique intrinsèque au matériau béton. Plusieurs approches ont été proposées pour donner une réponse qualitative et quantitative à ce phénomène. Pickett (1946, cité par Bažant et Chern 1985b) suppose que l'excès de fluage est dû à une relation non linéaire entre le fluage et l'état de contrainte. Cependant cette supposition néglige d'autres mécanismes plus significatifs.

Ruetz (1968) propose un phénomène de consolidation en supposant que la charge de compression accentue le départ de l'eau, induisant ainsi une contraction de la pâte. Cette théorie a été ensuite abandonnée puisque, d'une part les résultats expérimentaux ne montrent pas un effet de chargement sur la perte d'eau, et d'autre part il est difficile d'expliquer comment une bonne partie des efforts appliqués sont transmis à l'eau sachant que sa compressibilité est 20 fois supérieure à celle du béton.

Wittmann (1968) suppose que les tensions surfaciques générées par le séchage au niveau des pores de la pâte de ciment augmentent la compression du squelette solide. Ceci produit une augmentation non linéaire du taux de fluage en fonction de la contrainte. Mais cette hypothèse n'est pas adaptée dans le cas d'un chargement de traction ou de cisaillement.

L'analyse thermodynamique de Powers (1968, cité par Bažant et Chern 1985b) indique que les molécules d'eau dans les zones d'adsorption empêchée sont capables de transmettre d'importantes pressions à l'état d'équilibre. Ainsi, la diffusion de ces molécules lors du séchage est responsable de ce fluage de dessiccation. Cependant, Bažant (1975) note que cette supposition n'est pas compatible avec plusieurs caractéristiques du phénomène de fluage. En 1985, il reprend cette hypothèse en différenciant entre la macrodiffusion au niveau des macropores et la microdiffusion au niveau des micropores. Il considère que seule la microdiffusion est responsable de l'excès de fluage et modélise ce phénomène par du retrait induits par des contraintes internes "stress-induced shrinkage".

Brooks (2001) présente une explication proche de la théorie de consolidation de Ruetz. Il suppose que les contraintes macroscopiques, réparties entre le squelette solide et l'eau présente dans les pores de gel, sont reprises par le squelette solide après le départ de l'eau, ce qui fait augmenter le fluage.

II.7.2.3. Conclusion

Les diverses approches présentées ci-dessus n'identifient pas un mécanisme physico-chimique commun capable de décrire qualitativement le phénomène de fluage de dessiccation intrinsèque. En plus, il paraît très compliqué de traduire ces approches à l'échelle microscopique par une modélisation quantitative afin de vérifier leur pertinence. La validation expérimentale des mécanismes de fluage intrinsèque du béton reste aussi une opération délicate. Cela est principalement dû à la difficulté de réaliser des essais sur des éprouvettes ayant un volume représentatif du matériau sans se confronter aux effets d'échelles.

La lenteur du séchage ne permet pas d'étendre facilement l'analyse expérimentale en effectuant plusieurs configurations hydromécaniques (différents types et niveaux de chargement, différentes vitesses de séchage, chargement cyclique, variation hydrique cyclique, ...). Ces types de sollicitations peuvent activer de nouveaux mécanismes non identifiés à ce jour.

Tous ces aspects expliquent le manque de consensus sur l'origine du fluage de dessiccation intrinsèque.

II.7.3. Le vieillissement

Plus le béton est chargé jeune plus sa déformation différée est grande. Ce phénomène trouve son origine, en partie, dans l'évolution des caractéristiques physico-chimiques du béton au cours de la réaction d'hydratation. La déposition du gel C-S-H au cours de la maturation du béton entraîne une amélioration de la rigidité et de la résistance du matériau. Cependant, le caractère vieillissant du fluage ne se résume pas à la réaction d'hydratation. En effet, les propriétés mécaniques et physiques

du béton tendent à se stabiliser au bout de 90 jours, tandis que l'effet du vieillissement reste relativement significatif (Figure II-10). Bažant et *al.* (1997) attribuent cet effet à la relaxation des microprécontraintes dans les zones d'adsorption empêchée.

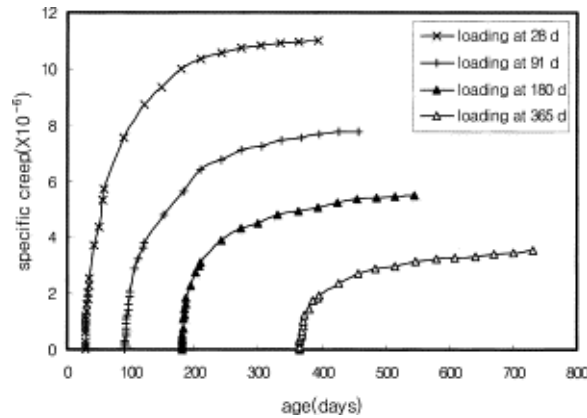


Figure II-10 Effet de l'âge du béton à l'instant du chargement sur le fluage, d'après Song et *al.* 2002.

Le vieillissement semble être une caractéristique unique du fluage propre. Cela est justifié par le fait que les paramètres gouvernant le transport d'eau et le retrait de dessiccation deviennent quasi indépendants de l'âge du béton après 90 jours de sa confection (Benboudjema 2002).

II.8. Fluage et fissuration

Sous chargement constant, le phénomène de fluage peut évoluer suivant trois phases : primaire, secondaire et tertiaire (Figure II-11). Cette évolution est principalement fonction du niveau et de la durée de chargement. Dans la première phase, la vitesse de déformation décroît avec le temps, ainsi le fluage primaire tend à se stabiliser après une certaine durée de temps de chargement. Dans la deuxième phase, la vitesse de déformation reste constante, ce qui caractérise le fluage secondaire. Dans la phase de fluage tertiaire, la déformation évolue avec une vitesse croissante entraînant la rupture imminente de la structure chargée.

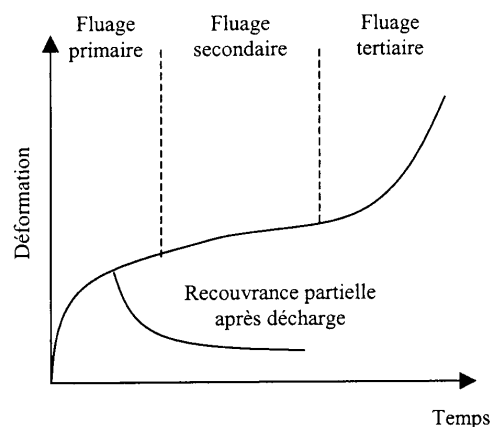


Figure II-11 Schématisation des trois phases de fluage, d'après Witasse (2000).

II.8.1. Observations expérimentales

Les travaux expérimentaux de Rüsch (1960) ont permis de définir, pour un béton chargé en compression, une limite de rupture par fluage en fonction du niveau de chargement. Ce phénomène de rupture est mis en évidence à partir de 80% de la limite de rupture comme indique la figure ci-dessous.

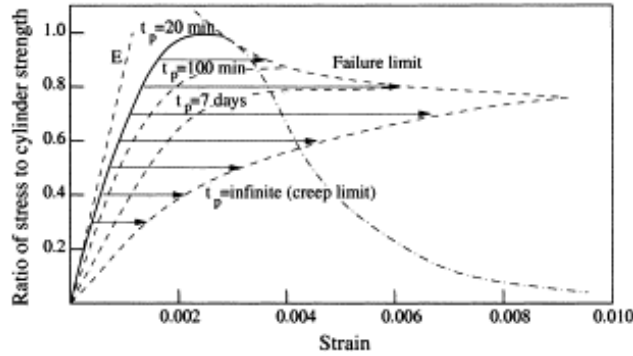


Figure II-12 Rupture par fluage pour des niveaux de contrainte élevés, d'après Rüsch (1960).
[cité par van Zijl et al. 2001]

Béres (1969) a souligné l'importance du phénomène d'altération de la macrostructure du béton soumis à des sollicitations de longue durée. En effectuant des séries d'essais à court et à long terme, il démontre que le processus de désagrégation peut être défini par deux valeurs de contraintes caractéristiques σ_{cr}^i et σ_{cr}^s . Ces valeurs correspondent respectivement au point d'inflexion constaté sur le diagramme contrainte-variation de volume, et à la valeur extrême définie au point d'intersection de la courbe et de l'axe de contrainte (Figure II-13). Béres conclut que σ_{cr}^i coïncide avec la limite supérieure du fluage linéaire et que σ_{cr}^s coïncide avec la limite du fluage ou de résistance durable.

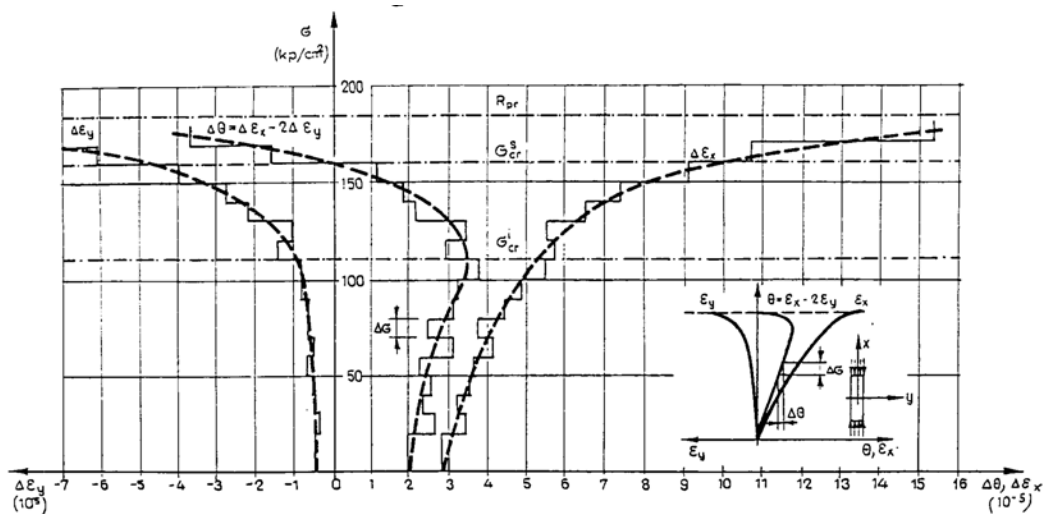


Figure II-13 Détermination des contraintes caractéristiques, d'après Béres (1969).

L'intérêt de cette approche repose sur la facilité d'identification des niveaux de contraintes caractéristiques à partir d'essais à court terme et de les considérer comme des caractéristiques intrinsèques du matériau.

Pour des sollicitations de traction, le phénomène de rupture par fluage est détecté sur des durées de chargement plus courtes qu'en cas de compression. Dans la figure ci-dessous, nous présentons les résultats d'essais réalisés par Al-Kubaisy et Young (1975) sur des éprouvettes cylindriques.

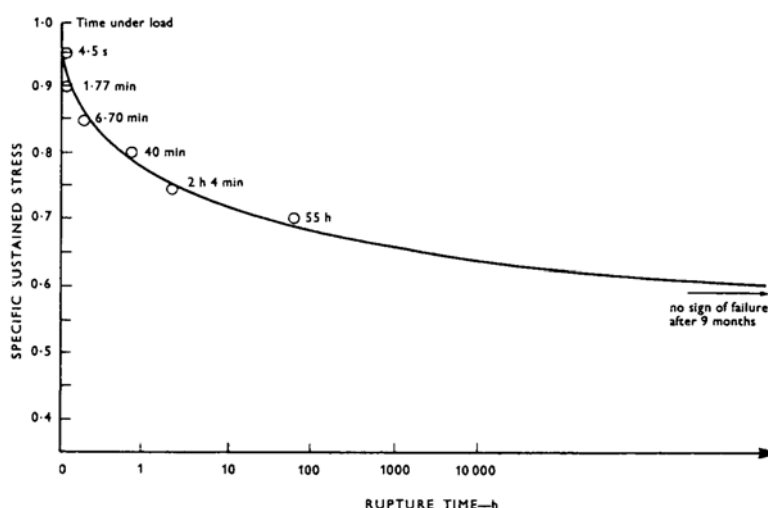


Figure II-14 L'influence du niveau de contrainte sur le temps de rupture, d'après Al-Kubaisy et Young (1975).

On remarque que pour un niveau de chargement supérieur à 70%, la rupture est inévitable. Cet aspect de rupture par fluage, présent aussi dans d'autres matériaux comme le bois, a des conséquences importantes sur le comportement différé du béton.

Les charges de service correspondent à un niveau de chargement inférieur à 50% de la charge ultime, ce qui est au dessous de l'enveloppe de rupture constatée expérimentalement. Cependant, vu la faible résistance en traction du béton, des niveaux de contrainte relativement élevés sont facilement atteints. C'est le cas lors du séchage non uniforme du béton où les faces exposées sont soumises à des contraintes de traction élevées. De même, à l'échelle de la structure, les conditions aux limites peuvent bloquer, dans certains cas, les déformations libres (expansion thermique, retrait, ...) générant ainsi des contraintes internes assez importantes. Cet aspect concerne principalement les structures mixtes (bois-béton, acier-béton, béton-béton...) où le comportement différé des matériaux constitutifs génère des contraintes internes et des redistributions de contraintes qui peuvent induire des fissurations et des désordres structuraux dans le temps. Le fluage permet d'une part de relaxer une partie de ces efforts internes mais d'autre part il peut conduire à un phénomène de rupture différée.

II.8.2. Modèles quantitatifs

La prise en compte du fluage et des critères de rupture d'une manière découplée peut, dans certains cas, surévaluer la résistance du matériau. Ainsi, plusieurs modèles ont été développés afin de coupler le fluage au phénomène de rupture.

Bažant et *al.* (1976) ont développé un modèle incrémental basé sur la théorie endochronique "Endochronic Theory" qui permet à partir d'un modèle viscoélastique de Maxwell de reproduire une relation non linéaire entre l'état de contrainte et de déformation en utilisant un temps fictif fonction d'une variable d'endommagement. Carol et Murcia (1989) ont repris cette même approche mais d'une manière plus simplifiée afin de reproduire le comportement différé du béton en compression.

D'autres approches sont basées sur la mécanique linéaire de rupture où l'interaction fluage/fissuration est considérée en remplaçant le module d'élasticité par une fonction viscoélastique linéaire (Bažant et *al.* 1993). L'effet du taux de déformation est ainsi modélisé en considérant la vitesse de propagation des fissures fonction du rapport du facteur d'intensité de contrainte sur sa valeur critique. La valeur du facteur d'intensité de contrainte critique est déduite de la courbe caractérisant la variation du taux d'énergie critique dissipée en fonction de l'ouverture de la fissure. Cette approche est plus adaptée à l'étude des fissurations localisées.

Van Zijl et *al.* (2001) présentent un modèle qui associe le comportement viscoélastique au critère de plasticité anisotrope de Rankine. L'effet de taux de fissuration agit sur la contrainte de rupture afin de contrôler le temps de rupture. Van Zijl et *al.* utilisent un paramètre de viscosité constant surestimant ainsi la résistance à la rupture pour les niveaux de chargement très élevés.

Lubliner et Panoskaltsis (1992) présentent un modèle viscoélastique linéaire nommé "le modèle modifié de Kuhn". Ce modèle, basé sur la théorie de temps équivalent "Isochrones theory", a été proposé initialement par Kuhn (Kuhn et *al.* 1947, cité par Lubliner et Panoskaltsis 1992). Dans ce modèle, le module d'élasticité du béton varie en fonction du chargement mais sans reproduire le comportement non linéaire observé à contrainte élevée. Panneerselvam et Panoskaltsis (2002) apportent une amélioration au modèle modifié de Kuhn afin de reproduire la non linéarité du comportement viscoélastique. Un critère de probabilité énergétique de rupture est associé à ce modèle pour estimer le temps de chargement qui précède la rupture.

II.8.3. Conclusion

Une brève revue de la documentation concernant la rupture différée du béton a mis en évidence l'importance et la complexité de ce phénomène. Le couplage entre le fluage et l'évolution de la fissuration n'est pas complètement élucidé et nécessite d'être analysé davantage.

Du côté expérimental, l'effet des variations hydriques cycliques sur la durée de chargement qui précède la rupture reste peu exploré. D'où l'intérêt d'examiner la pertinence des approches proposées dans la littérature, en réalisant des essais à chargements et à conditions hydriques variables.

II.9. Modélisation adoptée des phénomènes hydriques et mécaniques du béton

II.9.1. Introduction

Dans la partie précédente, on a présenté un petit aperçu des phénomènes différés et de quelques approches qualitatives et quantitatives proposées dans la littérature. La modélisation du béton à l'échelle des phénomènes physico-chimiques précédemment évoqués reste un choix complexe et très coûteux. Par ailleurs, le passage à l'échelle macroscopique, en considérant le béton à l'état initial comme un matériau homogène, semble plus efficace pour la modélisation des structures de grandes échelles. Souvent, ce passage se fait par des modèles phénoménologiques où le choix des paramètres est basé sur les mécanismes physico-chimiques correspondants.

La mise en équation de ces modèles est généralement simplifiée, ce qui facilite leur validation par la comparaison des résultats numériques et expérimentaux. Cependant, ces modèles sont basés sur des hypothèses fortes. Ainsi leur applicabilité nécessite la conformité des conditions simulées avec l'ensemble des hypothèses considérées.

Dans cette partie, nous présentons la modélisation adoptée des effets différés du béton. La première étape consiste à modéliser le phénomène de transfert de masse qui agit directement sur les mécanismes du retrait et du fluage de dessiccation. Ensuite, nous présentons la loi de comportement qui regroupe les modèles de retrait de dessiccation, de fluage propre, et de fluage de dessiccation. Un critère de rupture est associé à cette loi de comportement afin de détecter la rupture instantanée ou différée du béton en traction. La phase de rupture est décrite par un modèle rhéologique piloté par l'énergie dissipée et le taux de déformation anélastique.

II.9.2. Modélisation du transfert hydrique dans le béton

La modélisation des phénomènes hydromécaniques couplés nécessite en premier la détermination de l'histoire hydrique dans les sections analysées. De nombreux modèles de transfert hydrique ont été développés. Ces modèles appartiennent principalement à trois axes de recherche principaux :

- La méthode d'homogénéisation qui consiste à considérer le milieu poreux comme un assemblage d'éléments microscopiques.
- L'approche microscopique de type réseau qui consiste à représenter la microstructure par un réseau à maille régulière de sphères interconnectées par des tubes cylindriques. La forme de ce réseau est basée sur des images réelles de la microstructure. Le transport hydrique est ensuite analysé à l'échelle microscopique afin d'obtenir une estimation des coefficients effectifs de transfert.

- L'approche macroscopique où le béton est considéré comme un milieu continu fictif constitué de trois phases (solide, liquide, et gaz). Le transfert hydrique est modélisé moyennant une équation de diffusion et des conditions aux limites décrivant les échanges hydriques.

Cette dernière approche est choisie pour décrire le transfert d'humidité en raison de sa simplicité et de ses résultats satisfaisants.

II.9.2.1. Equation générale de transfert de masse

Cette modélisation regroupe principalement deux phénomènes :

- Le phénomène de perméation (loi de Darcy), décrivant le flux massique de liquide J_{perm} , qu'on peut exprimer (tout en négligeant l'effet de la pesanteur) par l'équation suivante :

$$J_{perm} = -\rho_l \frac{K_l}{\mu_e} grad(P_l) \quad \text{Équation II-1}$$

où ρ_l est la masse volumique de l'eau, K_l et μ_e sont respectivement la perméabilité et la viscosité dynamique de l'eau liquide. P_l est la pression d'eau liquide qu'on peut exprimer en fonction de la pression capillaire P_c et de la pression de gaz P_g (considérée par hypothèse égale à la pression atmosphérique).

$$P_l = P_c + P_g = \frac{\rho_l RT}{M} \ln(h) + P_g \quad \text{Équation II-2}$$

où T est la température, M et R sont respectivement la masse molaire de l'eau et la constante des gaz parfaits, et h est la charge hydraulique de l'eau. La pression capillaire P_c est calculée à l'équilibre par la relation de Kelvin (Baron 1982). En supposant que la pression de gaz reste constante, le flux d'eau liquide s'écrit alors :

$$J_{perm} = -K_l \frac{\rho_l^2 RT}{\mu_e M h} grad(h) \quad \text{Équation II-3}$$

- Le phénomène de diffusion (loi de Fick) décrivant le transfert d'humidité sous forme gazeuse. Toujours avec les mêmes hypothèses considérées ci-dessus, le flux de vapeur d'eau s'écrit :

$$J_{diff} = -D_v grad(w_{vl}) \quad \text{Équation II-4}$$

où w_{vl} est la teneur en vapeur d'eau libre, D_v est le coefficient de diffusion de vapeur dans l'air.

En supposant que la vapeur d'eau et l'air sec se comportent comme des gaz parfaits, la teneur en vapeur d'eau libre s'écrit en fonction de la pression de vapeur d'eau :

$$w_{vl} = \frac{\rho_v}{\phi_g P_g} P_v \quad \text{Équation II-5}$$

où P_v est la pression de vapeur (air sec + vapeur d'eau), ϕ_g est le rapport du volume de vapeur d'eau sur le volume du gaz, et ρ_v est la masse volumique de la phase gazeuse.

Le flux de vapeur peut être exprimé en fonction de l'humidité relative en introduisant dans l'Équation II-4 la loi des gaz parfaits et l'humidité relative h définies selon les équations suivantes :

$$\rho_v = \frac{MP_v}{RT} \quad \text{Équation II-6}$$

$$h = \frac{P_v}{P_{sat}(T)} \quad \text{Équation II-7}$$

où $P_{sat}(T)$ est la pression de vapeur saturante à la température T .

Le flux de vapeur s'écrit alors :

$$J_{diff} = -D_v \frac{\rho_v}{\phi_g P_g} grad(P_v) \quad \text{Équation II-8}$$

En ne tenant pas compte de l'eau consommée par l'hydratation du ciment, l'équation de conservation de masse peut s'écrire :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -div(J_{diff} + J_{perm}) \quad \text{Équation II-9}$$

w étant la teneur massique en eau (exprimée en $kg.m^{-3}$).

En remplaçant les expressions des flux massiques d'eau sous formes liquide et vapeur dans l'Équation II-9, on obtient :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div \left(\left(\frac{D_v \rho_v P_{sat}(T)}{\phi_g P_a} + K_l \frac{\rho_l^2 RT}{\mu_e M h} \right) grad(h) \right) \quad \text{Équation II-10}$$

L'identification des coefficients D_v et K_l s'avère compliquée lors des mouvements simultanés des phases liquide et vapeur (Witasse 2000). Cette équation est similaire à la seconde loi de Fick, ce qui permet de décrire le phénomène de transfert de masse d'une manière phénoménologique avec un coefficient de diffusion équivalent donné par l'équation :

$$D_h = \frac{D_v \rho_v P_{sat}(T)}{\phi_g P_a} + K_l \frac{\rho_l^2 RT}{\mu_e M h} \quad \text{Équation II-11}$$

On obtient finalement l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial w \partial h}{\partial h \partial t} = div(D_h grad(h)) \quad \text{Équation II-12}$$

Deux paramètres sont à identifier, à savoir la pente de l'isotherme de sorption $\partial w / \partial h$ et le coefficient de diffusion D_h qui dépend fortement de la teneur en eau. Ce coefficient peut être identifié empiriquement à partir de la courbe de perte de masse.

II.9.2.2. Conditions aux limites

Dans notre modélisation, les conditions aux limites sur les surfaces exposées au séchage sont représentées par un flux de type convectif. Ce flux est déterminé par la relation suivante :

$$q = \beta(h - h_a)\vec{n} \quad \text{Équation II-13}$$

où q est le flux d'humidité, β est le coefficient d'échange, h_a est l'humidité relative de l'air ambiant, h est l'humidité relative du béton à la face séchante, et $\vec{n}$ est le vecteur normal à la surface exposée.

II.9.3. Retrait de dessiccation

Dans le paragraphe II.6.1, on a présenté des observations expérimentales évoquant une relation linéaire entre le retrait de dessiccation et la variation d'humidité relative interne (dans une plage d'humidité comprise entre 50% et 100%). Cette constatation a conduit plusieurs auteurs à adopter un modèle phénoménologique traduisant cette relation linéaire (Alvaredo et Wittmann 1993, Bažant et Xi 1994, Witasse 2000, van Zijl et al. 2001). Le retrait de dessiccation s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{rd} = \alpha^{ret} \dot{h} I \quad \text{Équation II-14}$$

où α^{ret} est le coefficient de proportionnalité, I est le tenseur unité de second ordre.

II.9.4. Fluage propre

De nombreux travaux ont montré que la théorie de viscoélasticité linéaire fournit une approximation satisfaisante du phénomène de fluage propre pour des niveaux de contrainte correspondant à ceux des ouvrages en service. Dans notre modélisation, on reprend une approche similaire à celle utilisée dans le premier chapitre tout en introduisant l'effet du vieillissement et l'effet de la teneur en eau.

Les travaux de Jurkiewicz (1999) présentent d'une manière détaillée un modèle viscoélastique vieillissant adapté au fluage propre du béton dans le domaine linéaire. Plusieurs auteurs (Granger 1996, Benboudjema 2002) proposent d'introduire en plus l'effet de l'humidité relative interne du béton en multipliant la fonction de complaisance par une fonction isotrope $g(h)$ traduisant la proportionnalité entre l'amplitude du fluage et l'humidité du béton.

$$E_v(t, h) = g(h)E_v(t) \quad \text{Équation II-15}$$

Le paragraphe II.8, présentant l'interaction entre le fluage et la fissuration, met en évidence la nécessité de modéliser le comportement non linéaire pour des niveaux de contrainte relativement élevés. On rappelle que l'une des causes les plus probables du fluage propre est basée sur le

mécanisme de migration de l'eau physi-sorbée induit par les contraintes externes transmises au niveau des liaisons interhydrates. A partir de cette approche, nous supposons qu'en dessous du niveau de contrainte définissant le comportement viscoélastique linéaire, le taux d'écoulement surfacique induit reste constant. Cet écoulement est traduit à l'échelle macroscopique par un mouvement visqueux qu'on peut schématiser par un élément rhéologique (amortisseur). On suggère que cette viscosité est reliée à une énergie d'activation qui rend l'écoulement non linéaire, et cela en fonction du niveau de contrainte. Cette approche, utilisée aussi dans la modélisation du fluage propre du bois, repose sur les travaux de Glasstone et *al.*(1941) qui décrivent l'écoulement visqueux des liquides par une fonction sinus hyperbolique de la contrainte appliquée.

Ainsi, ce fluage propre est modélisé par des chaînes de Maxwell, avec des rigidités fonction de l'humidité interne et des viscosités fonction du niveau de contrainte.

$$\frac{1}{\eta_{c\mu}} = \frac{1}{\eta_{c\mu}^0} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c)$$

$$f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c) \approx p_{c\mu} \sinh(b'_{c\mu} \bar{\kappa}_c) \quad \text{avec} \quad \bar{\kappa} = \frac{\sigma(t)}{S_c^{rup}}$$

Équation II-16

$f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c)$ est une fonction d'activation traduisant l'effet du niveau de contrainte. $p_{c\mu}$ et $b'_{c\mu}$ et $\eta_{c\mu}^0$ sont des constantes, S_c^{rup} est soit la contrainte de rupture en traction si $\sigma(t)$ est positive (signe de traction par convention), soit la contrainte de rupture en compression si $\sigma(t)$ est négative (signe de compression par convention). On note que le niveau de contrainte n'agit pas juste sur la cinétique du fluage, mais aussi sur son amplitude. En effet, la fonction de type sinus hyperbolique permet de passer d'un temps de relaxation extrêmement long (plus long que la durée de vie de la structure) à un temps de relaxation extrêmement court. Ainsi, des branches de Maxwell, présentant une réponse élastique à des faibles niveaux de contrainte, génèrent une déformation de fluage par l'activation de leurs éléments visqueux à des niveaux de contrainte élevés.

II.9.5. Modélisation du fluage de dessiccation intrinsèque

Les mécanismes physiques supposés à l'origine du fluage de dessiccation restent difficiles à vérifier à l'échelle de la microstructure. En considérant le taux de fluage comme fonction du flux généré par la microdiffusion au niveau des micropores, Bažant et Chern (1985b) proposent de décrire ce phénomène par un modèle de Maxwell généralisé caractérisé par des viscosités fonction des taux de variations hydrique et thermique. Cette approche est similaire aux modèles développés par Ranta-Maunus (1975) et Toratti (1992) qui modélisent le fluage mécanosorptif du bois par un élément rhéologique intégrant l'histoire des variations hydriques.

L'effet du niveau de contrainte sur le fluage de dessiccation du béton n'est pas suffisamment exploré. Ceci est dû principalement à la lenteur des phénomènes de diffusion et à l'altération rapide du béton à des niveaux de contrainte élevés. En effet, à des niveaux supérieurs à 75% de la contrainte ultime, la rupture par fluage se produit dans moins de deux jours. Pour une telle durée relativement courte, les échanges hydriques n'affectent que des zones de 1 à 2 cm d'épaisseur. La

difficulté d'évaluer l'interaction entre le fluage de dessiccation et le niveau de contrainte externe nous amène à adopter une approche similaire à celle proposée par Bažant et Chern (1985b). La déformation de fluage de dessiccation intrinsèque est reproduite par des éléments rhéologiques de Maxwell placés en parallèle et dont les fonctions de temps de relaxation sont activées par le taux de variation hydrique. La viscosité est exprimée par la fonction :

$$\frac{1}{\eta_{c\chi}} = \frac{\langle -\dot{h} \rangle}{\eta_{c\chi}^0} \quad \text{Équation II-17}$$

où les crochets " $\langle \rangle$ " représentent l'opérateur de McAuley (qui signifie $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ sinon $\langle x \rangle = 0$). Ainsi, nous supposons que le fluage de dessiccation est sensible juste au phénomène de désorption. L'augmentation du fluage constatée expérimentalement lors d'une humidification est représentée par l'augmentation de l'amplitude du fluage propre (Équation II-15).

On note que, dans le cas de variations hydriques cycliques, cette modélisation ne traduit pas forcément le comportement réel. En plus, l'effet de l'histoire cumulée des variations hydriques n'est pas pris en compte dans la modélisation à cause du manque de données expérimentales sur cet aspect, contrairement au cas du matériau bois. Le manque de représentativité dans le cas des variations hydriques cycliques ne pénalise pas autant la fiabilité de cette approche de modélisation. En effet, les variations cycliques ne touchent qu'une zone très réduite par rapport aux épaisseurs courantes des structures en béton.

En ce qui concerne le phénomène de recouvrance, l'approche adoptée induit une recouvrance partielle mais à plusieurs conditions. En effet, si après déchargement, l'humidité relative reste constante ou si le taux de variation hydrique est positif, les branches de Maxwell modélisant le fluage de dessiccation intrinsèque $[\chi]$ ne sont pas activées. Dans ce cas, la déformation du fluage de dessiccation est non recouvrable. Par contre, si après déchargement le béton subit du séchage, la recouvrance dépend de l'état du matériau, c'est-à-dire si le béton a subi ou non d'endommagement en phase de chargement (des déformations irréversibles). En dessous d'un niveau de contrainte de 50% de la contrainte de rupture, le comportement des autres branches de Maxwell est viscoélastique. Ainsi, la déformation du fluage de dessiccation peut subir une recouvrance partielle fonction des taux de variations hydriques après déchargement. Si le niveau de contrainte $\overline{\kappa_c}$ dépasse 50%, le matériau subit des déformations irréversibles. Par conséquent, aucune recouvrance n'est possible si la déformation du fluage de dessiccation est inférieure à la déformation non élastique.

II.9.6. Formulation générale du fluage

En reprenant la même démarche utilisée dans le chapitre I pour la résolution d'un problème viscoélastique, l'état de contrainte à l'instant $t + \Delta t$ est exprimé dans le cadre unidimensionnel selon l'équation :

$$\sigma_{c\nu}(t + \Delta t) = e^{-\Delta t \alpha_{c\nu}^k} \sigma_{c\nu}(t) + \int_t^{t+\Delta t} E_{c\nu}(\tau, h) \dot{\varepsilon}_c(\tau) e^{I_{c\nu}(\tau) - I_{c\nu}(t+\Delta t)} d(\tau) \quad \text{Équation II-18}$$

où l'indice ($c\nu$) correspond à une branche quelconque du modèle de Maxwell. m branches seront utilisées pour reproduire le fluage propre vieillissant (avec l'indice $c\mu$), et $n-m$ branches pour le fluage de dessiccation (avec l'indice $c\chi$).

Afin de résoudre le problème viscoélastique non linéaire, l'intervalle de temps est décomposé en un nombre suffisant d'incrément Δt permettant d'approcher les fonctions à intégrer par des formes linéaires. Ceci revient à considérer la déformation effective $\varepsilon_c(\tau)$, l'humidité relative interne h , et la rigidité $E_c(\tau, h)$ comme des fonctions linéaires sur chaque incrément de temps Δt . De même, on suppose que le niveau de contrainte est constant sur Δt . La somme des incréments de contrainte des différentes branches s'écrit alors :

$$\forall t, \Delta t: \quad \Delta \sigma_c = \bar{E}_c \Delta \varepsilon_c + \sigma_c^{hist} \quad \text{Équation II-19}$$

avec :

$$\begin{aligned} \bar{E}_c &= \frac{1}{\Delta t} \sum_{c\mu=0}^m \frac{E_{c\mu}(t, h) \left(1 - e^{-a_{c\mu} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c) \Delta t} \right) + \Delta E_{c\mu}(t, h) \left(1 - \frac{1 - e^{-a_{c\mu} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c) \Delta t}}{a_{c\mu} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c) \Delta t} \right)}{a_{c\mu} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c)} \\ &+ \sum_{c\chi=m+1}^n \frac{E_{c\chi} (1 - e^{-a_{c\chi} \Delta h})}{a_{c\chi} \Delta h} \\ \sigma_c^{hist} &= \sum_{c\mu=1}^m \sigma_{c\mu}(t) \cdot (e^{-a_{c\mu} f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c) \Delta t} - 1) + \sum_{c\chi=m+1}^n \sigma_{c\chi}(t) \cdot (e^{-a_{c\chi} \Delta h} - 1) \end{aligned}$$

où $\bar{E}_c$ est un module fictif, $a_{c\chi}$ et $a_{c\mu}$ sont des constantes. Les indices χ et μ correspondent respectivement aux séries de Maxwell traduisant le fluage propre et le fluage de dessiccation intrinsèque. Les paramètres $E_{c\mu}(t, h)$ sont décrits par des séries de fonctions exponentielles afin de prendre en compte le phénomène de vieillissement. Cependant, la validité du modèle exige une décomposition de la fonction de relaxation en une série de Dirichlet, avec des paramètres ($E_{c\mu}(t, h)$; $E_{c\chi}$) strictement positifs. Pour la généralisation tridimensionnelle, le lecteur peut se reporter à l'annexe A.

II.9.7. Critère de rupture

Afin de modéliser les phénomènes de rupture instantanée et par fluage, nous présentons un critère basé sur la densité d'énergie de déformation. On suppose que, sous des charges de service, le comportement du béton en compression n'atteint pas cette phase de rupture, ce qui n'est pas le cas pour le comportement en traction. Le critère de rupture adopté en traction est nommé critère de pseudo-Rankine. Ce critère est développé et vérifié par Carol *et al.* (2001). Dans un premier temps,

on présente la forme généralisée du critère dans le cas d'un matériau élastique isotrope à l'état initial. On rappelle que le modèle hydroviscoélastique non linéaire proposé reproduit le comportement d'un matériau élastique dans le cas de chargement instantané.

La surface de charge F est définie selon l'expression suivante :

$$F = \Re(\Gamma) - \mathfrak{K} \quad \text{Équation II-20}$$

où $\mathfrak{K}$ est la force conjuguée résistante en traction. La fonction proposée par Chaboche et *al.* (1994) pour exprimer la forme générale de $\Re$ est la suivante:

$$\Re(\Gamma) = \left((\Gamma_1)^{b+1} + (\Gamma_2)^{b+1} + (\Gamma_3)^{b+1} \right)^{1/(b+1)} \quad \text{Équation II-21}$$

où b est une constante positive, et Γ_i représente la force conjuguée suivant la direction principale i exprimée dans les trois directions principales sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{1}{2} \langle \sigma_{11} \rangle \langle \varepsilon_{11} \rangle \\ \Gamma_2 &= \frac{1}{2} \langle \sigma_{22} \rangle \langle \varepsilon_{22} \rangle \\ \Gamma_3 &= \frac{1}{2} \langle \sigma_{33} \rangle \langle \varepsilon_{33} \rangle \end{aligned} \quad \text{Équation II-22}$$

Γ_i n'est autre que la densité d'énergie de déformation dans le repère des contraintes principales.

D'après l'Équation II-21, la surface de charge varie entre deux limites définies par les valeurs extrêmes de b ($b \rightarrow \infty$ ou $b \rightarrow 0$). Lorsque la valeur de b est suffisamment grande, la surface de charge prend une forme similaire à celle du critère de Rankine dans l'espace des forces conjuguées Γ_i (Carol et *al.* (2001)). Lorsque $b \rightarrow \infty$, la forme générale de la surface de charge devient:

$$F = \Gamma_i - \mathfrak{K} \quad \text{avec} \quad \Gamma_i = \text{Max}(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3) \quad \text{Équation II-23}$$

Ce critère est l'équivalent de trois critères de pseudo-Rankine, ce qui permet de modéliser un comportement anisotrope. Dans le cas contraire ($b=0$), la surface de charge approche un plan déviatorique dans l'espace des forces conjuguées Γ .

II.9.7.1. Forme de la surface de charge en contrainte plane

En se plaçant dans le repère des contraintes principales (annexe B), la surface de charge du côté des contraintes positives peut être décomposée en trois zones (zone 1 où $\sigma_1 > \nu\sigma_2$ et $\sigma_2 > \nu\sigma_1$; zone 2 où $\sigma_1 \leq \nu\sigma_2$ et $\sigma_2 > 0$; zone 3 où $\sigma_2 \leq \nu\sigma_1$ et $\sigma_1 > 0$).

Dans le domaine élastique, les déformations s'écrivent sous la forme suivante :

$$\varepsilon_1 = (\sigma_1 - \nu\sigma_2)/E_0 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = (\sigma_2 - \nu\sigma_1)/E_0 \quad \text{Équation II-24}$$

La fonction $\Re$ prend alors la forme générale suivante :

$$\begin{aligned}
\text{zone 1} \quad \Re &= \frac{1}{2E_0} \left((\sigma_1(\sigma_1 - \nu\sigma_2))^{b+1} + (\sigma_2(\sigma_2 - \nu\sigma_1))^{b+1} \right)^{1/(b+1)} \\
\text{zone 2} \quad \Re &= \frac{1}{2E_0} (\sigma_2(\sigma_2 - \nu\sigma_1)) \\
\text{zone 3} \quad \Re &= \frac{1}{2E_0} (\sigma_1(\sigma_1 - \nu\sigma_2))
\end{aligned}
\tag{Équation II-25}$$

Les zones 2 et 3 ne sont pas affectées par le paramètre b (l'opérateur de McAuley élimine la deuxième force conjuguée), ce qui n'est pas le cas de la zone 1 (Figure II-15). On remarque que, pour des valeurs élevées de b , le critère a tendance à surestimer légèrement la limite de rupture définie suivant le critère de Rankine. Cet effet paraît dans le cas de contrainte de traction biaxiale ou triaxiale où chaque contrainte induit des contractions dans le sens transversal en fonction du coefficient de Poisson. Ceci réduit la densité d'énergie de déformation dans chacune des directions principales par rapport à un état de contrainte uniaxial.

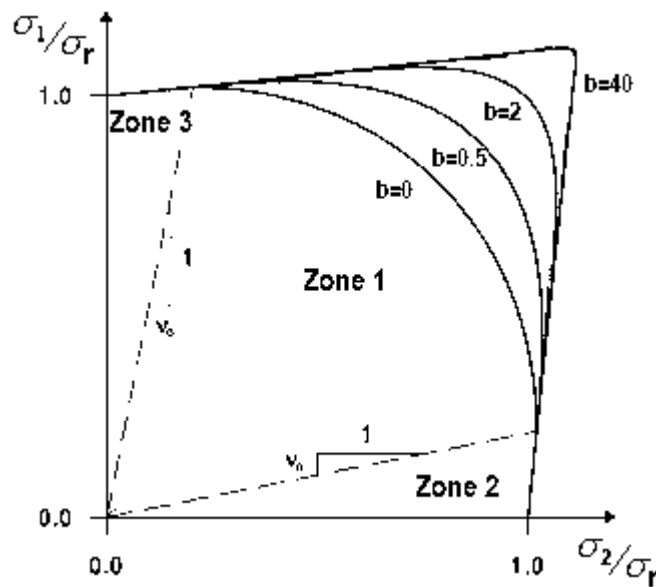


Figure II-15 Représentation de la surface de charge dans l'espace des contraintes nominales.

On note que la représentation de la surface de charge dans la figure ci-dessus est valable juste avant l'altération du matériau. En effet, après la rupture, les contraintes effectives ne coïncident plus avec les contraintes nominales.

Dans le cas d'un chargement à long terme, la rupture par fluage peut se déclencher pour des niveaux de contraintes supérieurs à 70% de σ_r (contrainte de rupture en traction). Bien que la durée de chargement qui précède la rupture peut varier de l'ordre de quelques secondes à quelques heures, la phase de rupture reste courte. Cette phase est initiée par le fluage tertiaire caractérisé par un taux de déformation croissant qui amène à la rupture. Pour estimer le temps de rupture, un lien entre la densité d'énergie de déformation et la rupture différée du béton a été établi par Valanis (1975). Ce

dernier a proposé une théorie de probabilité d'énergie de fissuration. Le temps de rupture est considéré comme un paramètre intrinsèque qui caractérise l'accumulation des déformations anélastiques. Cette approche a été utilisée ensuite par Panneerselvam et Panoskaltis (2002).

Dans notre modélisation, on suppose de même que ce phénomène de rupture différé peut être détecté en fonction de l'évolution de la densité d'énergie de déformation. Ainsi, en utilisant le critère de pseudo-Rankine et en intégrant les forces conjuguées sur l'intervalle de temps, il est possible d'estimer le déclenchement de la rupture. Cette approche est similaire à celle adoptée dans la modélisation du comportement différé du bois dans le chapitre précédent. Les forces conjuguées sont alors sous la forme :

$$\Gamma_i(t) = \int \sigma_i(t) d\varepsilon_i(t) \quad \text{Équation II-26}$$

Cette équation est ensuite approchée par une formulation incrémentale en supposant un taux de déformation constant sur l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+1}]$ (voir Équation I-33).

La limite de rupture dite densité d'énergie élastique $\aleph$ est déterminée expérimentalement par l'aire de la courbe contrainte-déformation au dessous de σ_r .

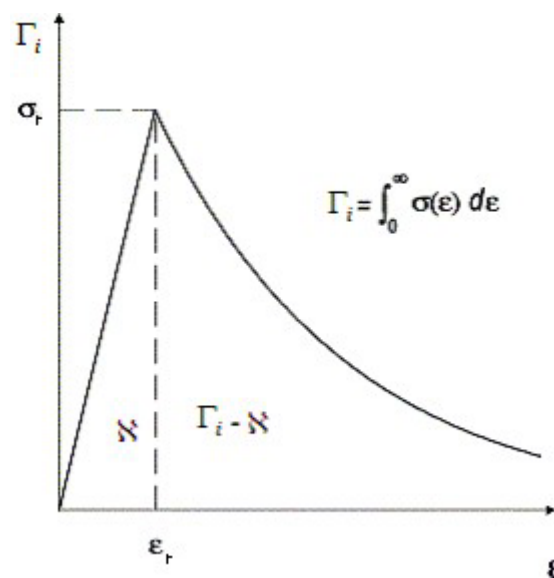


Figure II-16 Densité d'énergie de déformation dans le cas de traction uniaxiale.

En supposant que le comportement en traction est presque linéaire jusqu'à la limite de rupture pour un chargement instantané, la densité d'énergie élastique peut être approximée par l'expression suivante :

$$\aleph = \frac{1}{2} \sigma_r \varepsilon_r = \frac{1}{2} \frac{\sigma_r^2}{E_0} \quad \text{Équation II-27}$$

II.9.8. Modélisation de la rupture

La simulation du comportement différé du béton s'étend sur plusieurs années. L'efficacité du calcul exige une convergence inconditionnelle tout en ayant des résultats satisfaisants à l'état limite de service.

Pour des chargements de service, on suppose que le béton ne subit pas de rupture en compression. Son comportement est reproduit par le modèle viscoélastique non linéaire. En traction, après la détection d'une rupture par le critère de "pseudo-Rankine", le béton subit un comportement adoucissant. Ceci est assuré en substituant les différentes fonctions de temps de relaxation des branches de Maxwell par une fonction capable de reproduire le diagramme d'adoucissement du béton. Cette approche est similaire à celle proposée par Bažant et Chern (1985a) et qui consiste à mettre un élément rhéologique en série avec le modèle de Maxwell afin de décrire la phase de rupture. La déformation ainsi générée est équivalente à une fissuration répartie.

Dans notre modèle, la fonction de temps de relaxation est pilotée d'une part par la densité d'énergie dissipée lors de la fissuration et d'autre part par le taux de déformation irréversible générée par la rupture. En effet, l'énergie de rupture est considérée comme une propriété intrinsèque du matériau. L'évolution de la densité d'énergie de déformation par rapport à cette caractéristique est contrôlée à partir de l'écoulement visqueux qui traduit l'énergie dissipée. L'introduction du taux de déformation non élastique rend l'écoulement indépendant du pas de temps et permet d'ajuster la réponse en fonction de la vitesse de chargement. Cependant, pour modéliser le comportement à la rupture sous une charge instantanée (caractérisé par un taux de déformation élevé), il est important de réduire l'incrément de temps de calcul et de choisir un taux de chargement similaire à celui du chargement réel. Cette dernière condition est importante pour ne pas activer le fluage qui peut induire une sous-estimation de la résistance et de la rigidité du matériau. Le comportement visqueux associé à la rupture peut s'écrire :

$$\alpha_{cv}^{rup} = \frac{E_{cv}}{\eta_{cv}^{rup}} = \frac{l_e}{r} \dot{\epsilon}_{irr} \exp\left(\frac{\Gamma_i - \aleph}{k \aleph}\right) \quad \text{Équation II-28}$$

où α_{cv}^{rup} est l'inverse de la fonction de temps de relaxation à la rupture, k et r sont deux constantes identifiées à partir du comportement post-pic, et $\dot{\epsilon}_{irr}$ est le taux de déformation irréversible considéré constant sur chaque pas de temps. Afin de résoudre l'Équation II-18, on utilise pour la première itération du pas de temps le taux de déformation irréversible du pas précédent.

Le coefficient l_e traduit la sensibilité du comportement adoucissant au type et à la forme des éléments finis utilisés. Cette constatation est mise en évidence par l'analyse bibliographique et les calculs réalisés sur le comportement post-pic du béton. l_e permet de modifier l'écoulement en régime adoucissant en fonction de la taille de l'élément fini (par analogie à la méthode de Hillerborg et al. 1976). Dans le cas d'un maillage tridimensionnel construit à partir d'éléments finis cubiques, l_e est défini par la racine cubique du volume de l'élément fini utilisé ($l_e = \sqrt[3]{V}$).

Suivant la densité de l'énergie de fissuration choisie, on obtient différents diagrammes d'adoucissement comme on peut le voir sur la figure ci-après :

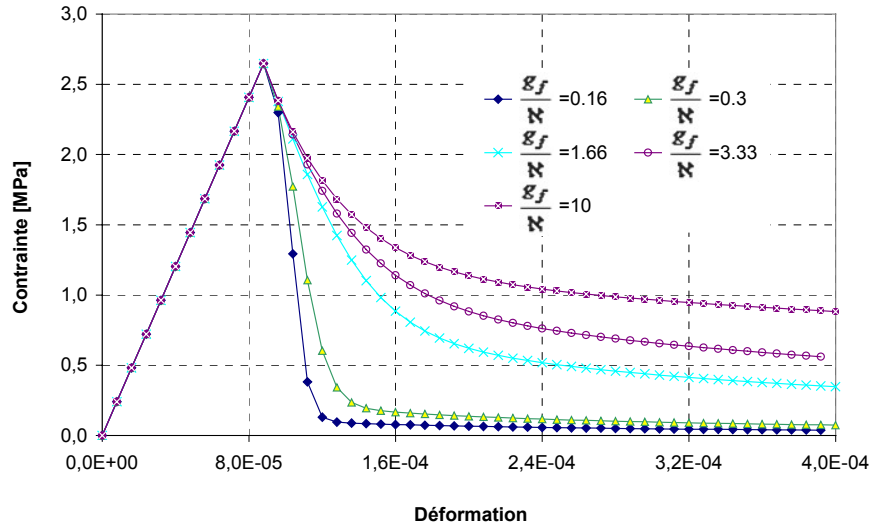


Figure II-17 Comportement à la rupture pour différentes densités de l'énergie de fissuration

On note que l'écoulement à la rupture est formulé dans le cas tridimensionnel d'une manière anisotrope comme c'est le cas du critère de rupture. Cette anisotropie est induite par la fissuration dans une ou plusieurs directions préférentielles. L'élément rhéologique traduisant l'écoulement à la rupture agit comme une fonction d'endommagement sur le tenseur d'élasticité initial. Ainsi, dans le cas tridimensionnel, le tenseur d'élasticité fictif est exprimé dans le repère des contraintes principales par la forme suivante :

Tableau II-2 Tenseur d'élasticité fictif

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} \phi_1^2(\Lambda + G) & \phi_1\phi_2\Lambda & \phi_1\phi_3\Lambda & & & \\ \phi_1\phi_2\Lambda & \phi_2^2(\Lambda + G) & & & & \\ \phi_1\phi_3\Lambda & & \phi_3^2(\Lambda + G) & & & \\ & & & \phi_1\phi_2G & & \\ & & & & \phi_1\phi_3G & \\ & & & & & \phi_2\phi_3G \end{bmatrix}$$

où $\phi_i = \sqrt{E_i}$; $\Lambda = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $G = \frac{1}{(1+\nu)}$

Lorsqu'une éprouvette en béton est chargée en traction jusqu'à la phase d'adoucissement puis chargée en compression, on remarque une restauration de raideur. Cette propriété, appelée "effet unilatéral" traduit le phénomène de fermeture progressive des fissures. Ainsi, le comportement du

matériau en compression se rapproche de celui d'un matériau sans endommagement. Le modèle développé permet de reproduire cet effet, comme on peut le voir sur la figure ci-après:

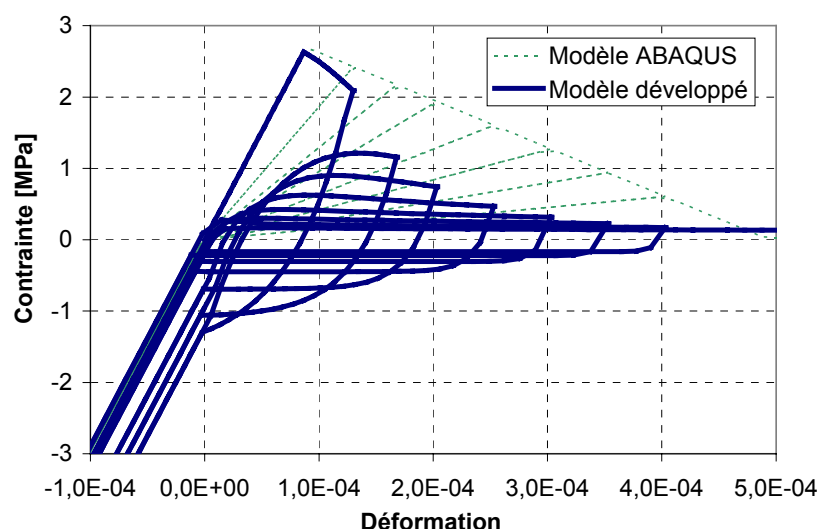


Figure II-18 Effet unilatéral sous chargement cyclique

Une comparaison avec le modèle d'ABAQUS montre une importante différence dans les réponses des deux modèles après déchargement. En effet, avec le Modèle béton d'ABAQUS, la fermeture des fissurations est totale. Ceci n'est pas le cas dans notre modèle où la fermeture est partielle après le déchargement et la restauration de la raideur est effectuée en fonction des déformations irréversibles générées par la rupture. Ce résultat est en accord avec les constatations expérimentales. On rappelle que le terme fissuration est attribué à la déformation irréversible détectée. Les boucles d'hystérésis qu'on peut constater traduisent la dissipation d'énergie générée par le comportement adoucissant du béton en traction.

II.9.9. Identification des paramètres du modèle

La caractérisation des paramètres des séries de Maxwell nécessite un nombre suffisant d'essais permettant de séparer la réponse de chacun des phénomènes différés. Dans une première étape, on utilise des essais de fluage réalisés sur des éprouvettes de béton protégées contre les échanges hydriques. Ces essais permettent d'identifier les paramètres du fluage propre. Ils doivent couvrir plusieurs âges de chargement afin d'estimer l'effet de vieillissement. Ces essais permettront de décrire par des séries exponentielles les paramètres de la série de Dirichlet qui constitue une décomposition de la fonction de relaxation (pour plus de détails, voir annexe C). D'un autre côté, ces essais doivent s'effectuer avec plusieurs niveaux de chargement afin de caractériser les fonctions d'activation qui traduisent la non linéarité du fluage et la partie non recouvrable de la déformation. L'effet de l'humidité interne sur l'amplitude du fluage, représenté par la fonction $g(h)$ de l'Équation II-15, est facile à identifier vu la relation quasi proportionnelle entre ces deux paramètres.

Une deuxième étape consiste à identifier les paramètres du comportement post-pic adoucissant du béton en traction. Pour des niveaux de contrainte de l'ordre de la limite de rupture, la caractérisation de la fonction d'activation qui pilote l'écoulement à la rupture se fait à partir d'essais statiques. Dans ce cas de chargement instantané, les séries de Maxwell reproduisent une réponse élastique jusqu'à ce que la densité de déformation critique soit atteinte. Ainsi, les fonctions de temps de relaxation des différentes branches de Maxwell sont remplacées par une fonction qui nécessite la connaissance de la densité d'énergie de fissuration. Pour caractériser le phénomène de rupture par fluage qui se produit à des niveaux de contrainte élevés, il suffit d'intégrer la densité d'énergie de déformation qui se trouve amplifier par un fluage non linéaire à court terme. Cela permet de déterminer le temps de rupture en fonction de la durée et du niveau de chargement.

La caractérisation du paramètre α_i du modèle reproduisant le retrait de dessiccation (Équation II-14) nécessite un essai de séchage réalisé sur une éprouvette de petites dimensions afin de réduire les effets de structure. Il est important que l'essai ne soit démarré avant que la réaction d'hydratation soit presque complètement achevée, afin de ne pas influencer les caractéristiques mécaniques du béton. Les essais de séchage fournissent la perte de masse et la déformation totale. D'où la nécessité de réaliser en parallèle des essais de retrait endogène afin d'isoler le retrait de dessiccation. Le coefficient de retrait de dessiccation est identifié par méthode inverse après la simulation du champ hydrique dans l'éprouvette. Cependant, ce retrait de dessiccation reste couplé au fluage de dessiccation qui agit sur la loi de comportement en fonction du taux de variation hydrique.

L'identification des paramètres du modèle de fluage de dessiccation intrinsèque est généralement indépendante des caractérisations précédentes (à part le retrait de dessiccation), puisque ce fluage est supposé non vieillissant, indépendant du niveau de chargement, et non activé en absence d'échanges hydriques. La cinétique de ce fluage est pilotée par le taux de variation hydrique. Quant à son amplitude, elle nécessite une caractérisation par méthode inverse en choisissant des éprouvettes de petites dimensions tout en conservant les conditions de représentativité du matériau.

II.10. Validation du modèle

Après avoir décrit le modèle béton regroupant le comportement instantané et différé, nous présentons trois exemples de validation afin d'examiner la pertinence des approches choisies.

Le premier exemple est représentatif du phénomène de rupture par fluage. A travers cet exemple, on montre l'interaction entre le fluage et les niveaux de contrainte élevés modélisée par un modèle viscoélastique non linéaire associé à un critère de rupture énergétique.

Le deux derniers exemples consistent à simuler une série d'essais de retrait et de fluage réalisés par Granger (1996) sur quatre bétons de compositions différentes. Dans cette analyse, on choisit un des quatre types de béton qui correspond au béton "Civaux B11".

En partant des caractéristiques mécaniques et des propriétés de sorption, on effectue une modélisation des différents phénomènes mis en jeu afin d'établir une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

II.10.1. Modélisation de la rupture différée

Cette analyse est basée sur des essais réalisés par Al-kubaisy et Young (1975) sur des éprouvettes cylindriques, de 100 mm de diamètre et 200 mm de longueur, chargées en traction. Le béton utilisé est à base de ciment portland avec un rapport ciment-sable-gravier de 1 : 1.1 : 4 (en poids) et un rapport E/C égal à 0.5. Les expériences sont effectuées sur du béton âgé de 28 jours conservé au préalable pendant 21 jours en autodessiccation puis placé pendant 7 jours dans une ambiance contrôlée (65% d'humidité relative et une température de 20°C). Des essais à court terme ont permis de définir les caractéristiques mécaniques du béton qui correspondent à une contrainte de rupture moyenne de 2.5 MPa en traction et de 44.8 MPa en compression. Le diagramme contrainte-déformation en traction permet de déduire une densité d'énergie de déformation critique de $1.1 \cdot 10^{-4} \text{ MJm}^{-3}$. A partir de la force ultime de l'essai statique, on définit plusieurs niveaux de chargement compris entre 70% et 95% de la charge de rupture.

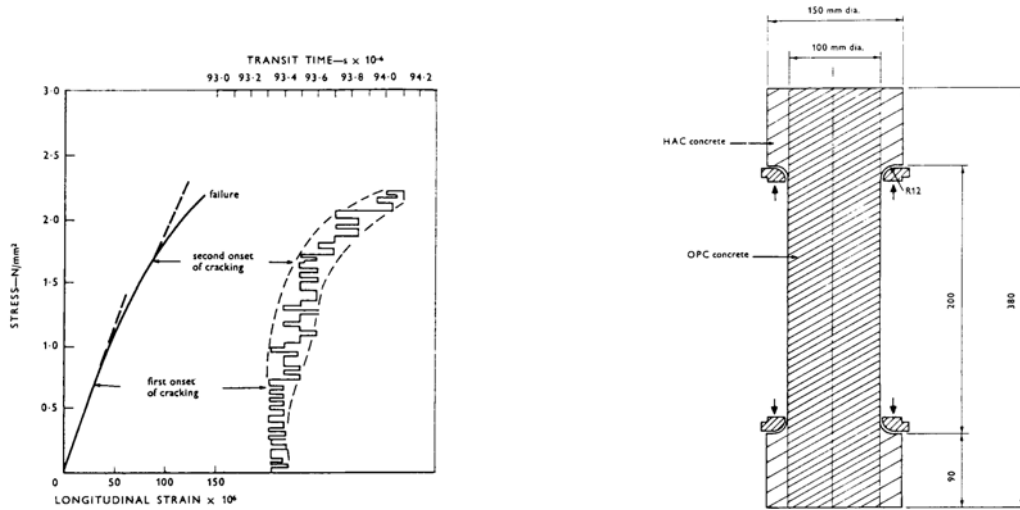


Figure II-19 (a) Diagramme contrainte-déformation de l'essai statique ; (b) forme et dimensions de l'éprouvette analysée

Les essais s'étendent sur une durée allant de quelques secondes jusqu'à 2 jours. On considère que les effets du fluage de dessiccation et du retrait sont négligeables pour une telle période, puisque les échanges hydriques restent limités à une zone de moins de 1 cm de profondeur à partir de la face exposée aux conditions ambiantes. Les paramètres du fluage propre sont caractérisés à partir de la fonction de CEB-FIP [voire annexe D]. Les paramètres des fonctions de temps de relaxation sont déterminés à partir des trois premiers niveaux de chargement. La densité d'énergie de fissuration est considérée égale à deux fois la densité d'énergie de déformation élastique. La fonction retenue pour approcher les raideurs des éléments de Maxwell $E_v(t)$ est la suivante :

$$\forall \nu \in [0,4]: E_\nu(t) = V_{\nu,0} + \sum_{i=1}^3 V_{\nu,i} e^{(1-t)\gamma_i} \quad \text{Équation II-29}$$

	γ_v	$V_{v,0}$	$V_{v,1}$	$V_{v,2}$	$V_{v,3}$	$V_{v,4}$
$E_0(t)$	-	9.52E+09	-2.13E+09	-4.12E+09	-2.32E+09	-3.71E+09
$E_1(t)$	1	5.76E+09	-7.88E+09	-1.41E+09	1.31E+09	3.34E+09
$E_2(t)$	0,1	3.25E+09	7.43E+08	-2.23E+08	-1.13E+09	-1.13E+08
$E_3(t)$	0,01	3.63E+09	-1.37E+09	4.69E+08	-1.77E+08	-1.29E+08
$E_4(t)$	0,001	1.18E+09	1.04E+07	-8.91E+07	3.30E+08	-1.94E+08

Cette fonction (Équation II-29) donne des paramètres $E_v(t)$ strictement positifs. Les coefficients permettant de trouver le module fictif de l'Équation II-19 sont donnés dans le tableau suivant :

	$v=\mu=0$	$v=\mu=1$	$v=\mu=2$	$v=\mu=3$	$v=\mu=4$	$v=\chi=5$	$v=\chi=6$
a_{cv}	1.0E-06	1.	0.1	1.0E-02	1.0E-03	8.	4.

Les modules $E_5(t)$ et $E_6(t)$ des chaînes de Maxwell reproduisant le fluage de dessiccation intrinsèque sont respectivement 2760 MPa et 1725 MPa. Les paramètres de la fonction d'activation $f_{c\mu}(\bar{k}_c)$ de l'Équation II-16 sont donnés dans le Tableau II-3.

Tableau II-3 Paramètres de la fonction d'activation $f_{c\mu}(\bar{k}_c)$

	$v=\mu=0$	$v=\mu=1$	$v=\mu=2$	$v=\mu=3$	$v=\mu=4$	$v=\chi=5$	$v=\chi=6$
$b'_{c\mu}$	36.	6.	6.	6.	6.	6.	6.
$p'_{c\mu}$	2.0E-06	2.0E-02	2.0E-01	2.0	20.	1.0E-01	1.0E-01

Les coefficients r et k de l'Équation II-28 qui décrit la fonction du temps de relaxation du comportement post-pic sont respectivement $4.0 \cdot 10^{-5}$ et 1.67. Ces coefficients sont déterminés à partir du diagramme d'adoucissement.

On rappelle que le matériau reste isotrope pour des niveaux de contrainte inférieurs à 50% de la contrainte de rupture ($\bar{K}_c < 0.5$). Au-delà de ce niveau, les fonctions d'activation $f_{c\mu,ijkl}(\bar{k}_{c,ijkl})$ (dans le cas tridimensionnel) rendent le comportement anisotrope avec un tenseur d'élasticité fictif donné dans le Tableau II-2. Cette anisotropie devient beaucoup plus marquée une fois le critère de rupture violé dans l'une des directions des contraintes principales.

Dans la simulation, les efforts sont transmis par une plaque métallique fixée sur la face supérieure de l'éprouvette. On modélise la moitié supérieure de l'éprouvette par symétrie.

Une première comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux (Figure II-20) illustre l'effet du niveau de chargement sur le temps de rupture. Dans cette figure, on remarque que l'enveloppe de rupture est limitée par une borne inférieure située entre 65% et 70%. La relation entre le temps de rupture et le niveau de chargement est quasi linéaire à l'échelle logarithmique, ce qui confirme la loi de Kachanov (cité par Al-kubaisy et Young (1975)) évoquant cette linéarité.

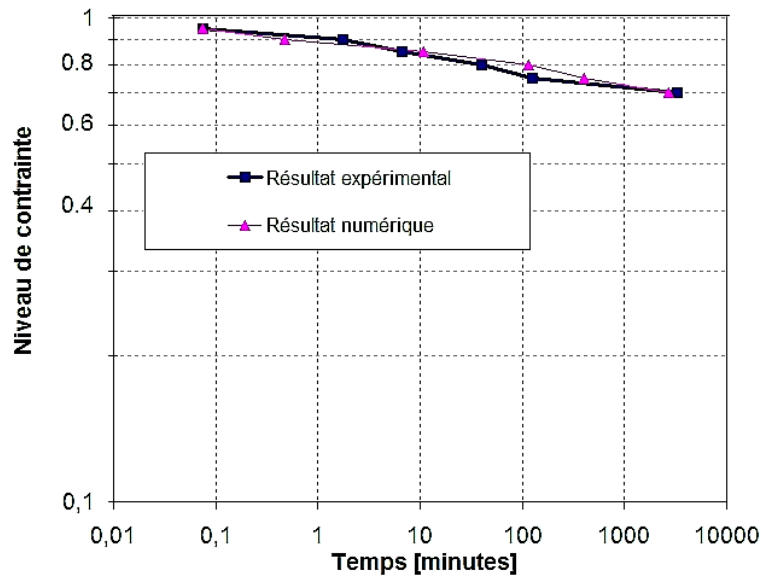


Figure II-20 Temps de rupture en fonction du niveau de chargement à l'échelle logarithmique

D'un autre coté, l'évolution de l'allongement de l'éprouvette en fonction du temps permet de montrer le passage entre les différentes phases de fluage primaire, secondaire, et tertiaire (Figure II-21).

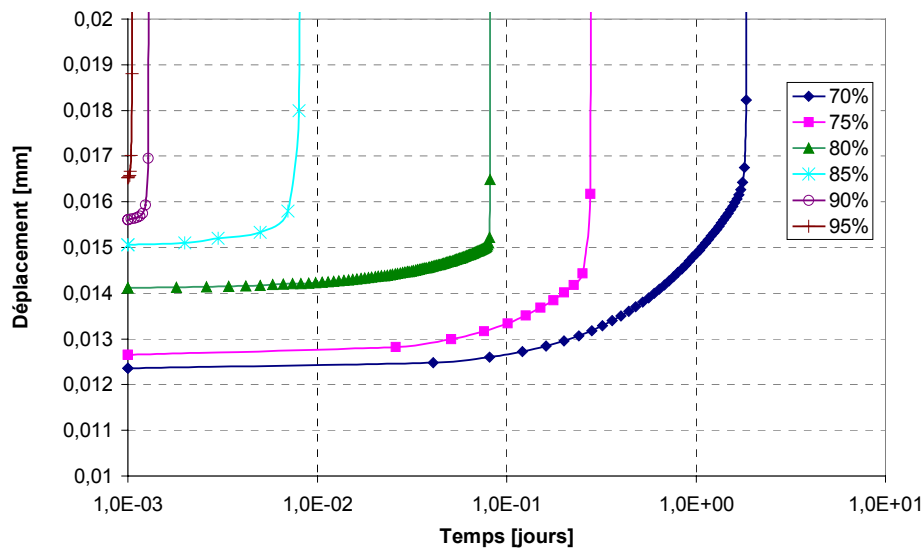


Figure II-21 les différentes phases de fluage en fonction du niveau de chargement.

La détermination du temps de rupture par le critère de "pseudo-Rankine", qui intègre la densité d'énergie de déformation non linéaire générée par le fluage à contrainte élevée, est très satisfaisante. Cette approche évite la surestimation de la résistance de rupture qu'on peut avoir avec les critères classiques qui ne couplent pas les aspects de fluage et de fissuration.

II.10.2. Modélisation des phénomènes de retrait et de fluage

Cette modélisation est basée sur la campagne expérimentale réalisée par Granger (1996) qui comporte des essais de retrait, de fluage propre, et de fluage total. Ces essais sont réalisés sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 16 cm et de hauteur 100 cm. Le béton examiné (Civaux B11) est âgé de 28 jours et conservé préalablement en autodessiccation. Sa composition est donnée dans le tableau ci-dessous :

Tableau II-4 Composition du béton étudié (Granger 1996).

Béton	Eau [kg.m ⁻³]	Ciment [kg.m ⁻³]	Graviers [kg.m ⁻³]	Sable [kg.m ⁻³]	Fillers [kg]	Fumée de silice [kg]	Adjuvant [kg.m ⁻³]
Civaux B11	195	350	1100	637	142	0	1,225

L'étude expérimentale est effectuée dans des conditions ambiantes contrôlées avec une humidité relative de 50% ($\pm 5\%$) et une température de 20°C ($\pm 1^\circ\text{C}$). Les éprouvettes destinées à l'étude du retrait et du fluage total ont les faces supérieure et inférieure étanchées, tandis que celles destinées à l'étude du fluage propre sont complètement étanchées latéralement, comme montré sur la figure ci-dessous.

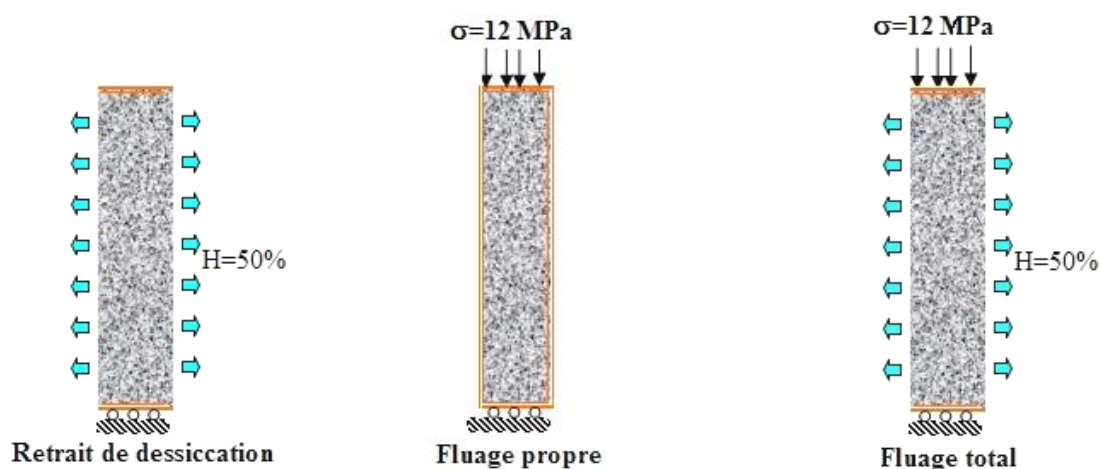


Figure II-22 Conditions aux limites des essais de retrait de dessiccation, de fluage propre et de fluage total.

Les mesures de déplacement sont effectuées sur une zone centrale de 50 cm de hauteur, afin de s'affranchir des effets de bords. Pour les essais de fluage, une contrainte de 12 MPa est maintenue axialement tout au long de l'essai.

II.10.2.1. Essais de séchage

Ces essais consistent à déterminer les propriétés de sorption. On choisit de décrire l'évolution de la diffusivité par rapport à l'humidité relative du béton selon la loi proposée par Xi (1994) :

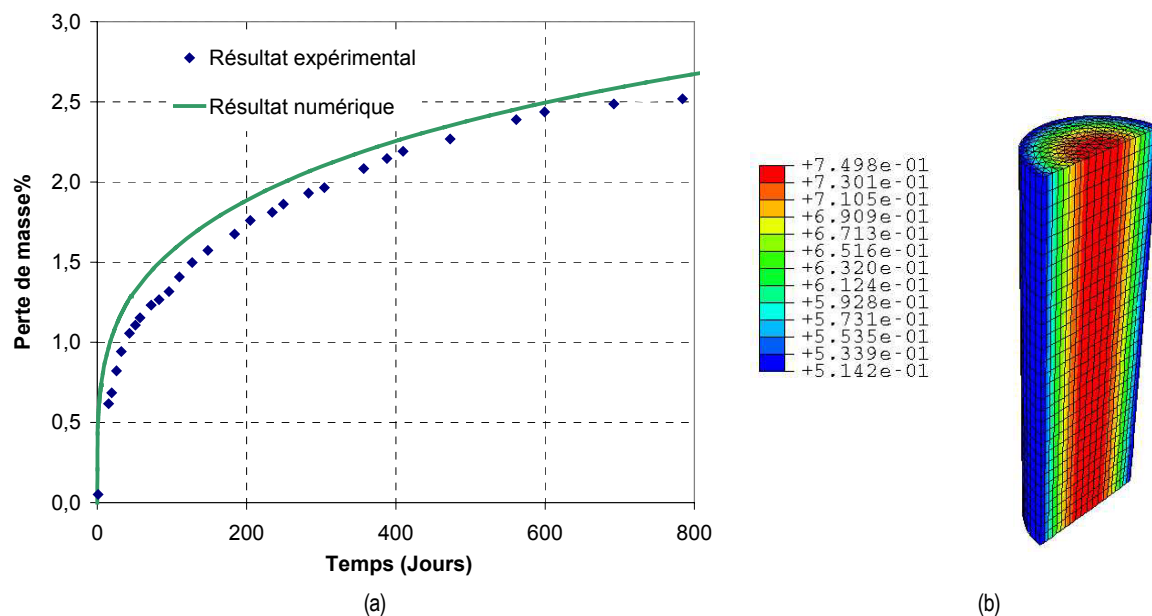
$$D(h) = D_0 \left[1 + a \left(1 - 2^{-10^{b(h-1)}} \right) \right] \quad \text{Équation II-30}$$

où D_0 , a et b sont des paramètres du matériau dépendants du rapport E/C (Xi et al. 1994). On retient pour ces paramètres les valeurs proposées par Benboudjema (2002) et identifiées par la méthode inverse (Tableau II-5). La courbe isotherme de sorption est choisie linéaire par rapport à l'humidité relative de l'air.

Tableau II-5 Valeurs des paramètres de la fonction décrivant le coefficient de diffusion.

Béton	D_0 [m ² .s ⁻¹]	a	b
Civaux B11	$6,09 \times 10^{-12}$	400	15

La simulation du transfert hydrique suivant la seconde loi de Fick permet de déterminer les champs hydriques dans l'éprouvette en fonction du temps, et de déterminer la perte de masse qu'on peut vérifier à partir des résultats expérimentaux de Granger (1996).



On constate que la vitesse de séchage est importante au début suite au choc hydrique qui génère de forts gradients, et du coefficient de diffusion relativement élevé (à cause de sa forte dépendance de la teneur en eau).

II.10.2.2. Essais de retrait de dessiccation

Après avoir déterminé la distribution hydrique sur une durée de 855 jours, on introduit ces données dans un calcul mécanique de retrait de dessiccation puis de fluage total. Les caractéristiques mécaniques du béton utilisé sont données dans le tableau suivant :

Tableau II-6 Caractéristiques mécaniques du béton étudié d'après Granger (1996).

Béton	E [GPa]	ν	f_t [MPa]	f_c [MPa]
Civaux B11	33,7	0,248	3,7	49,6

L'identification des paramètres des séries de Maxwell représentant le phénomène de fluage propre est basée sur les résultats expérimentaux de Granger (1996). Dans ces essais, les éprouvettes protégées de tout échange hydrique sont soumises à une contrainte de 12 MPa. Pour les paramètres des séries de Maxwell représentant le fluage de dessiccation intrinsèque, on s'est basé sur une identification effectuée sur une petite éprouvette avec le modèle CEB-FIP (1990). Cette identification nécessite la séparation du fluage de dessiccation intrinsèque du fluage total. Pour cela, on a déterminé la fonction de fluage pour deux conditions d'ambiance différentes, ce qui permet d'estimer l'amplitude du fluage de dessiccation intrinsèque pour une variation hydrique moyenne. On rappelle que la partie intrinsèque du fluage est indépendante des dimensions de l'éprouvette. Cette identification est alors possible à partir d'une éprouvette de petites dimensions.

Les paramètres $E_{c\mu}(t, h)$ des branches de Maxwell représentant le comportement viscoélastique vieillissant sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	γ	$V_{v,0}$	$V_{v,1}$	$V_{v,2}$	$V_{v,3}$	$V_{v,4}$
$E_{c0}(t)$	-	2.36E+10	-6.73E+09	-9.77E+09	-6.55E+09	-6.58E+09
$E_{c1}(t)$	1	3.12E+09	-5.34E+09	-5.62E+08	1.38E+09	1.90E+09
$E_{c2}(t)$	0,1	1.91E+09	-1.65E+08	-4.04E+08	8.36E+07	1.16E+09
$E_{c3}(t)$	0,01	4.90E+09	-2.64E+09	9.55E+08	8.45E+08	1.15E+09
$E_{c4}(t)$	0,001	4.45E+09	-2.62E+09	9.98E+08	1.26E+09	1.10E+09

Ces paramètres sont calculés à partir de l'Équation II-29 qui permet de reproduire le caractère vieillissant du fluage propre. $E_{c1}(t)$, $E_{c2}(t)$, $E_{c3}(t)$, et $E_{c4}(t)$ sont multipliés par la fonction $g(h)$ selon l'Équation II-15 afin d'introduire l'effet de l'humidité relative interne sur la déformation du fluage propre. On prend $g(h)$ directement proportionnelle à l'humidité relative interne h .

Les paramètres des branches hydroviscoélastiques $E_{c\chi}(t, h)$ reproduisant le fluage de dessiccation ne varient pas en fonction du temps de chargement. Deux branches sont identifiées pour modéliser ce phénomène ($E_{c3}(t)=4000$ MPa ; $E_{c4}(t)=2500$ MPa).

Les paramètres $p_{c\mu}$ et $b'_{c\mu}$ de la fonction d'activation $f_{c\mu}(\overline{\kappa_c})$ (Équation II-16), traduisant l'interaction entre les niveaux de contrainte et le fluage, sont déterminés à partir de l'exemple précédent. Pour modéliser le comportement post-pic du béton étudié en traction, il est important d'avoir le diagramme d'adoucissement et de déterminer la densité d'énergie de déformation dissipée. Granger (1996) n'a pas réalisé le type d'essai qui permet d'identifier les paramètres du modèle de rupture. Par conséquent, on a identifié ces paramètres à partir des essais de Gopalaratnam et Shah (1985) utilisés aussi par Benboudjema (2002) (Figure II-24). Les coefficients r et k de l'Équation II-28 qui décrit la fonction du temps de relaxation du comportement post-pic sont alors identifiés par méthode inverse ($r=4.0 \cdot 10^{-5}$; $k=2$).

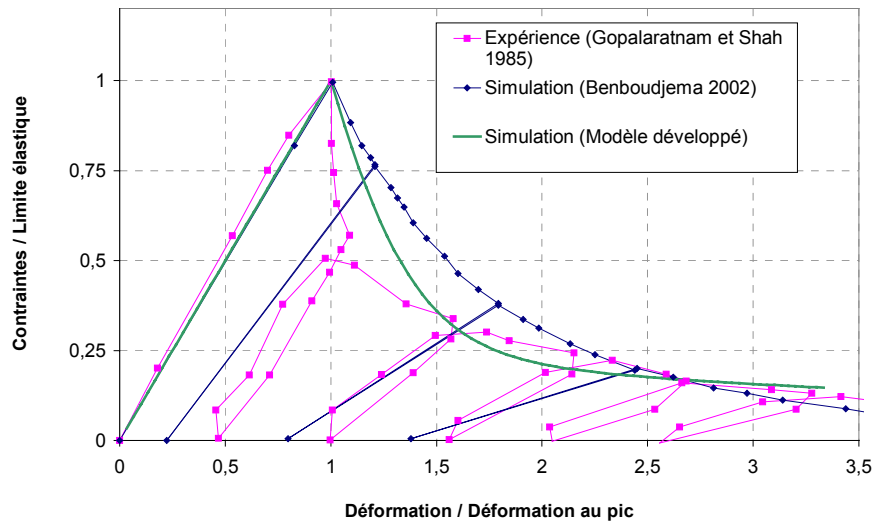


Figure II-24 Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour le comportement post-pic.

Pour la modélisation du retrait de dessiccation intrinsèque, le coefficient α^{ret} est identifié à partir de la courbe expérimentale qui décrit le retrait de dessiccation en fonction de la perte de masse. Pour le béton Civaux B11, la valeur adoptée est $1.95 \cdot 10^{-4}$.

Les résultats de cette modélisation sont comparés aux résultats expérimentaux et à ceux d'une simulation effectuée par Benboudjema (2002). On retrouve sur la Figure II-25 deux phases d'évolution du retrait qui sont interprétées par Granger de la manière suivante :

- Une phase dormante où la déformation de retrait de dessiccation intrinsèque est masquée en partie par les microfissures de la peau du béton.
- Une phase linéaire où le retrait est proportionnel à la perte de masse. Dans cette phase, les contraintes de traction sont partiellement libérées par les microfissures. A ce stade, l'évolution de la fissuration est atténuée, ce qui conduit à une augmentation de la déformation de retrait.

Une troisième phase asymptotique est constatée expérimentalement. Le modèle de retrait de dessiccation développé par Benboudjema (2000) approche bien cette phase asymptotique. Ce modèle est basé sur les mécanismes de pression capillaire et de pression de disjonction. Benboudjema (2000) note que cette atténuation de la déformation est un phénomène intrinsèque, et que la fermeture partielle des fissures ne parvient pas seule à expliquer cette phase. Cependant, on note d'après notre calcul hydrique (Figure II-23a) que la fonction de perte de masse n'a pas atteint, à ce stade de calcul, la phase asymptotique constatée sur la courbe expérimentale. Cette légère surestimation est reproduite dans le calcul du retrait de dessiccation. Mais il est évident que, à un stade de calcul plus avancé, le gradient hydrique sera fortement atténué, ce qui amènera forcément à la phase asymptotique. Ainsi, on estime que cette dernière phase est pilotée par la perte de masse et que quelque soit l'approche utilisée pour modéliser le retrait (mécanismes de pression capillaire et de pression de disjonction, ou retrait linéaire), on atteint la phase asymptotique. Néanmoins, il est important que le modèle mécanique soit capable de reproduire la fermeture partielle des fissurations pour ne pas surestimer le retrait.

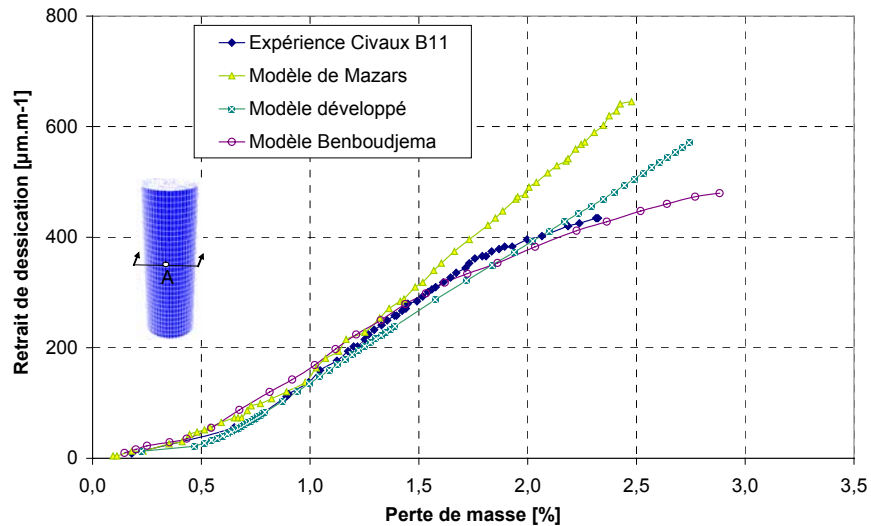


Figure II-25 Evolution de la déformation du retrait de dessiccation en fonction de la perte de masse (comparaison des résultats expérimentaux de Granger (1996) avec nos résultats de simulation et ceux présentés par Benboudjema (2002)).

Cette dernière remarque est constatée clairement sur la Figure II-25 en faisant une comparaison entre notre modèle et celui de Mazars associé à une même approche de retrait linéaire. En effet, notre modèle reproduit une fermeture partielle des fissures, traduite par une déformation anélastique résiduelle. Ce n'est pas le cas du modèle de Mazars qui reproduit, comme le modèle ABAQUS, un déchargement élastique (Figure II-18).

Par ailleurs, on rappelle que notre approche permet de reproduire le phénomène de rupture par fluage. Ainsi, à partir d'un niveau de contrainte qui dépasse 70% de la contrainte de rupture en traction, le béton peut subir une rupture différée. Ce phénomène influe significativement la déformation du retrait de dessiccation.

La distribution des contraintes tangentielles dans la zone centrale de l'éprouvette est donnée dans la Figure II-26. Ces valeurs représentent l'état de contrainte des éléments en fonction de leurs distances de l'axe de révolution. On remarque que les zones exposées subissant le choc hydrique atteignent des contraintes de traction élevées, ce qui conduit à la fissuration de la peau. Ces fissurations apparaissent après les cinq premières heures du séchage. Plus on s'éloigne de la face exposée, plus les gradients hydriques sont atténués. La profondeur des zones endommagées peut être déterminée à partir de la densité d'énergie de déformation critique. La Figure II-27 montre les iso-valeurs de la densité d'énergie de déformation dans le sens tangentiel. Les éléments en gris désignent la partie endommagée de l'éprouvette qui s'étend sur une épaisseur de l'ordre de 15 mm. Dans l'essai de retrait de dessiccation, on constate une répartition de fissures quasi isotrope.

On observe sur la Figure II-26, une fermeture progressive des fissures avec le temps. Ce phénomène est induit par la contraction de la zone interne lors du séchage.

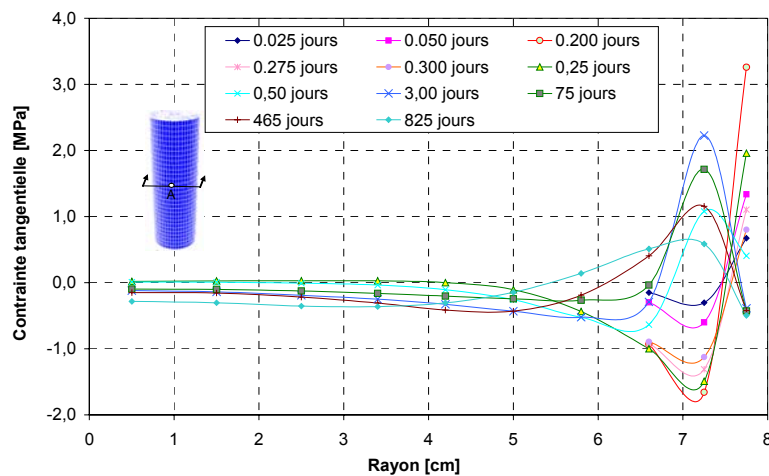


Figure II-26 Distribution des contraintes tangentielles suivant le rayon de l'éprouvette.

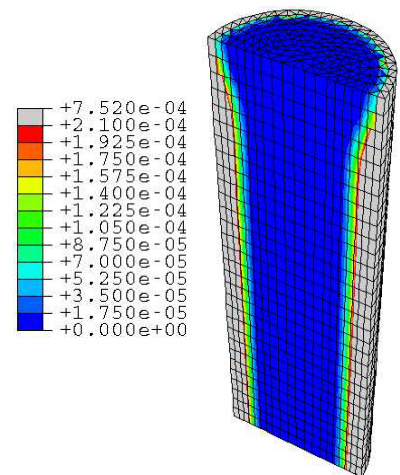


Figure II-27 Iso-valeurs de la densité d'énergie de déformation tangentielle.

II.10.2.3. Essai de fluage total

Dans cette partie, nous nous intéressons au comportement différé d'une éprouvette soumise à un chargement de compression de 12 MPa et subissant le séchage. La déformation totale mesurée sur la zone centrale permet de vérifier la capacité du modèle à reproduire l'ensemble des phénomènes intrinsèques et des effets structuraux. Les résultats de notre simulation sont comparés dans la Figure II-28 aux mesures expérimentales et à une autre simulation effectuée par Benboudjema (2002). On remarque que la simulation reproduit d'une manière satisfaisante la déformation différée expérimentale. Cependant, les deux simulations montrent une légère surestimation de la déformation à court terme. Dans notre calcul, cette surestimation est probablement due à la surestimation de la perte de masse dans les trois premiers mois du séchage (Figure II-23). Les cinétiques de déformation des phénomènes différés sont très distinctes. Cela rend difficile la détermination des contributions de chaque composante.

Le chargement de compression permet de limiter l'ouverture des fissures dans la direction axiale. Cette constatation est vérifiée à partir des iso valeurs de la densité d'énergie de déformation, où la zone endommagée a une épaisseur de 2 mm contre 15 mm sans chargement. Ainsi, l'effort de compression appliqué permet de mobiliser plus de déformation de retrait de dessiccation. Le fluage propre agit aussi significativement sur les zones endommagées en induisant la fermeture différée des fissures dans le cas d'un chargement de compression. Cette fermeture de fissures se produit uniquement dans la direction perpendiculaire au chargement. Quant aux fissures parallèles à l'axe de chargement, on constate que la fissuration induite par le retrait n'est pas significativement influencée par le chargement dans la limite de faibles niveaux de contrainte appliquée.

D'un autre côté, on constate que le fluage de dessiccation contribue à la relaxation des contraintes de traction induites par le séchage. Cependant, dans le cas d'un chargement de traction, le fluage agit dans le sens contraire du retrait. Cela induit plus de fissurations perpendiculaires à la direction du chargement et peut conduire à une rupture différée pour des niveaux de chargement élevés.

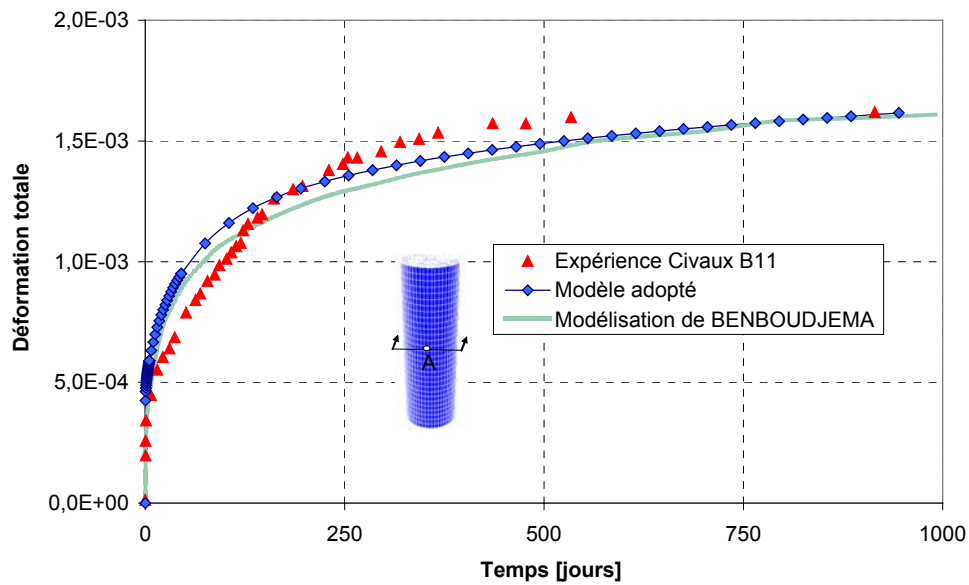


Figure II-28 Evolution de la déformation différé axiale au point A situé dans la zone centrale.

L'évolution de l'état de contraintes dans la direction axiale est présentée dans la Figure II-29. On remarque que les faces exposées de l'éprouvette subissent des contraintes de traction élevées dans les douze premières heures du séchage. Ces contraintes de traction sont limitées à une zone de 2 à 3 mm de profondeur. Cette figure met en évidence le phénomène de fermeture progressive des fissures transversales. Cependant, les fissures longitudinales induites par des contraintes de traction tangentielle sont bien plus prononcées (de l'ordre de 16 mm). La zone endommagée est presque identique à celle de l'essai de retrait de dessiccation (Figure II-27).

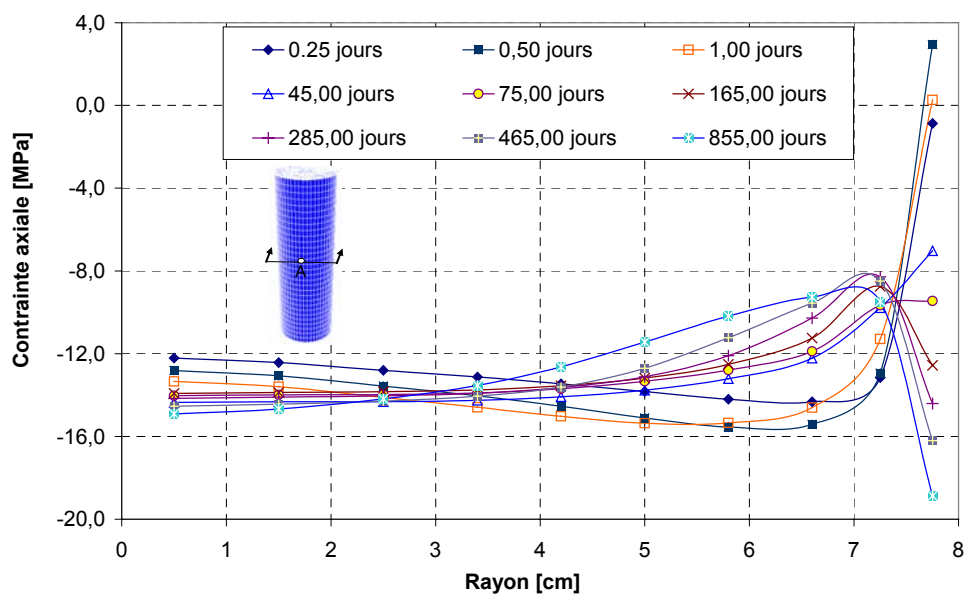


Figure II-29 Evolution de la contrainte axiale au point A situé dans la zone centrale.

La Figure II-30 montre l'évolution de la contrainte tangentielle. On remarque le développement des contraintes de traction au fur et à mesure que le séchage avance en profondeur. Il semble que le chargement appliqué influence très peu l'état de fissuration des zones endommagées. On note que notre simulation ne donne pas une estimation de l'ouverture des fissures. La modélisation étant effectuée avec un concept de fissuration répartie, l'effet des microfissurations est traduit par un écoulement viscoplastique capable de reproduire l'adoucissement du matériau sous un chargement de traction.

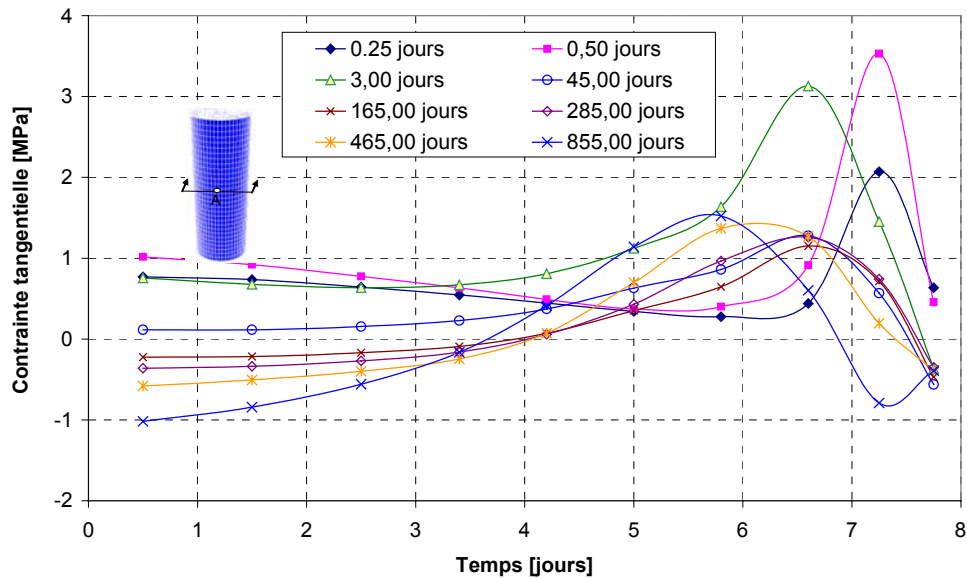


Figure II-30 Evolution de la contrainte tangentielle au point A situé dans la zone centrale.

II.11. Conclusion

Ce chapitre a eu pour objectif de fournir un moyen de calcul efficace pour prédire le comportement différé du béton. Le modèle développé a permis d'intégrer les phénomènes de retrait, fluage, vieillissement, rupture différée, ainsi que d'autres effets couplés.

Dans la première partie, l'analyse bibliographique a porté sur l'état de l'art des approches qualitatives utilisées dans la modélisation des effets différés. Cette partie a mis en évidence la difficulté de l'identification de tous les mécanismes physico-chimiques qui sont supposés être à l'origine des phénomènes différés observés. La mise au point d'un modèle numérique capable de reproduire ces mécanismes à l'échelle microscopique est confrontée à la complexité des formulations théoriques et à la difficulté des validations expérimentales. Nous avons donc choisi, dans la deuxième partie, d'adopter des approches phénoménologiques tout en supposant une partition des divers phénomènes mis en jeu. Le premier pas de cette modélisation consiste à déterminer localement l'évolution de l'humidité relative interne dans le cadre du séchage du béton. Ce calcul est effectué par une équation de diffusion non linéaire. L'histoire hydrique est ensuite introduite dans un calcul mécanique afin de décrire l'influence du départ d'eau de la matrice cimentaire. Une première conséquence du séchage est le retrait de dessiccation dont la partie intrinsèque est modélisée par un modèle linéaire fréquemment adopté dans la littérature (Alvaredo et Wittmann 1993, Bažant et Xi 1994, Witasse 2000, van Zijl et *al.* 2001). Par ailleurs, la déformation apparente de ce retrait intègre un effet structural très significatif. En effet, les gradients hydriques générés par le séchage induisent un retrait différentiel. Ainsi, des contraintes de traction élevées se produisent sur les faces exposées, ce qui peut conduire à des fissurations de peau. Ce phénomène vient masquer une bonne partie du retrait de dessiccation intrinsèque. La déformation apparente du retrait de dessiccation dépend ainsi des modèles de fluage, de fissuration (ou des déformations anélastiques), et du couplage fluage-fissuration.

Le phénomène de fluage est constitué par une composante de fluage propre et une composante de fluage de dessiccation. Le fluage propre est décrit par un modèle viscoélastique non linéaire tout en tenant compte de son caractère vieillissant. Ce modèle est capable de reproduire la phase de fluage secondaire générée par des niveaux de contrainte relativement élevés. Le fluage de dessiccation est modélisé par des éléments rhéologiques activés par les variations hydriques. Cette approche est similaire aux approches utilisées dans la modélisation des phénomènes mécanosorptifs du bois. Bien que ce modèle soit basé sur des considérations plus phénoménologiques que physico-chimiques, les résultats obtenus dans le cadre de notre étude (humidité relative ambiante 50%-100%, sans effet cyclique) sont plutôt satisfaisants. Finalement, pour détecter une rupture instantanée ou différée, sous une contrainte de traction, un critère de rupture énergétique est adopté. Ce critère appelé "pseudo-Rankine" a été présenté par Carol et *al.* (2001) dans le cadre d'un chargement statique. Cette approche évite la surestimation de la résistance en traction qui chute en fonction du temps de chargement. Le comportement adoucissant du béton en phase de rupture est modélisé par

une version améliorée de l'approche développée par Bažant et Chern (1985a). L'écoulement de rupture est piloté par l'énergie dissipée et par le taux de déformation anélastique.

La troisième partie est consacrée à la validation du modèle. Les résultats obtenus montrent la capacité du modèle à fournir une prédiction fiable du phénomène de rupture par fluage et du comportement hydromécanique du béton. L'ensemble des phénomènes associés à ce modèle le rend adapté à un champ d'application assez large.

Chapitre III

Structures mixtes bois-béton sous conditions
climatiques variables

III.1. Introduction

L'estimation du comportement différé des structures mixtes bois-béton dans des conditions climatiques variables est confrontée à la difficulté de modéliser les nombreux phénomènes mis en jeu. En effet, le bois, le béton, et les systèmes de connexion ont des propriétés rhéologiques très distinctes. Cela génère des redistributions de contraintes modifiant constamment l'état d'équilibre de la structure notamment dans des conditions climatiques variables.

La complexité des phénomènes différés couplés aux effets hydromécaniques n'est abordée que d'une manière rustique dans le code de dimensionnement. Or le développement de la mixité bois-béton pour de grandes constructions, tels que les ponts, nécessite une prédiction fiable des effets différés afin de garantir la durée de vie prévue lors du dimensionnement.

L'objectif de ce travail est de vérifier la pertinence de l'outil de modélisation développé dans les chapitres précédents, et de le positionner par rapport aux résultats expérimentaux et par rapport aux méthodes de dimensionnement analytiques et normatives.

La première partie de ce chapitre présente un bref aperçu concernant le développement des structures mixtes bois-béton, et des systèmes de connexion. Ensuite, une analyse expérimentale et numérique du comportement local d'un système de connexion développé par HILTI A.G. en collaboration avec l'INSA est effectuée, afin de caractériser son comportement. Une estimation des effets différés est proposée dans des conditions ambiantes constantes et variables. Cette analyse permet d'identifier les paramètres d'un modèle de connexion simplifié utilisé dans la modélisation des structures mixtes.

Enfin, une série d'analyses expérimentales et numériques du comportement à court, à moyen, et à long terme est effectuée afin de mieux comprendre les interactions des deux matériaux constitutifs pour différents niveaux de chargement, et dans des conditions climatiques variables. Une confrontation entre les résultats expérimentaux d'une part, et les résultats numériques et analytiques d'autre part, donne une première réponse à la problématique liée au dimensionnement des structures mixtes bois-béton dans des conditions climatiques variables.

III.2. Aperçu de la mixité bois-béton

Le développement des constructions mixtes bois-béton a démarré principalement après la période des deux guerres mondiales, suite à un manque d'acier pour le renforcement du béton. La performance des structures mixtes acier-béton a inspiré cette nouvelle technique de mixité. Ainsi, la superposition passive d'une dalle en béton sur des poutres en bois est transformée par des systèmes de connexion en un élément de structure plus rigide, plus résistant et plus stable.

Les premiers brevets concernant les systèmes de connexion bois-béton datent de 1922 avec Müller (Gerber et *al.* 1993 cité par van der Linden 1999). La construction des premiers ponts mixtes bois-béton aux Etats Unis a commencé dans les années 1930 (R. H. Baldcock et C. B. McCullough 1941). Dans cette période, l'université d'Oregon a conduit un grand projet de recherche visant à examiner des poutres bois-béton, avec des sections en forme de T, destinées à la construction de ponts routiers. Ces ponts sont restés en service depuis les années 1930 jusqu'au moins 1989 et probablement jusqu'à nos jours (Benitez 2000). La technique de mixité bois-béton s'est vite propagée dans le monde à cause de la facilité de sa mise en œuvre et de ses avantages économiques.

En Europe, cette mixité s'est imposée comme étant la meilleure solution pour les travaux de réhabilitation des planchers en bois et principalement dans le cas des bâtiments historiques. Dans le domaine des ouvrages d'art, de nouveaux ponts ont été construits récemment avec des tabliers mixtes. On cite le pont "des Fayette" construit en 1999 dans le Valbonnais en France (Figure III-1).

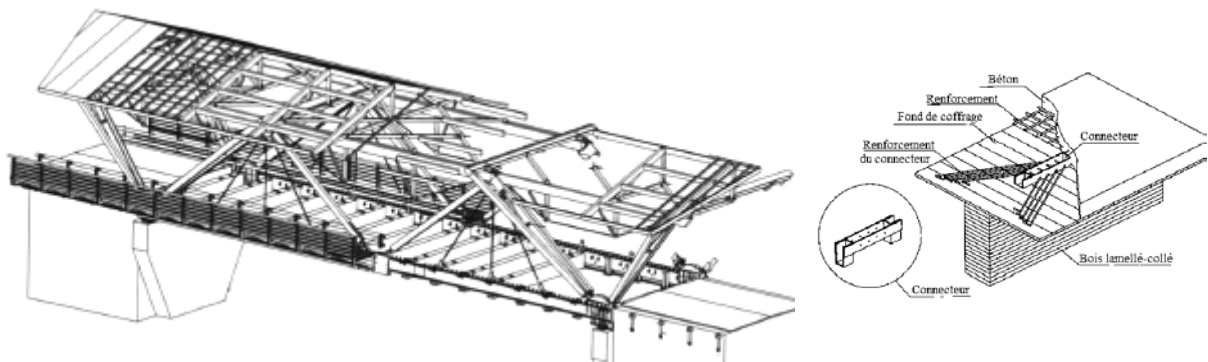


Figure III-1 Pont des Fayette dont la mixité du tablier dans la direction transversale est assurée par le système de connexion Bertsche (Flach et Frenette 2000)

Ce pont de 30 mètres de longueur et de 7 m de largeur est destiné aux poids lourds (30 tonnes). Les poutres secondaires sont en bois-béton. Autre exemple, le pont "la Resgia" construit à Innerferrera en Suisse en 1998. Le tablier de ce pont est construit avec des poutres bois-béton comme indique la figure ci-après.

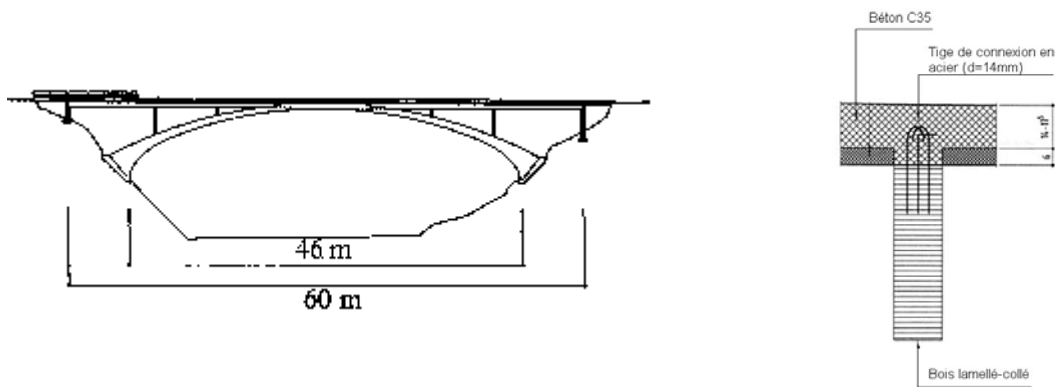


Figure III-2 Pont "la Resgia" en Suisse, avec le système de connexion utilisé.

Les avantages de la technique de mixité sont nombreux. La capacité résistante peut être doublée, et la rigidité hors plan peut atteindre trois à quatre fois celle d'un plancher en bois. Cette augmentation de la rigidité permet de réduire les vibrations du plancher qui constituent un point critique pour les grandes portées. De même, la connexion améliore la rigidité dans le plan, ce qui est très important pour le calcul sismique. Toujours au niveau des performances mécaniques, la présence d'une dalle en béton connectée à un plancher ou à des poutres en bois améliore la résistance au poinçonnement par rapport à un plancher complètement en bois (notamment pour les tabliers de ponts).

En ce qui concerne les structures en bois exposées à des variations climatiques sévères, le béton permet de protéger le plancher en bois et d'améliorer ainsi sa durabilité. D'autres caractéristiques aussi importantes, comme l'isolation phonique et la résistance au feu, sont améliorées par la présence du béton.

Outre les avantages mécaniques, le côté économique constitue un facteur décisif. La vitesse d'exécution, la diminution des coûts des fondations, ainsi que l'aspect écologique et architectural favorise l'utilisation de la technique de mixité bois-béton. En plus, le développement de plusieurs systèmes de connexion adaptés à différents types de structure rend ces structures mixtes encore plus compétitives.

III.2.1. Systèmes de connexion et planchers mixtes

Les premiers systèmes de connexion utilisés pour les structures mixtes bois-béton étaient similaires à ceux utilisés pour la connexion bois-bois. A partir des années 1960, plusieurs projets de recherche ont été lancés pour développer et tester de nouveaux systèmes de connexion (Pincus 1969, cité par van der Linden 1999). En effet, l'amélioration du mécanisme de transmission des efforts dans le béton et le bois permet d'atteindre une rigidité et une résistance très élevées. Les divers développements réalisés dans ce domaine ont permis d'offrir une large gamme de systèmes de connexion, adaptés à des portées allant de 5 mètres à plus de 30 mètres pour des poutres droites, et jusqu'à 80 mètres pour des arcs. On distingue des systèmes de connexions ponctuelles [Bertsche (Figure III-1), Natterer (Figure III-3b), SFS,...], et des procédés de connexions réparties [système Ligndal (Figure III-3a), procédé Nulli, ...].

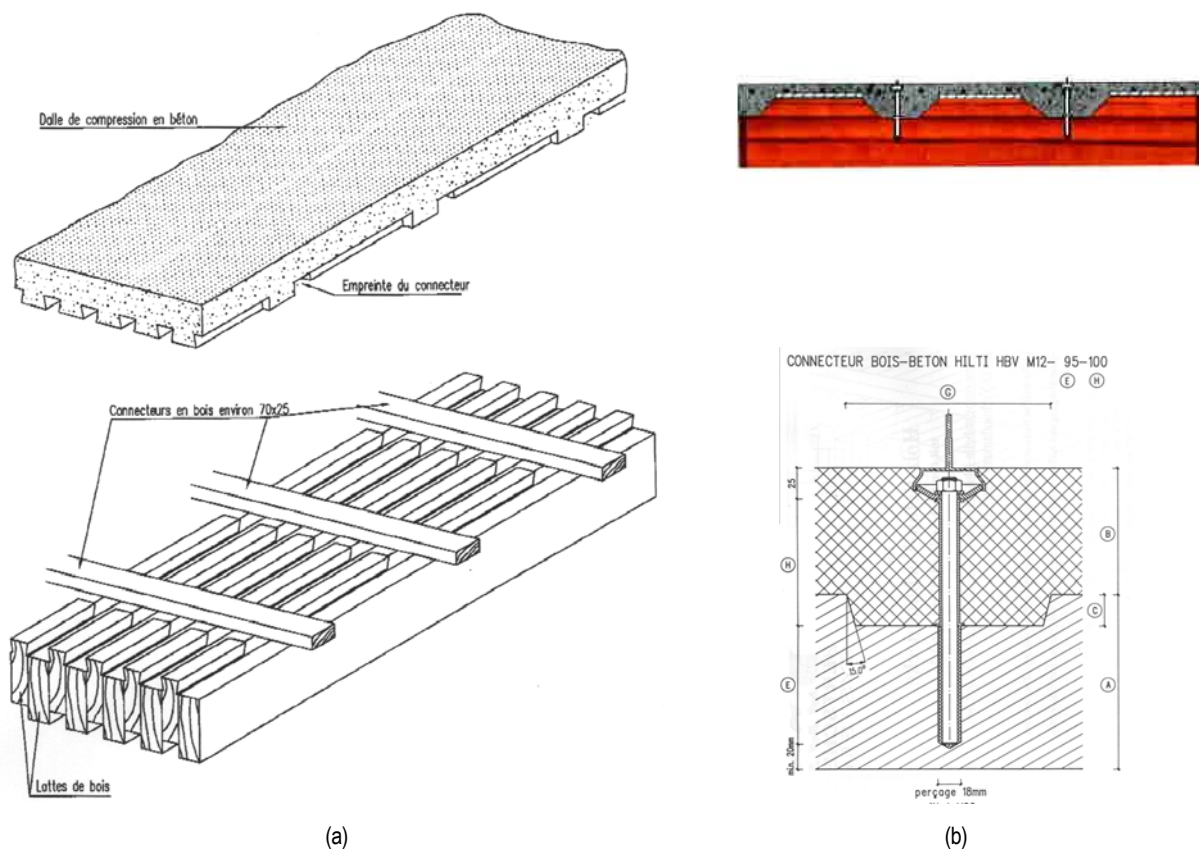


Figure III-3 Le procédé de connexion Lignadal, (b) Connecteur Natterer

Les systèmes de connexion les plus rigides et les plus résistants sont principalement destinés aux ouvrages d'art. Parmi ces connecteurs, le système "Bertsche" développé par l'ingénieur allemand Peter Bertsche il y a 15 ans (Figure III-1). Un autre procédé de connexion rigide, le "PMBB", a été développé par l'ingénieur français Georges Deperraz. Des essais réalisés récemment à l'INSA de Lyon ont montré la capacité du système à assurer une connexion totale permettant de multiplier par quatre la rigidité des poutres en bois. Ce système assure la transmission des efforts de cisaillement par des entailles renforcées en forme de tétraèdre dans les poutres en bois.

III.2.2. Etudes expérimentales

En Italie, les analyses expérimentales du comportement instantané et différé des structures mixtes bois-béton ont commencé dès 1989 (Ceccotti 1992). Le système de connexion utilisé est constitué d'une tige en acier collée dans le bois par une résine, et incurvée du côté béton pour faire office de dispositif anti-soulèvement. Ces études soulignent l'effet prononcé des variations climatiques sur l'évolution de la flèche et sur le glissement à l'interface bois-béton.

Depuis le début des années 1990, plusieurs études sont menées sur le comportement des systèmes de connexion à l'école polytechnique fédérale de Lausanne. Parmi ces systèmes, celui de Natterer (Figure III-3b) réalisé avec un connecteur HBV de Hilti. Ce système a fait l'objet de plusieurs

essais à court et à long terme. Il est constitué d'une tige enfoncée dans un emboîtement. La tige transmet un effort de précontrainte appliqué en serrant l'écrou placé sur son sommet. Ce serrage permet de compenser le jeu à l'interface induit par le retrait du béton, et de mobiliser plus de résistance au cisaillement.

Autres types d'essais ont été réalisés à l'EPFL par Fontana et Fangi (1998) pour déterminer la résistance au feu du connecteur SFS (développé par SFS company, 1992). Ces essais montrent l'effet de la largeur des poutres en bois sur la perte de résistance au cisaillement induite par le feu.

En 1995, une étude expérimentale a été conduite à l'université de Karlsruhe dans le but de caractériser quatre systèmes de connexion (van der Linden 1999). Des essais de flexion à court et à long terme ont été ensuite réalisés sur des poutres bois-béton connectées avec ces systèmes. Un de ces essais fera par la suite l'objet d'une modélisation numérique.

A Partir de 1996, plusieurs systèmes de connexion sont développés et examinés dans le cadre d'une collaboration entre Hilti A.G. et l'INSA de Lyon. Des essais de cisaillement et des essais de flexion de dalle mixte ont été menés avec des chargements monotones et cycliques. Parmi ces connecteurs, le connecteur "INSA-Hilti" destiné à la réhabilitation des planchers en bois feuillu (Mungwa et al. 1999), le connecteur "HCC" qui sera prochainement commercialisé par Hilti A.G., et le système "Shear crown" qui sera présenté par la suite.

Depuis 1997, un projet de recherche est mené au centre de recherche technologique du bâtiment en Finlande (VTT), dans le but d'améliorer la performance des structures de planchers. Deux systèmes de plancher mixte bois-béton sont développés, dont l'un est préfabriqué et l'autre est construit sur place (Toratti et Kevarinmäki 2001). La structure est constituée d'une dalle en béton connectée par des plaques métalliques à un treillis en bois (Figure III-4). Ce projet a permis d'examiner le comportement statique et dynamique de ces planchers. En plus, l'isolation phonique et la résistance au feu ont été testées afin de montrer que ces systèmes de structure mixte remplissent toutes les exigences du code de dimensionnement.

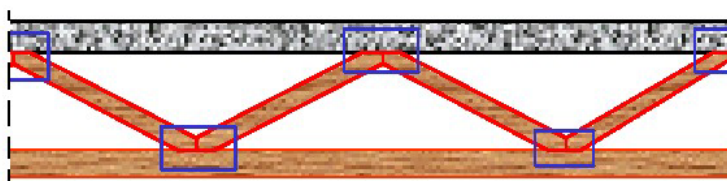


Figure III-4 Plancher en treillis examiné en Finlande.

III.3. Comportement des systèmes de connexion

III.3.1. Introduction

Le système de connexion est l'un des principaux éléments qui influencent le degré d'interaction entre les matériaux constitutifs de la mixité. Dans cette partie, nous rappelons les procédés de caractérisation qui permettent d'évaluer la performance des systèmes de connexion. Ensuite, nous présentons une étude expérimentale et numérique réalisée sur le connecteur "Shear crown" développé par Hilti A.G. en collaboration avec l'INSA. Cette étude a pour objectif de déterminer expérimentalement les propriétés mécaniques de ce système, et d'analyser par une simulation numérique son mécanisme de transmission d'efforts. Après la validation du modèle numérique à partir d'essais à court terme, des simulations du comportement différé du système de connexion sont réalisées dans des conditions hydriques constantes et variables.

Enfin, nous présentons un modèle rhéologique simplifié capable de reproduire le comportement du système de connexion. Ce modèle est bien adapté à l'analyse du comportement des structures mixtes, puisqu'il permet de réduire considérablement la lourdeur du calcul.

III.3.2. Caractérisation des systèmes de connexion :

La prise en compte de la flexibilité de connexion dans le dimensionnement des structures mixtes nécessite la détermination des propriétés mécaniques des connecteurs utilisés. Les deux principales caractéristiques traduisant le comportement d'un système de connexion sont la rigidité et la résistance à la rupture. Elles sont déterminées par des essais de cisaillement "push-out test" définis selon la norme EN 26891 (EC5 1995).

III.3.2.1. La rigidité

Cette propriété est d'une part fonction des caractéristiques mécaniques du bois, du béton, et du système de connexion, et d'autre part de la forme géométrique du connecteur et sa disposition qui pilotent le mécanisme de transmission des efforts. Ceccotti (EC5 Step II 1995) présente un classement de différents systèmes de connexion en fonction de leur rigidité (Figure III-5). Les types de liaisons ayant les indices (a, b, c) correspondent à des systèmes flexibles, tandis que les types (d) sont considérés comme rigides, c'est à dire assurant une interaction totale entre le bois et le béton.

L'optimisation de la rigidité, dite aussi module de glissement par organe d'assemblage, consiste à réduire au maximum la déformabilité du connecteur et des matériaux constitutifs qui l'entourent. Le bois et le béton constituent localement une sorte de fondation viscoélastique ou viscoplastique pour le connecteur. Du côté bois, il est important de transmettre les efforts parallèlement aux fibres afin de mobiliser ses meilleures caractéristiques mécaniques. Dans la partie béton, la perte de rigidité est principalement induite par des fissurations dans la zone entourant le connecteur. D'où l'intérêt d'avoir un mécanisme de transmission d'efforts capable d'assurer une bonne répartition des contraintes tout en limitant les efforts de traction dans le béton.

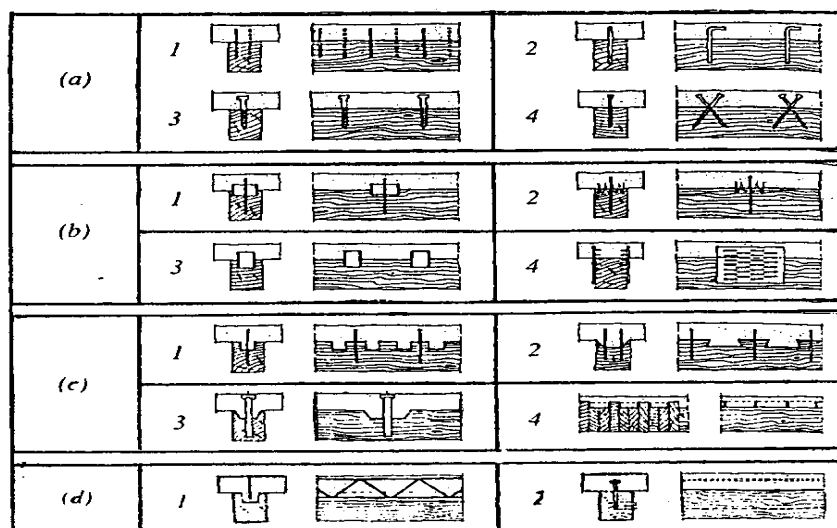


Figure III-5 Exemples de différents systèmes de liaisons bois-béton: (a1) pointes ; (a2) fers à béton collés; (a3/4) vis; (b1/2) assembleurs, respectivement anneaux et crampons; (b3) tubes d'acier; (b4) connecteurs métalliques; (c1) trous ronds dans le bois et anti-soulèvements; (c2) entailles droites et organe d'assemblage; (c3) évidement et barre d'acier précontrainte; (c4) platelage en planches cloué et plaques de cisaillement entaillées dans l'épaisseur des planches; (d1) treillis en acier collé sur le bois; (d2) plaques métalliques collées sur le bois.

On rappelle que la rigidité d'un système de connexion ne reflète pas directement le degré d'interaction globale entre le bois et le béton dans une structure mixte. En effet, c'est le module de glissement divisé par l'espacement entre les connecteurs "smeared slip modulus" qui influence la rigidité globale de la structure. Ainsi, pour avoir le même comportement à court terme de deux connecteurs de rigidités différentes, il suffit qu'ils aient le même rapport module de glissement/espacement entre connecteurs. Néanmoins, cette équivalence n'est pas forcément valable à long terme ou en cas d'efforts relativement élevés.

Pour un chargement à court terme, il est communément admis qu'une forte rigidité de liaison permet d'avoir un comportement mécanique bien plus performant qu'une connexion flexible. En revanche, ce n'est pas toujours le cas pour le comportement à long terme des structures mixtes exposées à des variations climatiques, puisque la connexion flexible a l'avantage de dissiper une bonne partie des déformations d'expansion empêchées d'origine thermique ou hydrique. Par ailleurs, cet avantage n'est pas suffisant pour favoriser l'usage des connecteurs flexibles dans des conditions climatiques variables, car la flexibilité n'est pas le seul paramètre à prendre en compte. Les connecteurs flexibles sont généralement caractérisés par une résistance ultime plus faible que les systèmes rigides. Ainsi, malgré la dissipation d'une partie des déformations d'expansion empêchées par leur déformabilité, ces connecteurs flexibles restent susceptibles d'atteindre plus rapidement des niveaux de sollicitations critiques vu leur faible résistance.

III.3.2.2. Résistance au cisaillement

La résistance au cisaillement est un facteur très important dans le calcul aux états limites ultimes. Cette propriété de résistance est pilotée par la plus faible résistance des trois composantes du système de connexion. Une conception optimisée consiste à mobiliser au mieux les résistances du

bois, du béton, et du connecteur. Afin de maîtriser le comportement à la rupture, il est convenable que cette phase soit générée par l'écoulement plastique de l'acier du connecteur.

Les différents connecteurs présentés dans la littérature ont des résistances ultimes très variées (entre 10 et 500 kN). Les connecteurs de très hautes résistances fonctionnent comme des mini-structures capables de répartir les efforts d'une manière adaptée aux caractéristiques mécaniques du bois et du béton. On note que les connecteurs caractérisés par une forte rigidité et une faible résistance sont très contraignants dans le dimensionnement des structures mixtes.

III.3.2.3. Ductilité

Les systèmes de connexion sont classés suivant la valeur de leur ductilité statique, définie par le rapport entre le glissement ultime et le glissement à la limite élastique. La ductilité joue un rôle très important dans le cas de chargements accidentels. Elle est principalement liée au mécanisme de transmission d'efforts au niveau du connecteur.

III.4. Etude du connecteur "shear crown"

III.4.1. Caractérisation du connecteur

Ce connecteur a été développé par Hilti A.G. en collaboration avec l'INSA. Il est destiné à des structures de moyenne à longue portée. Sa forme géométrique a été conçue afin d'assurer une répartition optimale des efforts dans le bois et le béton. Ce connecteur est constitué d'une partie cylindrique liée au bois par une résine, et d'une partie conique ajourée qui assure la diffusion d'efforts dans le béton (Figure III-6 c).

Le dispositif d'essai de cisaillement "push-out test" est présenté sur la Figure III-6 (a, b). Deux connecteurs sont fixés de chaque côté pour assurer une symétrie qui facilite l'application du chargement. Plusieurs configurations ont été réalisées :

- Essais avec un fond de coffrage en CTBX de 18 mm d'épaisseur cloué sur le bois.
- Essais sans fond de coffrage avec un film en plastique déposé à l'interface bois-béton.
- Essais avec un fond de coffrage sans caractéristiques mécaniques (polystyrène expansé) permettant de simuler le cas de réhabilitation d'anciens planchers ou l'interposition d'isolant thermique.

III.4.1.1. Caractéristiques des matériaux constitutifs

Des poutres en bois lamellé-collé, classe GL28, ont été utilisées dans tous les essais. Les éprouvettes ont été protégées des variations hydriques. Les connecteurs, en acier Fe 250 MPa, ont une épaisseur constante de 2 mm. Une couche de 2,5 mm de résine (HIT-RE500 fabriquée par Hilti) a été injectée à l'interface connecteur-bois. Cette résine est caractérisée par un module d'élasticité de 1530 MPa et une résistance en compression de 86 MPa. Les dalles sont fabriquées avec du béton C40 renforcé avec un treillis en acier (Φ 10 mm chaque 15x15 mm).

jauges ont été disposées sur le bois dans la zone comprimée située directement derrière le connecteur. Ces jauges ont permis de mesurer l'état de déformation longitudinale du bois en fonction de l'effort appliqué.

III.4.1.3. Résultats expérimentaux

Sur la Figure III-7, les courbes charge-glissement sont présentées pour les différentes configurations examinées. Ces courbes permettent de déduire le module de glissement et la résistance à la rupture pour les différents cas testés. On suppose que la charge appliquée par le vérin est uniformément répartie sur les quatre connecteurs.

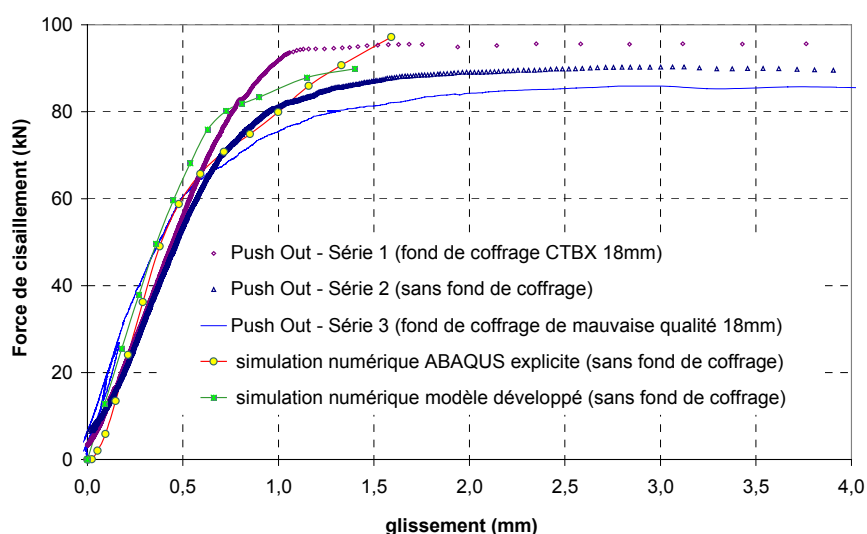


Figure III-7 Courbes Force-glissement du connecteur "Shear crown"

On constate que la résistance du spécimen sans fond de coffrage est plus faible que celle du spécimen avec fond de coffrage en CTBX. Cela est expliqué d'une part par le fait que le panneau de CTBX était fortement connecté à la poutre en bois, ainsi il a pu contribuer à la résistance du système de connexion. D'autre part, la hauteur de la partie cylindrique était de 6 cm dans la première série d'essais contre 4 cm pour la deuxième série sans fond de coffrage. Cependant, si le panneau de CTBX n'a pas été fortement fixé sur la poutre en bois, il n'y aurait pas eu cette contribution à la résistance puisque le fond de coffrage aurait été libre de glisser. Cela peut être confirmé à partir de la troisième série où le fond de coffrage n'apporte aucune contribution, ce qui induit une réduction de la résistance due à l'excentricité de l'effort de cisaillement. Cette excentricité induit un moment de flexion significatif qui génère des concentrations de contraintes dans la partie supérieure du bois et cause une rotation et un décollement du connecteur à la rupture.

Après la réalisation de ces essais, les spécimens ont été coupés suivant un plan de symétrie vertical, afin d'examiner l'endommagement des matériaux. Pour les deux premières séries, les modes de rupture semblent être très similaires. En effet, on constate que le bois ne subit pas d'important endommagement (Figure III-8).

Du côté béton, on aperçoit la désagrégation de la zone inférieure entourant les rayons tendus du connecteur. Cependant, la partie supérieure n'a pas été endommagée et le connecteur est resté bien encastré dans le béton.



Figure III-8 Mode de rupture pour le spécimen sans fond de coffrage.

Par ailleurs, les rayons de la partie conique du connecteur ont subi d'importantes déformations plastiques, ce qui a conduit à la rupture. Ce mode de rupture explique le comportement ductile de la connexion constaté sur la Figure III-7. Le faible endommagement constaté sur le bois et le béton est traduit par un comportement linéaire du système de connexion jusqu'à près de 60% de la résistance ultime. Ces divers aspects confirment la performance du connecteur dont la forme géométrique assure un comportement optimisé dans l'ensemble des parties constitutives.

III.4.2. Modélisation du comportement local du système "shear crown"

L'analyse numérique du comportement local du système de connexion "shear crown" permet de mieux comprendre l'évolution de l'état de contrainte et de déformation dans ses différentes composantes. Une première série de simulations est effectuée afin de reproduire le comportement local à court terme. Ce calcul est validé à partir des mesures expérimentales de la déformation locale effectuées sur les rayons du connecteur et sur la face supérieure du bois en compression. La modélisation réalisée facilite la détermination de la résistance admissible de ce système de liaison, et permet de vérifier la pertinence du choix du maillage adopté.

Une deuxième série de simulations du comportement local à long terme est ensuite réalisée dans des conditions hydriques constantes et variables. Ce calcul permet d'estimer les effets du fluage et des variations hydriques sur le module de glissement du système de connexion. On note que les simulations effectuées sont limitées à la configuration de la deuxième série d'essais (sans fond de coffrage à l'interface bois-béton).

III.4.2.1. Modélisation à court terme :

Pour l'analyse à court terme, nous menons deux calculs dont l'un est effectué avec ABAQUS explicite et les modèles matériaux existant dans ce code, et l'autre avec ABAQUS implicite et les modèles de bois et de béton développés dans les deux premiers chapitres.

Les modèles de comportement utilisés dans le calcul effectué avec ABAQUS explicite sont :

- Le modèle béton "brittle failure" qui permet de modéliser la rupture du béton juste en traction en utilisant le critère de Rankine. Le comportement en compression est considéré par ce modèle comme élastique.
- Le modèle de comportement élastique orthotrope pour le bois. Cette approximation est liée au faible endommagement constaté expérimentalement dans le bois. D'un autre côté, ABAQUS ne contient pas un modèle tridimensionnel capable de reproduire un comportement non linéaire orthotrope.
- Le modèle de comportement élastoplastique pour la résine et le connecteur en acier.

On note que le choix d'utiliser ABAQUS explicite est lié aux problèmes de convergence rencontrés avec le modèle béton d'ABAQUS implicite. Cependant, ABAQUS explicite est destiné au calcul dynamique, ce qui n'est pas le cas des essais simulés. Ce problème est contourné en utilisant de faible vitesse de chargement afin de limiter les effets d'inertie.

La deuxième série de calcul effectué sur ABAQUS implicite, avec les modèles de bois et de béton développés, n'est pas confrontée au problème de convergence. Ces modèles validés pour des chargements à court et à long terme devraient apporter une réponse plus représentative du comportement réel que ceux existant dans ABAQUS. En effet, malgré les faibles endommagements constatés dans le bois, ce matériau subit des déformations non linéaires dans la phase de rupture.

Les éléments finis utilisés dans la modélisation du bois, du béton, et de la résine sont des éléments tridimensionnels (C3D8R et C3D6), tandis que le connecteur est modélisé par des éléments coques (S4R et S3R). Seule la moitié du spécimen est modélisée (Figure III-9).

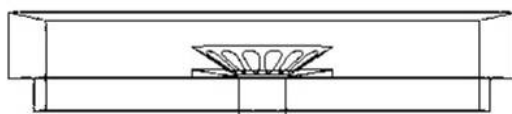


Figure III-9 Forme de la structure simulée dans l'analyse locale.

L'interface bois-béton a été modélisée par deux surfaces de contact. Le frottement a été négligé à l'interface, ainsi seul le connecteur s'oppose à l'effort appliqué. La face inférieure du connecteur est liée à des éléments plaques en bois qui remplacent la partie inférieure de la poutre bois.

Caractéristiques des matériaux utilisés :

Pour le calcul effectué sur ABAQUS explicite, les caractéristiques mécaniques du bois utilisé sont données dans le tableau ci-dessous :

Tableau III-1 Caractéristiques mécaniques du bois

E_L	E_R	E_T	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR}	G_{LT}	G_{RT}
11900	850	650	0.35	0.65	0.55	625	625	41

Le béton est caractérisé par un module d'élasticité de 3.10^4 MPa et une résistance de traction de 4 MPa. La résine injectée dans l'interface bois-connecteur a un module d'élasticité de 1530 MPa et une résistance de compression de 86 MPa. La courbe de caractérisation de l'acier du connecteur est présentée sur la figure suivante :

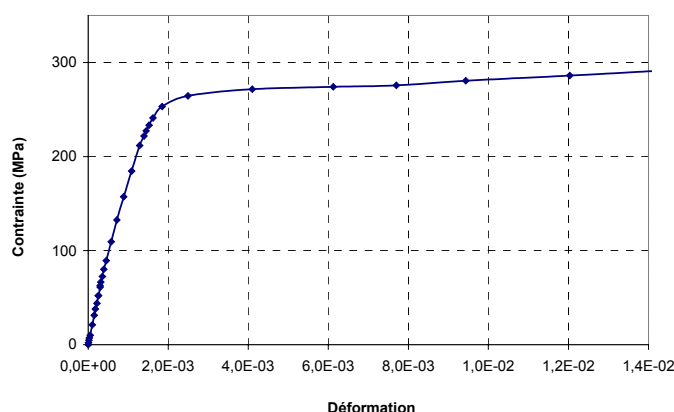


Figure III-10 Courbe caractéristique de l'acier du connecteur.

Pour le calcul implicite, la caractérisation des modèles du bois et du béton présentés dans les chapitres I et II est basée sur des essais précédemment validés. Sept chaînes de Maxwell sont utilisées pour la modélisation du bois. Les paramètres des fonctions d'activation $S_V(\bar{\kappa})$ et $f(\dot{\omega})$, de l'Équation I-30, sont choisis identiques à ceux déterminés à partir de l'essai de Pittet (1996). Les paramètres $E_{\mu,ijkl}$ des chaînes de Maxwell sont définis proportionnellement à ceux du Tableau I-2 avec des coefficients de proportionnalité déduits des rapports des modules d'élasticité instantanés des deux cas.

Résultats à court terme

Les premiers résultats obtenus sont présentés sur la Figure III-7. Les courbes force-glissement des différentes simulations sont comparées à celles obtenues expérimentalement. On constate que les modèles développés permettent de bien approcher la phase de rupture. Ce n'est pas le cas avec les modèles existant dans la version explicite qui surestime la résistance de rupture. Cela est expliqué par le fait que le comportement non linéaire du bois à des niveaux de contrainte élevés est approché par un comportement élastique orthotrope.

Sur la Figure III-11, on remarque que les déformations mesurées sur un des rayons du connecteur coïncident bien avec celles obtenues par la simulation (calcul implicite). Les déformations plastiques apparaissent à partir d'un effort de 70 kN, ce qui correspond au début de la phase non linéaire constatée sur la Figure III-7. Les jauges ont été situées à 37 mm et à 97 mm du centre du connecteur

dont la géométrie est montrée sur la Figure III-6. La phase de rupture correspond à l'écoulement plastique que subissent les rayons du connecteur, ce qui rend le comportement très ductile.

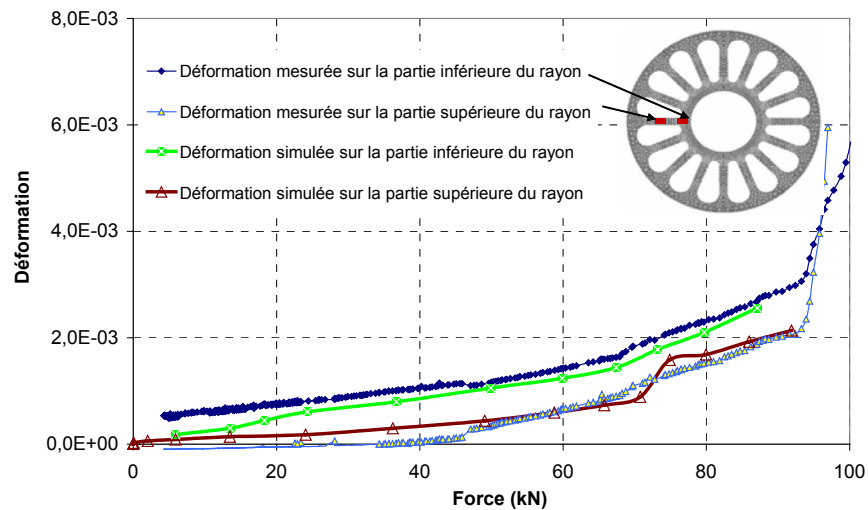


Figure III-11 Evolution des déformations mesurées sur le connecteur.

La figure ci-dessous permet de décrire l'évolution des déformations du bois derrière deux connecteurs. Les déformations initiales sont dues à un cycle de chargement effectué avant le chargement conduisant à la rupture. Le comportement non linéaire du bois en compression est constaté à partir d'un niveau de contrainte de l'ordre de 65% de la contrainte de rupture.

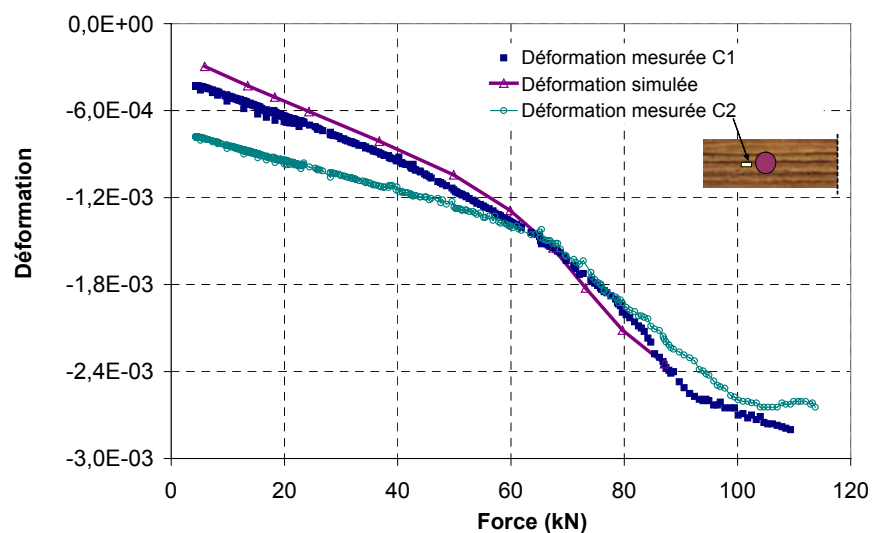


Figure III-12 Déformations du bois derrière les connecteurs.

La Figure III-13 montre les isovaleurs de la densité d'énergie de déformation à partir desquelles il est possible de déduire les zones endommagées au moment de la rupture. La partie en gris reflète une déformation irréversible. On remarque que la partie supérieure du bois a subi un

endommagement à cause d'une concentration de contrainte induite par une faible rotation du connecteur. Cependant, cela est loin d'être la cause de la rupture.

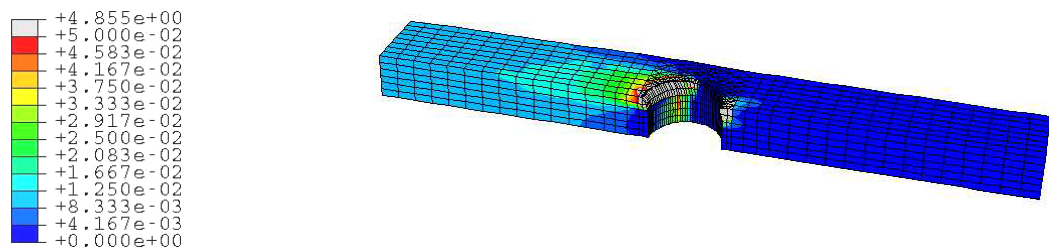


Figure III-13 Isovaleurs de la densité d'énergie de déformation du bois.

Du côté béton, les déformations plastiques des rayons du connecteur conduisent à la propagation des fissures comme on peut le voir sur la Figure III-14. Les isovaleurs de la densité d'énergie de déformation permettent de déduire les zones endommagées du béton. On remarque que cette zone en gris correspond à la partie fissurée observée expérimentalement (Figure III-8).

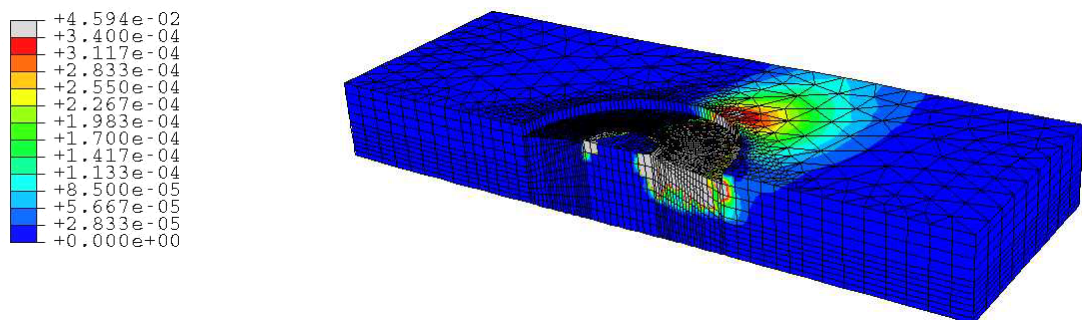


Figure III-14 Isovaleurs de la densité d'énergie de déformation du béton.

Sur la Figure III-15, on peut constater la déformée du connecteur obtenue à partir de l'essai expérimental et du calcul numérique. Les isovaleurs de Mises (Figure III-15b) montrent la partie plastifiée du connecteur au moment de la rupture. Le choix de l'épaisseur du connecteur permet de changer le mode de rupture.

La comparaison entre la simulation numérique et les résultats expérimentaux montre la pertinence du modèle développé et le bon choix du maillage. Cette simulation donne une description de l'état de déformation des matériaux constitutifs, ce qui permet de définir la résistance admissible du système de connexion estimée de l'ordre de 4 MPa.

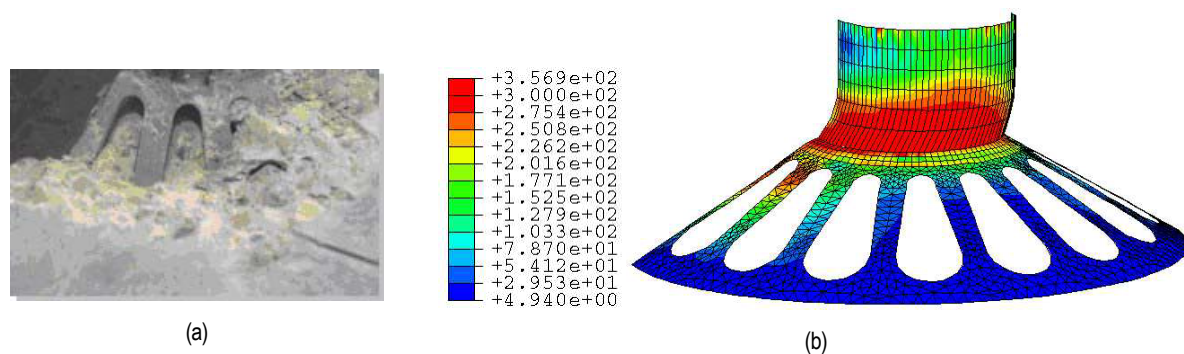


Figure III-15 Mécanisme de rupture. (a) rupture de la partie inférieure du connecteur. (b) isovaleurs de van Mises

III.4.2.2. Comportement différé du système de connexion

La modélisation du comportement différé du système de connexion permet de déterminer l'effet du fluage sur sa rigidité et éventuellement sur sa résistance à la rupture. Le système de connexion est analysé dans deux conditions hydriques, l'une constante et l'autre variable. La Figure III-16 montre les conditions climatiques choisies sur une période de deux ans. Le connecteur est soumis à un niveau de chargement équivalent à 30% de la résistance à la rupture. Cette valeur est proche de la résistance admissible.

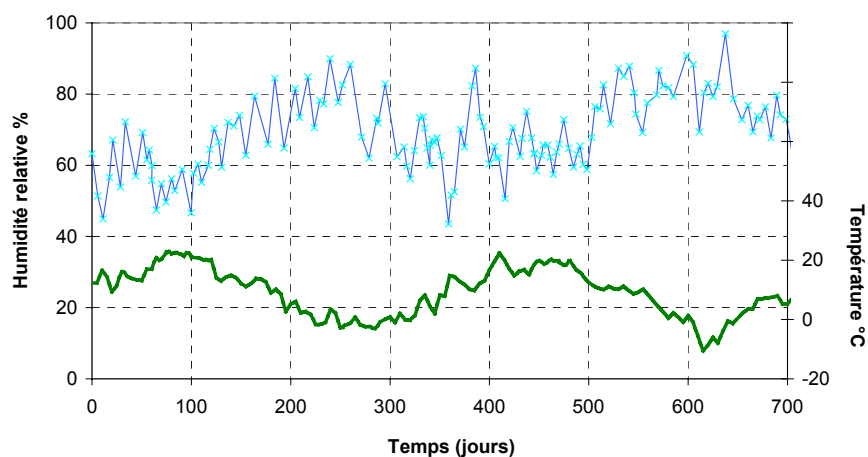


Figure III-16 Les conditions climatiques imposées au système de connexion.

Dans ces conditions climatiques variables, l'effet du fluage est bien plus prononcé que dans le cas d'humidité constante. Dans la deuxième année de chargement (Figure III-17), on remarque que le fluage tend à se stabiliser. A humidité constante, l'amplitude du fluage obtenue est principalement liée au fluage du béton, alors que dans des conditions climatiques variables, le fluage du bois contribue d'une manière significative au glissement différé à l'interface bois-béton.

La forme géométrique et la disposition du connecteur analysé permettent de réduire l'effet du fluage des matériaux constitutifs sur le comportement à long terme du système de connexion. D'une

part, le bois est sollicité principalement suivant la direction parallèle à la fibre, où la fonction de fluage est bien moins importante que celles des directions transversales. D'autre part, la répartition des contraintes dans les deux parties bois et béton réduit les concentrations de contraintes qui affectent significativement l'amplitude du fluage.

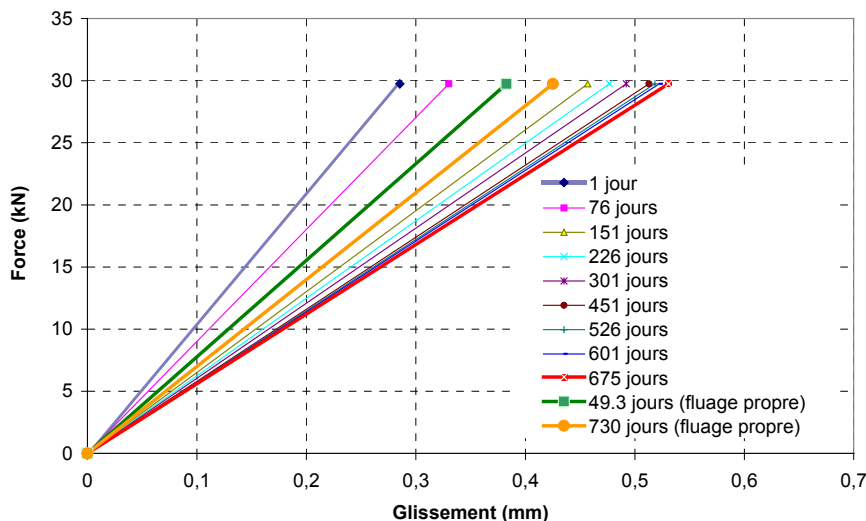


Figure III-17 Evolution de la rigidité du système due au fluage.

III.4.3. Modélisation simplifiée du système de connexion

La modélisation locale a permis de mieux comprendre le fonctionnement du système de connexion et de décrire l'évolution de ses propriétés mécaniques en fonction du temps et des conditions ambiantes. Cependant, cette modélisation n'est pas adaptée à l'analyse des structures mixtes bois-béton vu la lourdeur du calcul au niveau du système de connexion. En ayant la courbe effort glissement, le système de connexion peut être remplacé par des éléments joints tridimensionnels capables de reproduire son comportement global. ABAQUS donne la possibilité d'introduire des éléments joints "JOINTC" constitués de modèles rhéologiques traduisant un comportement visqueux associé à un comportement élastique fonction du niveau de l'effort appliqué. Une attention particulière est accordée aux éléments bois et béton entourant la connexion. En effet, il est important de réduire au maximum les concentrations de contraintes dans ces deux matériaux. Cela peut être effectué en remplaçant localement le bois et le béton par un matériau très rigide pour réduire la déformabilité des matériaux autour du connecteur. Afin de s'assurer de la validité du modèle simplifié, une simulation de l'essai de cisaillement avec ce modèle permet de comparer la courbe force-glissement obtenue avec celle du modèle local. Les paramètres des éléments joints sont ensuite réajustés afin d'obtenir une réponse satisfaisante à partir du modèle simplifié.

III.5. Dimensionnement des structures mixtes bois-béton

III.5.1. Introduction

La rigidité de la connexion entre les matériaux constitutifs est représentée par le module de glissement. Ce module détermine le choix de la méthode de dimensionnement. En effet, lorsque la connexion est suffisamment rigide pour assurer une interaction totale, il est possible d'utiliser la méthode d'homogénéisation des sections. Dans le cas contraire où l'interaction bois-béton n'est que partielle, il est indispensable de tenir compte de la flexibilité du système de connexion. La théorie d'interaction partielle a été développée à la fin des années 1940 par Granholm (Mungwa 1996). Par la suite, Newmark et *al.* (1951) et Möhler (1956 cité par van der Linden 1999) ont présenté les équations différentielles qui sont à la base de la plupart des méthodes de calcul analytique. Les travaux d'Amana et Booth (1967) et Goodman et Popov (1968) ont permis d'étendre la théorie d'interaction partielle pour l'analyse de structures mixtes de trois couches. Concernant l'analyse unidirectionnelle des structures mixtes bois-béton avec des systèmes de connexions flexibles, on cite les travaux de Girhammar (1991, 1993) et ceux de Natterer et Hoefft (1987 cité par Mungwa 1996). Tous ces travaux sont limités à l'analyse de poutres ou poteaux mixtes simplement appuyés et dont les matériaux constitutifs ont un comportement élastique. Les codes de calcul actuels sont basés sur la formulation simplifiée de Möhler (1956). Pour la vérification à court terme aux états limites ultime et de service, ces méthodes donnent de bons résultats. A long terme, la vérification se fait avec les mêmes équations tout en substituant les modules d'élasticité du bois et du béton et le module de glissement par des modules réduits pour traduire l'effet du fluage (Ceccotti 1995). Cette approximation permet de résoudre un problème viscoélastique par la méthode du module effectif. Pour les structures de moyenne à longue portée, exposées à des variations climatiques sévères, cette méthode de dimensionnement conduit à une mauvaise estimation des effets de fluage (Amadio et *al.* 2000).

Des méthodes de dimensionnement plus fiables ont été développées pour l'analyse viscoélastique des structures mixtes acier-béton (Tarantino et Dezi 1992). La formulation mathématique de ces approches est basée sur les équations d'équilibre, de compatibilité géométrique, et des lois de comportement des matériaux constitutifs. La résolution du système d'équations qui en découle est effectuée soit par un calcul incrémental, soit par des méthodes algébriques simplifiées. Ces dernières restent limitées par des hypothèses fortes qui ne traduisent pas toujours la complexité du comportement réel des structures.

Dans ce qui suit, une méthode algébrique est présentée dans un contexte de dimensionnement simplifié de poutres mixtes bois-béton en forme de T. Cette méthode est adaptée à des structures isostatiques à l'abri des conditions thermo-hydriques variables. Les phénomènes différés agissent d'une manière uniforme dans la section. La théorie d'interaction partielle est appliquée afin de prendre en compte la flexibilité des connecteurs.

III.5.2. Méthode analytique

La méthode de dimensionnement présentée est basée sur les travaux de Dezi et *al.* (1993) dans le cadre des structures mixtes acier-béton. Dans la formulation proposée, les phénomènes de fluage et de retrait et les effets thermiques sont pris en compte dans la loi constitutive du béton. Les déformations de retrait et d'expansion thermique sont considérées comme uniformes tout au long de la dalle. Cette hypothèse est admise si la section de béton est de faible épaisseur.

Dans les conditions de service, les niveaux de contrainte modérés permettent de modéliser le bois, le béton, et les systèmes de connexion par des lois de comportement viscoélastique linéaire. On note que les divers systèmes de connexion proposés sur le marché ont des comportements différés très distincts fonction de l'état de contrainte locale. L'évolution de la rigidité en fonction du temps est principalement fonction du mécanisme de transmission des efforts par le connecteur dans les parties bois et béton. En effet, la réponse différée du système de connexion reflète le fluage des matériaux constitutifs autour du connecteur. Si le connecteur induit localement des concentrations de contraintes dans le bois et/ou dans le béton, le fluage du système de connexion sera plus accentué. En plus, si la transmission des efforts du côté bois induit des contraintes radiales et/ou tangentiels élevées, le fluage du système de connexion sera forcément plus significatif qu'en cas de transmission d'efforts parallèle aux fibres du bois. Ces constatations montrent l'importance d'identifier une loi de comportement différé spécifique à chaque connecteur.

Les relations constitutives sont formulées dans le cadre des hypothèses suivantes:

- La réservation de la planéité pour chacune des deux sections
- Le même déplacement vertical pour tous les points d'une même section (pas de décollement à l'interface).
- Le glissement à l'interface bois-béton est supposé comme une fonction linéaire de la charge appliquée sur chaque connecteur.
- Le système de connexion est réparti d'une manière continue tout au long de la poutre.
- Les matériaux constitutifs ont des formes prismatiques (chacune des deux parties a une section rectangulaire.)
- Les sections sont libres de se déformer (on considère une structure isostatique)

III.5.2.1. Formulation générale

Une coupe transversale d'une poutre mixte bois-béton soumise à un moment de flexion $M(x,t)$, permet d'écrire les équations d'équilibre.

$$N_c(x,t) = -N_w(x,t) = N(x,t) \quad \text{Équation III-1}$$

où $N_c(x,t)$ et $N_w(x,t)$ désignent respectivement les efforts normaux internes du bois et du béton.

$$M_c(x,t) + M_w(x,t) + N(x,t)h_0 = M(x) \quad \text{Équation III-2}$$

où $M_c(x,t)$ et $M_w(x,t)$ désignent les moments internes agissant respectivement sur la poutre en bois et la dalle en béton.

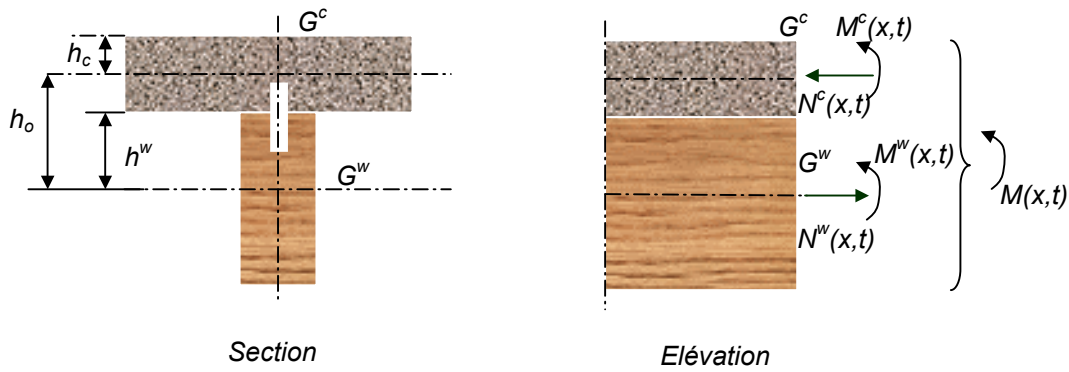


Figure III-18 Poutre mixte bois-béton en forme de T

Les comportements du bois, du béton, et du système de connexion sont exprimés dans le cadre de la théorie de la viscoélasticité linéaire par la forme intégrale, tout en appliquant le principe de Boltzmann :

$$\varepsilon_w(t) = J_w(t-t_o)\sigma_w(t_o) + \int_{t_o^+}^t J_w(t-\tau)d\sigma_w(\tau) \quad \text{Équation III-3}$$

où $\varepsilon_w(t)$ et $\sigma_w(t)$ représentent respectivement l'état de déformation et de contrainte du bois. J est la fonction de fluage.

Le glissement $\Gamma(x,t)$ à l'interface bois-béton est donné par l'équation :

$$\Gamma(x,t) = S \left[J_k(t-t_o)q(x,t_o) + \int_{t_o^+}^t J_k(t-\tau)dq(x,\tau) \right] \quad \text{Équation III-4}$$

où S représente la distance qui sépare deux connecteurs, et $q(x,t_o)$ est la force de cisaillement par unité de longueur.

La déformation totale du béton $\varepsilon_c(t)$ est donnée par l'équation suivante :

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c^{sh}(t) + \varepsilon_c^{th}(t) + J_c(t_o,t)\sigma_c(t_o) + \int_{t_o^+}^t J_c(t,\tau)d\sigma_c(\tau) \quad \text{Équation III-5}$$

où $\varepsilon_c^{sh}(t)$ et $\varepsilon_c^{th}(t)$ sont respectivement les déformations de retrait et d'expansion thermique du béton.

L'équation de compatibilité géométrique, traduisant l'hypothèse d'un déplacement vertical identique tout au long de la section (même rayon de courbure), est exprimée par l'équation :

$$\frac{M_w(x, t_0)}{I_w} J_w(t - t_0) + \frac{1}{I_w} \int_{t_0^+}^t J_w(t - \tau) dM_w(x, \tau) = \frac{M_c(x, t_0)}{I_c} J_c(t, t_0) + \frac{1}{I_c} \int_{t_0^+}^t J_c(t, \tau) dM_c(x, \tau) \quad \text{Équation III-6}$$

En effectuant une coupe longitudinale sur une longueur dx à l'interface bois-béton, les deux éléments de structure sont séparés, ce qui permet d'écrire l'équation d'équilibre des forces axiales en fonction de l'effort de cisaillement :

$$q(x, t) = \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} \quad \text{Équation III-7}$$

L'équation de compatibilité des déplacements à l'interface relie le taux de glissement aux déformations du bois et du béton à l'interface.

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial x^2} = \varepsilon_w(x, t) - \varepsilon_c(x, t) \quad \text{Équation III-8}$$

Les états de contraintes du bois et du béton à l'interface sont exprimés en fonction des efforts internes par les équations:

$$\sigma_c(x, t) = \frac{-N(x, t)}{A_c} + \frac{M_c(x, t)}{I_c} h_c \quad \text{Équation III-9}$$

$$\sigma_w(x, t) = \frac{N(x, t)}{A_w} - \frac{M_w(x, t)}{I_w} h_w$$

En introduisant les équations constitutives du comportement viscoélastique dans l'Équation III-8, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = & -\varepsilon_{rel}^{th}(x, t) - \varepsilon_c^{sh}(x, t) + \left[\frac{N(x, t_0)}{A_w} - \frac{M_w(x, t_0)}{I_w} h_w \right] J_w(t - t_0) \\ & + \frac{1}{A_w} \int_{t_0^+}^t J_w(t - \tau) dN(x, \tau) - \frac{h_w}{I_w} \int_{t_0^+}^t J_w(t - \tau) dM_w(x, \tau) + \frac{1}{A_c} \int_{t_0^+}^t J_c(t, \tau) dN(x, \tau) \\ & - \frac{h_c}{I_c} \int_{t_0^+}^t J_c(t, \tau) dM_c(x, \tau) + \left[\frac{N(x, t_0)}{A_c} - \frac{M_c(x, t_0)}{I_c} h_c \right] J_c(t, t_0) \end{aligned} \quad \text{Équation III-10}$$

où $\varepsilon_{rel}^{th}(x, t)$ représente la déformation d'expansion thermique relative $(\varepsilon_c^{th}(x, t) - \varepsilon_w^{th}(x, t))$. En négligeant la déformation thermique du bois, la déformation thermique relative est alors approximée

par la dilatation du béton. On note que le coefficient de dilatation du bois n'est pas négligeable, cependant la conductivité du bois est très faible par rapport à celle du béton. Ainsi, le béton atteint son équilibre thermique bien avant le bois, ce qui peut correspondre à la sollicitation thermique la plus défavorable.

III.5.2.2. Formulation algébrique

Afin de s'affranchir de la nécessité de résoudre les équations intégrales, des méthodes algébriques sont utilisées. Ces méthodes sont basées sur l'hypothèse de linéarité entre la déformation et le coefficient de fluage (Trost 1967, Bažant 1972, Knowles 1973, cités par Dezi et al. 1993).

Pour le fluage du béton, la méthode du module effectif ajusté (AAEM) a été utilisée dans cette analyse. Ce choix est basé sur une étude de Bažant et Najjar (1973) qui montre que cette méthode approche le mieux la solution exacte. Cette méthode permet de réécrire l'Équation III-5 comme suit:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(t) = & \varepsilon_c^{sh}(t) + \varepsilon_c^{th}(x,t) + \sigma_c(t_o) \left[\frac{1}{E_c(t_o)} + \frac{\phi_c(t,t_o)}{E_c} \right] \\ & + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o)] \left[\frac{1}{E_c(t_o)} + \frac{\chi(t,t_o)\phi_c(t,t_o)}{E_c} \right] \end{aligned} \quad \text{Équation III-11}$$

où $E_c(t_o)$ et E_c représentent respectivement les modules du béton à l'instant t_o et à 28 jours. $\phi_c(t,t_o)$ est le coefficient de fluage, et $\chi(t,t_o)$ est le coefficient de vieillissement exprimé par l'équation suivante :

$$\chi(t,t_o) = \frac{E_c(t_o)}{E_c(t_o) - R_c(t,t_o)} - \frac{E_c}{E_c(t_o)\phi_c(t,t_o)} \quad \text{Équation III-12}$$

où $R_c(t,t_o)$ est la fonction de relaxation. Cette fonction est calculée numériquement au préalable en se basant sur la méthode de Volterra (voir annexe C).

Pour le fluage du bois et celui du système de connexion, la méthode du module effectif est utilisée. Dans cette méthode, l'équation de Boltzmann en fluage est intégrée en approchant $J(t - \tau)$ sur toute la période $[t, t_o]$ par la complaisance $J(t - t_o)$, il vient :

$$\varepsilon_w(t - t_o) = J_w(t - t_o) \sigma_w(t) = \frac{\sigma_w(t)}{E_w^{ef}(t - t_o)} \quad \text{Équation III-13}$$

où $E_w^{ef}(t - t_o)$ est le module effectif. La fonction $J_w(t - t_o)$ est déterminée par un essai de fluage. La courbe expérimentale peut être approchée par une série de fonctions exponentielles :

$$J_w(t - t_o) = \frac{1}{E_w^e} + \sum_{m=1}^M \frac{1}{E_w^m} \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_o}{\tau_w^m}\right) \right] = \frac{1}{E_w^{ef}(t - t_o)} \quad \text{Équation III-14}$$

Cette formulation est l'équivalent d'un modèle de Kelvin généralisé.

Le glissement différé du système de connexion s'écrit :

$$\Gamma(x, t) = \frac{S}{K_s^{ef}} q(x, t) \quad \text{Équation III-15}$$

où K_s^{ef} représente la rigidité effective du système de connexion. Cette fonction est déduite d'un essai de cisaillement (Push out test) à long terme. Amadio et *al.* (2001) proposent à partir d'une caractérisation expérimentale d'exprimer la fonction de fluage du système de connexion sous la forme suivante :

$$J_s(t - t_0) = \frac{1}{K_s^{ef}} = \frac{1}{K_s^e} + \sum_{n=1}^N \frac{1}{K_s^n} \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_s^n}\right) \right] \quad \text{Équation III-16}$$

En remplaçant la forme intégrale des fonctions de fluage par ces équations algébriques, la condition de compatibilité (Équation III-6) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{M_w(x, t)}{E_w^{ef}(t - t_0)I_w} &= \frac{\phi_c(t, t_0)M_c(x, t_0)}{I_c E_c} [1 - \chi(t, t_0)] + \\ \frac{M_c(x, t)}{I_c} &\left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t, t_0)\phi_c(t, t_0)}{E_c} \right] \end{aligned} \quad \text{Équation III-17}$$

De même, la forme simplifiée de l'Équation II-10 devient :

$$\begin{aligned} \frac{S}{K_s^{ef}} \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial x^2} &= -\varepsilon_c^{sh}(t) + \varepsilon_{rel}^{th}(t) + \left(\frac{N(x, t)}{A_w E_w^{ef}(t - t_0)} - \frac{M_w(x, t)}{I_w E_w^{ef}(t - t_0)} h_w \right) \\ &+ \left(\frac{N(x, t_0)}{A_c} - \frac{M_c(x, t_0)}{I_c} h_c \right) \left(\frac{\phi_c(t, t_0)}{E_c} [1 - \chi(t, t_0)] \right) \\ &+ \left(\frac{N(x, t)}{A_c} - \frac{M_c(x, t)}{I_c} h_c \right) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t, t_0)\phi_c(t, t_0)}{E_c} \right] \end{aligned} \quad \text{Équation III-18}$$

Afin de résoudre cette équation différentielle du second ordre, les moments internes sont exprimés en fonction de l'effort normal $N(x, t)$ en se basant sur l'Équation III-17. Cette dernière équation écrite au temps t_0 donne :

$$\frac{M_c(x, t_0)}{E_c(t_0)I_c} = \frac{M_w(x, t_0)}{E_w(t_0)I_w} = \frac{M(x) - N(x, t_0)h_o}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w} \quad \text{Équation III-19}$$

A partir des équations III-19 et III-17, le moment de flexion interne du bois $M_w(x, t)$ est exprimé avec la seule inconnue $N(x, t)$:

$$M_w(x,t) = \left\{ [M(x) - N(x,t_0)h_0] \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w} \frac{\phi_c(t,t_0)}{E_c} [1 - \chi(t,t_0)] \right. \\ \left. + \frac{(M(x) - N(x,t)h_0)}{I_c} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t,t_0)\phi_c(t,t_0)}{E_c} \right] \right\} G(t,t_0)$$

Équation III-20

$$\text{avec } G(t,t_0) = \frac{1}{\frac{1}{I_w} \left[\frac{1}{E_w^{ef}(t-t_0)} \right] + \frac{1}{I_c} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t,t_0)\phi_c(t,t_0)}{E_c} \right]}$$

En introduisant $M_w(x,t)$ et $M_c(x,t)$ dans l'Équation III-18, on obtient l'équation finale qui permet de résoudre le comportement viscoélastique de la poutre mixte :

$$\frac{\partial^2 N(x,t)}{\partial x^2} - A(t,t_0)N(x,t) = B(t,t_0)M(x) + C(t,t_0)N(x,t_0) + D_1(t) + D_2(t)$$

Équation III-21

avec :

$$A(t,t_0) = \frac{K_s^{ef}}{S} \left\{ \left[\frac{1}{A_w E_w^{ef}(t-t_0)} \right] + \left[\frac{1}{A_c E_c(t_0)} + \frac{\chi(t,t_0)\phi_c(t,t_0)}{A_c E_c} \right] \right. \\ \left. + \frac{G(t,t_0)}{I_w} \frac{h_0^2}{E_w^{ef}(t-t_0)} \left[\frac{1}{I_c E_c(t_0)} + \frac{\chi(t,t_0)\phi_c(t,t_0)}{I_c E_c} \right] \right\}$$

$$B(t,t_0) = - \left\{ \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w} \frac{\phi_c(t,t_0)}{E_c} [1 - \chi(t,t_0)] \right. \\ \left. + \frac{1}{I_c} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t,t_0)\phi_c(t,t_0)}{E_c} \right] \right\} \frac{K_s^{ef}}{S} \frac{G(t,t_0)}{I_w} \frac{h_0}{E_w^{ef}(t-t_0)}$$

$$C(t,t_0) = \left\{ \frac{G(t,t_0)}{I_w} \frac{h_0^2}{E_w^{ef}(t-t_0)} \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w} \frac{\phi_c(t,t_0)}{E_c} [1 - \chi(t,t_0)] \right. \\ \left. + \left[\frac{\phi_c(t,t_0)}{A_c E_c} (1 - \chi(t,t_0)) \right] \right\} \frac{K_s^{ef}}{S}$$

$$D_1(t,t_0) = - \frac{K_s^{ef}}{S} \varepsilon_c^{sh}(t)$$

$$D_2(t,t_0) = - \frac{K_s^{ef}}{S} \varepsilon_{rel}^{th}(t)$$

Comportement élastique à l'état initial de chargement :

Pour une poutre mixte de longueur (L) simplement appuyée et soumise à une charge q uniformément répartie, les conditions aux limites sont:

$$N(0,t) = N(L,t) = 0 \quad \forall t$$

Équation III-22

Au temps initial $t = t_0$, l'Équation III-21 devient :

$$\frac{\partial^2 N(x,t)}{\partial x^2} - aN(x,t) = bM(x)$$

Équation III-23

avec :

$$a = \frac{K_s(t_0)}{S} \left\{ \frac{1}{E_w(t_0)A_w} + \frac{1}{E_c(t_0)A_c} + \frac{h_o^2}{E_w(t_0)I_w + E_c(t_0)I_c} \right\}$$

$$b = -\frac{K_s(t_0)}{S} \frac{h_o}{E_w(t_0)I_w + E_c(t_0)I_c}$$

Cette équation admet pour solution générale sans second membre :

$$N(x, t_0) = \lambda e^{\sqrt{ax}} + \mu e^{-\sqrt{ax}}$$

Équation III-24

En exprimant toutes les équations dans un nouveau repère situé au milieu de la poutre, l'Équation III-24 s'écrit :

$$N(x, t_0) = \lambda e^{\eta(\xi+1/2)} + \mu e^{-\eta(\xi+1/2)}$$

Équation III-25

où ξ est l'abscisse adimensionnel dans le nouveau repère ($\xi = x/l - 1/2$)

La solution particulière est :

$$\left. \begin{aligned} N(x, t_0) &= \alpha x^2 + \beta x + \gamma \\ N'(x, t_0) &= \alpha x + \beta \\ N''(x, t_0) &= \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{-4N(L/2, t_0)}{L^2} \\ \beta &= \frac{4N(L/2, t_0)}{L} \\ \gamma &= \frac{8N(L/2, t_0)}{\eta^2} \end{aligned} \right\}$$

Équation III-26

avec $N(L/2, t_0) = (-b/a)M(L/2)$ et $\eta = La^{0.5}$.

La solution générale n'est autre que la somme de la solution particulière et de la solution générale sans second membre, d'où :

$$N(x, t_0) = \lambda e^{\eta(\xi+1/2)} + \mu e^{-\eta(\xi+1/2)} - \frac{4N(L/2, t_0)}{L^2} x^2$$

$$+ \frac{4N(L/2, t_0)}{L} x + \frac{8N(L/2, t_0)}{\eta^2}$$

Équation III-27

Les coefficients λ et μ sont obtenus à partir de la condition au limite de l'Équation III-22 :

$$\mu = \frac{8}{\eta^2} N(L/2, t_0) \left[\frac{e^\eta - 1}{e^{-\eta} - e^\eta} \right]; \quad \lambda = \frac{8}{\eta^2} N(L/2, t_0) \left[\frac{1 - e^{-\eta}}{e^{-\eta} - e^\eta} \right] \quad \text{Équation III-28}$$

L'effort normal interne $N(x, t_0)$ à l'instant t_0 est finalement exprimé par l'équation suivante :

$$N(x, t_0) = N(L/2, t_0) \left(1 - 4\xi^2 + \frac{8}{\eta^2} \left[\frac{\cosh(\eta\xi)}{\cosh(\eta/2)} - 1 \right] \right) \quad \text{Équation III-29}$$

♦ **Cas d'une connexion rigide**

Dans ce cas, les connecteurs doivent assurer une interaction totale entre la poutre en bois et la dalle en béton. En considérant que la rigidité est suffisamment grande pour supposer que $(R/S \rightarrow \infty)$, l'Équation III-23 peut être simplifiée par la forme suivante (Tarantino et Dezi 1992):

$$N(x, t_0) = cM(x) \quad \text{Équation III-30}$$

$$\text{avec } c = \frac{\frac{h_o}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w}}{\left[\frac{1}{E_c(t_0)A_c} + \frac{1}{E_w(t_0)A_w} + \frac{h_o^2}{E_c(t_0)I_c + E_w(t_0)I_w} \right]}$$

♦ **Cas d'une connexion flexible**

A l'instant t_0 , l'effort de cisaillement par unité de longueur est déduit de l'Équation III-7:

$$q(x, t_0) = \frac{\partial N(x, t_0)}{\partial x} = \frac{8}{L} N(L/2, t_0) \left(\frac{\sinh(\eta\xi)}{\eta \cosh(\eta/2)} - \xi \right) \quad \text{Équation III-31}$$

Les moments internes $M_w(x, t_0)$ et $M_c(x, t_0)$ sont ensuite déduits de l'Équation III-19, ce qui permet de trouver l'état de contrainte axiale aux différents niveaux de la section définis par l'abscisse x .

Solution générale du problème viscoélastique :

Après avoir déterminé l'effort normal $N(x, t_0)$ défini à l'instant t_0 , la solution générale de l'équation (III-21) est obtenue par la sommation d'une solution particulière et d'une solution générale sans second membre (suivant la même procédure utilisée pour l'Équation III-23). Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned}
N(x,t) = & N(L/2, t_o) \frac{\eta^2}{\nu^2} \left\{ \left(\frac{B(t, t_o)}{b} - \frac{C(t, t_o)}{a} \right) \left(1 - 4\zeta^2 + \frac{8}{\nu^2} \left[\frac{\cosh(\nu\xi)}{\cosh(\nu/2)} - 1 \right] \right) \right. \\
& + \frac{8}{\eta^2} \frac{C(t, t_o)}{a} \left(1 + \frac{\nu^2}{\eta^2 - \nu^2} \frac{\cosh(\eta\xi)}{\cosh(\eta/2)} - \frac{\eta^2}{\eta^2 - \nu^2} \frac{\cosh(\nu\xi)}{\cosh(\nu/2)} \right) \left. \right\} \\
& + \frac{\eta^2}{\nu^2} \left(1 - \frac{\cosh(\nu\xi)}{\cosh(\nu/2)} \right) \left(- \frac{D_1(t, t_o) + D_2(t, t_o)}{a} \right)
\end{aligned}$$

Équation III-32

avec $\nu = L\sqrt{A(t, t_o)}$

III.5.2.3. Conclusion

La méthode algébrique présentée constitue un moyen de calcul simplifié pour le dimensionnement des poutres en section de T, couramment utilisées dans la conception des planchers mixtes. Dans des conditions hydriques constantes et pour des faibles niveaux de contrainte, elle donne des résultats satisfaisants. Cependant, dans des conditions climatiques variables, cette méthode ne prend pas en compte le phénomène mécanosorptif du bois. Ainsi, il est très difficile d'identifier une fonction de fluage pour le bois et pour le système de connexion. Cela amène à une accumulation d'erreurs et à une mauvaise estimation du comportement à long terme. En plus, la distribution de contrainte dans la section de la poutre en bois est loin d'être linéaire à cause des contraintes internes induites par les gradients hydriques, et du fluage mécanosorptif agissant d'une manière non uniforme dans la section.

Par ailleurs, même si le fluage du béton n'affecte pas autant que celui du bois le comportement différé de la structure, les redistributions de contraintes peuvent induire des fissurations dans la partie inférieure de la dalle. Ce phénomène n'est pas pris en compte dans cette méthode, ce qui conduit à une surestimation de la rigidité et de la résistance de la poutre mixte. On rappelle aussi que cette méthode est adaptée à des structures isostatiques, ce qui limite son champ d'applicabilité.

Finalement, on note que dans cette approche les connecteurs sont discrétisés par un module de glissement uniformément réparti, ce qui n'est pas souvent le cas en pratique. En effet, la densité des connecteurs est déterminée en fonction de l'effort de cisaillement afin de réduire le coût de la construction.

III.6. Etudes expérimentales et numériques des structures mixtes bois-béton

Cette étude consiste à analyser le comportement à court, à moyen et à long terme de deux structures mixtes bois-béton. Une campagne d'essais réalisée à l'INSA de Lyon permet d'examiner le comportement de planchers constitués de deux poutres mixtes avec des sections en forme de T. La première partie du projet concernant le comportement à court et à moyen terme est complètement achevée. L'essai à long terme, réalisé dans des conditions climatiques variables, est encore dans sa première année de chargement. Pour cela, on s'est basé dans notre analyse du comportement à long terme sur des essais réalisés à Karlsruhe et présentés par van der Linden (1999).

Ce travail a trois principaux objectifs :

- La validation de l'outil de modélisation développé pour des conditions thermohydriques variables, et pour différents niveaux de chargement.
- L'analyse de l'évolution de l'état de contrainte et de déformation induite par les effets différés.
- Le positionnement de la méthode de dimensionnement simplifiée proposée par rapport à notre modélisation et par rapport au comportement réel décrit par les essais expérimentaux.

III.6.1. Description de l'essai à court et à moyen terme

Le plancher bois-béton examiné a une portée de 8 m et une largeur de 1,5 m. Il est constitué de deux poutres en bois lamellé collé (GL28) dont les dimensions sont de 311x136 mm², et d'une dalle en béton C30 de 70 mm d'épaisseur (Figure III-19). La dalle est renforcée par un treillis (Φ 8 mm chaque 12 cm) placé à mi-hauteur de la dalle. Ce renforcement est destiné à reprendre le retrait afin d'éviter la fissuration de la dalle. Les connecteurs "shear crown" sont fixés comme indiqués sur la Figure III-20.

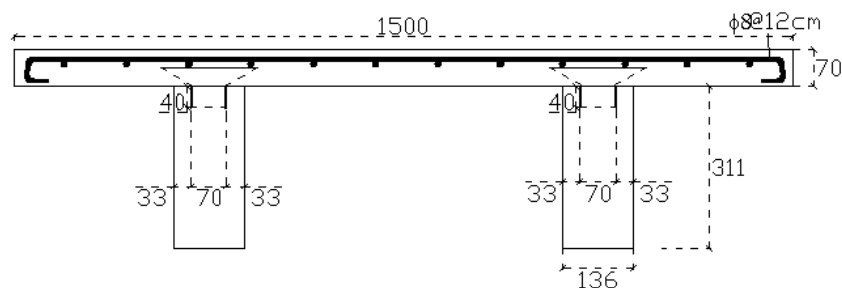


Figure III-19 Section du plancher examiné à l'INSA.

Un film en plastique est déposé à l'interface bois-béton, afin de protéger le bois du contact direct avec l'eau de gâchage du béton, et pour ne pas retarder la prise du béton à l'interface.

Le plancher est dimensionné selon l'Eurocode 5 pour supporter un chargement réparti de 475 kg/m².

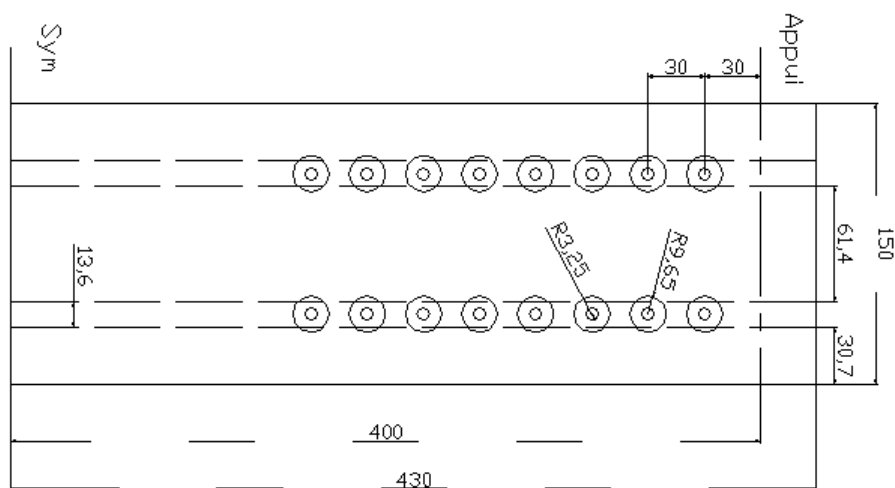


Figure III-20 Disposition des connecteurs dans le plancher mixte.

III.6.2. L'instrumentation du plancher

Cet essai de flexion quatre points est réalisé sur un plancher équipé de deux capteurs inductifs de déplacement fixés à mi-travée sur les deux poutres pour mesurer la flèche. Deux autres capteurs sont installés horizontalement à l'interface bois-béton afin de mesurer le glissement du côté des appuis. A mi-travée, 8 jauges sont collées aux faces inférieures et supérieures du bois et du béton (4 jauges par poutre mixte).

III.6.3. Procédure d'application du chargement

Le plancher a été gardé sur des étais pendant les trente premiers jours qui ont suivi le coulage du béton. Quatre profilés métalliques, dont deux disposés dans la direction longitudinale et deux dans la direction transversale, ont permis de transmettre l'effort appliqué par vérin hydraulique. Les profilés métalliques ont un poids de 1170 daN. Le chargement est appliqué à 2 mètres des appuis simples comme le montre la Figure III-21.

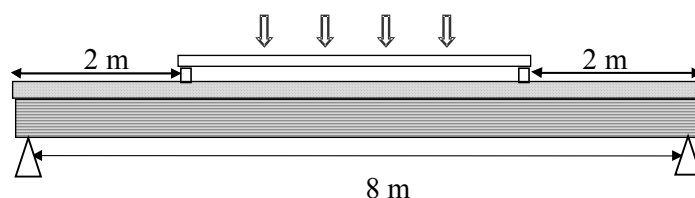


Figure III-21 Configuration de l'essai.

III.6.4. Caractérisation des matériaux constitutifs

L'identification des propriétés mécaniques du bois est effectuée par méthode inverse en se basant sur un essai de flexion quatre points réalisé sur une poutre de mêmes dimensions que celle utilisée dans le plancher. Cette poutre est équipée d'un capteur inductif placé à mi-travée, et de deux jauges placées sur les faces supérieures et inférieures au milieu de la poutre. Les caractéristiques mécaniques obtenues sont présentées dans le Tableau III-1.

La résistance à la rupture du béton est déterminée à partir de 9 éprouvettes cylindriques testées après 7 jours, 14 jours, et 28 jours.

Tableau III-2 Résistance à la rupture du béton utilisé.

	7 jours	14 jours	28 jours
Contrainte de rupture (MPa)	23.2	27.6	30.82
	23.87	26.58	29.8
	23.01	28.78	30.48

Le retrait du béton est mesuré sur trois éprouvettes prismatiques (55x55x283 mm³). La déformation de retrait est comparée au modèle CEB-FIP (1990) afin d'estimer ensuite le retrait de la dalle en béton.

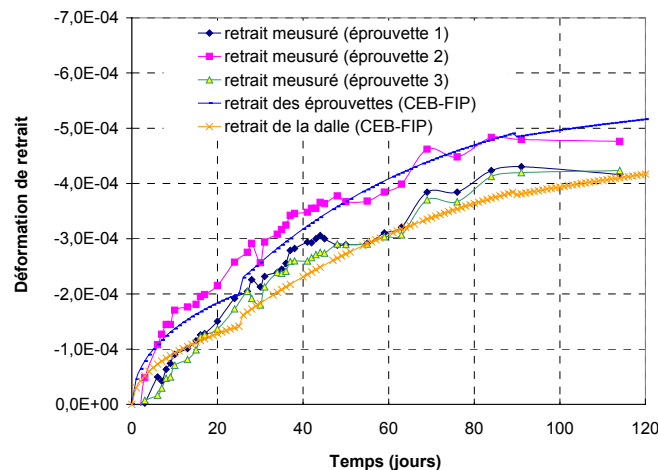


Figure III-22 Evolution du retrait selon les mesures effectuées et selon CEB-FIP (1990).

III.6.5. Hypothèses de calcul

Seul le huitième du plancher mixte est modélisé en raison des différentes symétries. Le matériau béton est modélisé avec l'outil développé dans le chapitre II. En raison de la faible épaisseur de la dalle en béton, on a choisi de modéliser le retrait endogène et de dessiccation par une fonction uniforme dans la section. De même, le fluage est considéré comme uniforme. Les effets de structure ne sont pas très importants vu la faible épaisseur de la dalle et en raison des trente jours de séchage

qui ont précédé l'essai. Le comportement du béton est ainsi considéré comme viscoélastique non linéaire et vieillissant. Sept branches de Maxwell sont utilisées pour reproduire ce phénomène. La fonction de fluage est déterminée selon le modèle CEB-FIP (1990). La fonction de relaxation est obtenue par la résolution numérique de l'équation de Volterra (voir annexe C), puis décomposée en une série de Dirichlet.

Les paramètres $E_{c\mu}(t, h)$ des branches de Maxwell, représentant le comportement viscoélastique vieillissant, sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	I'	$V_{v,0}$	$V_{v,1}$	$V_{v,2}$	$V_{v,3}$	$V_{v,4}$
$E_{c0}(t)$	-	1.25E+10	-2.81E+09	-5.44E+09	-3.06E+09	-4.89E+09
$E_{c1}(t)$	1	7.59E+09	-1.04E+10	-1.86E+09	1.73E+09	4.40E+09
$E_{c2}(t)$	0,1	4.28E+09	9.80E+08	-2.94E+08	-1.49E+09	-1.49E+08
$E_{c3}(t)$	0,01	4.78E+09	-1.81E+09	6.18E+08	-2.33E+08	-1.70E+08
$E_{c4}(t)$	0,001	1.55E+09	1.37E+07	-1.18E+08	4.35E+08	-2.55E+08

Ces paramètres sont calculés à partir de l'Équation II-29 qui permet de reproduire le caractère vieillissant du fluage propre. La fonction $g(h)$ est égale à l'unité dans ce cas. Les paramètres $p_{c\mu}$ et $b'_{c\mu}$ de la fonction d'activation $f_{c\mu}(\bar{\kappa}_c)$ (Équation II-16), traduisant l'interaction entre les niveaux de contrainte et le fluage, sont donnés dans le Tableau II-3. Les coefficients r et k de l'Équation II-28 qui décrivent la fonction du temps de relaxation du comportement post-pic sont ($r=4.0E-05$; $k=2$).

Pour la partie bois, les propriétés de sorption n'ont pas été identifiées. Pour cela nous reprenons celles des équations I-42 et I-43. Le comportement mécanique est simulé par le modèle développé dans le chapitre I. Les paramètres $E_{\mu,ijkl}$ sont déduits du Tableau I-2 en utilisant des coefficients de proportionnalité égaux aux rapports des modules instantanés. Les temps de relaxation suivant les directions radiale, tangentielle et de cisaillement sont de même ordre de grandeur ($1/\alpha_{\mu,2222}=1/\alpha_{\mu,3333}=1/\alpha_{\mu,1212}=1/\alpha_{\mu,1313}=1/\alpha_{\mu,2323}$). Les paramètres hydroviscoélastiques et les paramètres des fonctions d'activation, reliées au niveau de contrainte $S_v(\bar{\kappa})$ correspondant à ces directions, sont considérés identiques ($a_{\mu,2222}=a_{\mu,3333}=a_{\mu,1212}=a_{\mu,1313}=a_{\mu,2323}$ et $b'_{\mu,2222}=b'_{\mu,3333}=b'_{\mu,1212}=b'_{\mu,1313}=b'_{\mu,2323}$). Pour les paramètres b , c et d de la fonction $f(\dot{\omega})$ (Équation I-24), nous utilisons les mêmes valeurs identifiées à partir de l'essai de Pittet présenté dans le premier chapitre ($b=0.88$, $c=7$, $d=1.15$). Les coefficients de Poisson et de retrait/gonflement utilisés sont :

$\nu_{LR}=0.37$	$\beta_L=0.0068$
$\nu_{LT}=0.42$	$\beta_R=0.18$
$\nu_{RT}=0.47$	$\beta_T=0.38$

Les résistances à la rupture en traction et en compression sont supposées respectivement égales à 28 MPa et 26 MPa. Les énergies de déformation critiques sont déduites de l'Équation I-43.

Pour l'écoulement dans la phase de rupture décrit par l'Équation I-35, on prend :

en compression : $f(\dot{\varepsilon}^{irrev}) = 3.5 \cdot 10^2 \dot{\varepsilon}^{irrev}$ et $k=10$.

en traction : $f(\dot{\varepsilon}^{irrev}) = 10^4 \dot{\varepsilon}^{irrev}$ et $k=2$.

Les systèmes de connexion sont remplacés par des éléments rhéologiques capables de reproduire correctement leur comportement global. On suppose que seuls les connecteurs résistent aux efforts de cisaillement à l'interface bois-béton, et par conséquent le frottement a été négligé.

Pour la méthode analytique, le modèle CEB-FIP (1990) est utilisé pour estimer les fonctions de retrait et de fluage du béton. On rappelle que la méthode algébrique adoptée pour décrire le fluage du béton est celle du module effectif ajusté qui nécessite la détermination de la fonction de relaxation et du coefficient de vieillissement. Une procédure numérique est développée pour les déterminer (voir annexe C).

La fonction de relaxation utilisée pour le bois est identifiée à partir de l'essai de flexion de Ranta Maunus (2000) présenté dans le chapitre I. Ce choix permet de ne pas sous-estimer le fluage du bois surtout dans le cas de conditions climatiques variables.

La fonction de fluage du système de connexion est identifiée à partir de la simulation du comportement différé local effectuée précédemment dans des conditions climatiques variables (III.4.2).

III.6.5.1. Comportement à court terme

La Figure III-23 montre l'évolution de la flèche à mi-travée obtenue expérimentalement et à partir de la méthode analytique et de la simulation numérique. La flèche initiale est générée par le poids propre de la structure et les effets de retrait et de fluage durant la phase qui a précédé l'essai.

On remarque que la charge de rupture dépasse 4.7 fois la charge de dimensionnement. Le critère ayant conduit à ce dimensionnement était la flèche admissible, ce qui explique cette valeur de rupture assez élevée.

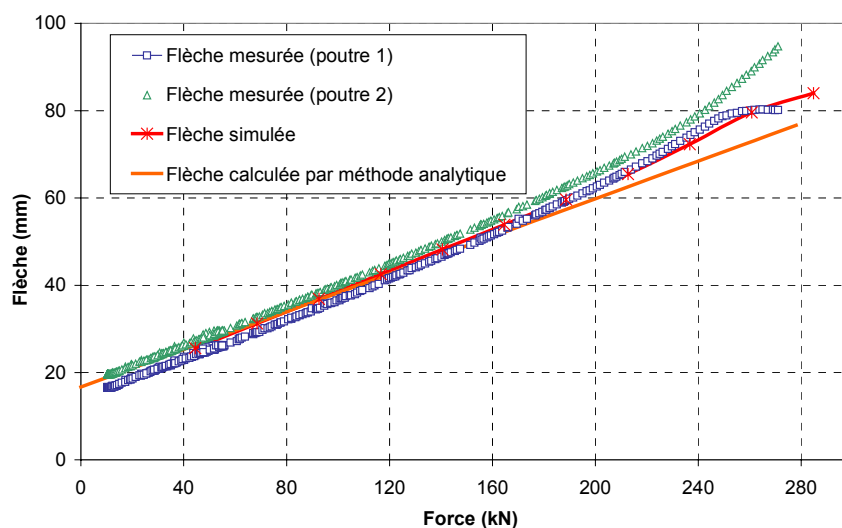


Figure III-23 Evolution de la flèche en fonction de l'effort appliqué.

Le comportement de la structure est resté linéaire jusqu'à un niveau de chargement de l'ordre de 70% de la charge de rupture. Ce niveau correspond à la limite de la phase linéaire des deux premiers connecteurs (du côté de l'appui), comme on peut le voir sur la Figure III-24. La simulation numérique reproduit correctement la phase qui précède la rupture tandis que la réponse de la méthode analytique reste linéaire. Cela est dû, dans ce cas, à la rigidité de la connexion supposée constante dans cette méthode. La distribution des efforts dans les systèmes de connexion (Figure III-24) est estimée par simulation numérique. On remarque que le nombre des connecteurs est surestimé, vu que les deux derniers (7 et 8) restent faiblement sollicités. En effet, la méthode analytique utilisée dans le dimensionnement surévalue les efforts exercés sur les connecteurs. Cela peut être expliqué en partie par l'effet du retrait omis dans la méthode de dimensionnement et qui agit dans le sens opposé du chargement mécanique.

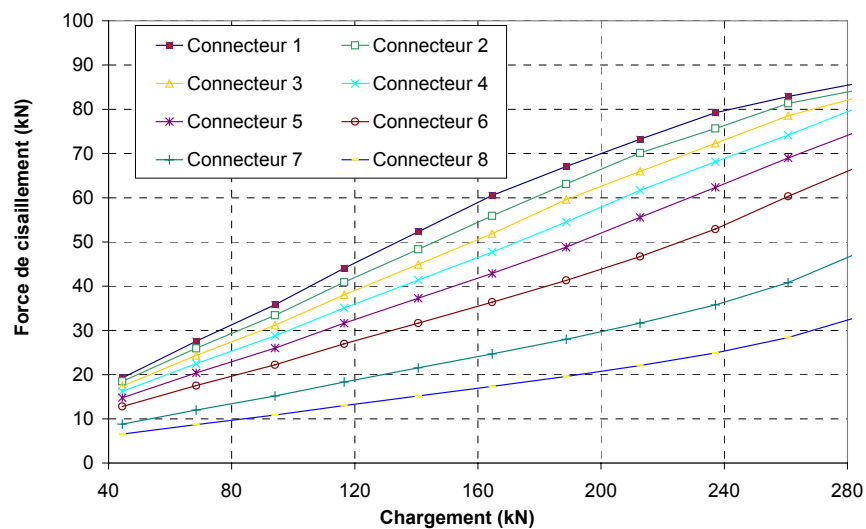


Figure III-24 Distribution des efforts dans les systèmes de connexion.

La limite de linéarité du comportement est aussi constatée sur la Figure III-25 qui décrit l'évolution du glissement à l'interface bois-béton du côté des appuis. On constate que l'interaction est totale entre les matériaux constitutifs dans l'intervalle de chargement qui correspond à la charge de dimensionnement (54 kN).

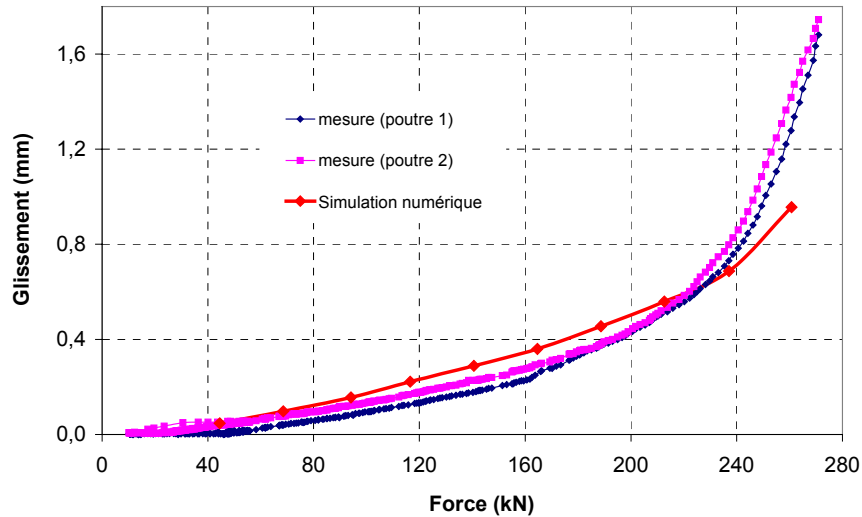


Figure III-25 Glissement à l'interface bois-béton.

La Figure III-26 montre l'évolution de la déformation du bois à mi-travée, sur les faces inférieures des poutres. On remarque que le comportement du bois en traction est parfaitement linéaire jusqu'à la rupture qui se produit dans cette zone. Le fait que la déformation de la poutre (2) soit supérieure à celle de la poutre (1) est expliqué par une différence au niveau de l'épaisseur de la dalle en béton (65 mm au dessus de la poutre 2 contre 70 mm du côté de la poutre 1). En plus, la différence entre les déformations peut aussi être liée à une légère différence entre les caractéristiques mécaniques des deux poutres. La contrainte de rupture en traction estimée d'après ces résultats est de l'ordre de 30 MPa.

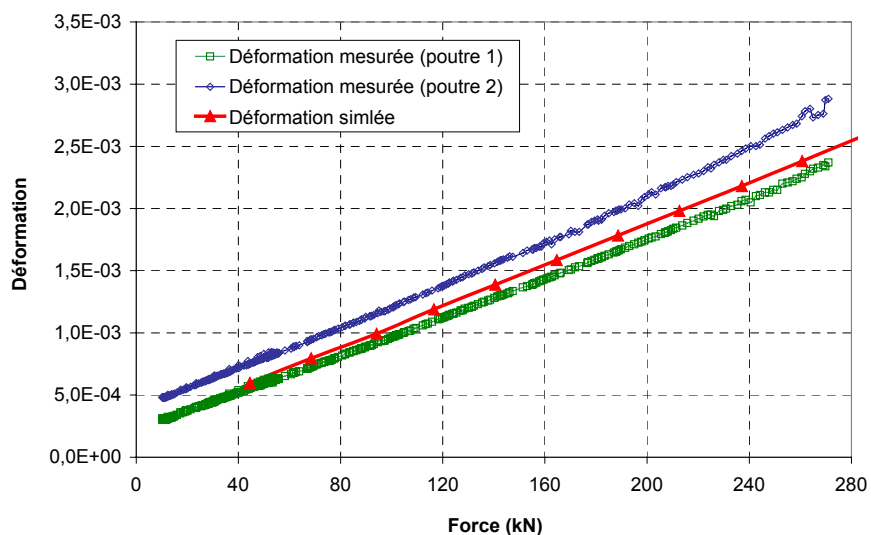


Figure III-26 Déformations du bois sur les faces inférieures des poutres.

L'évolution des déformations du bois mesurées à 1cm de la face supérieure des poutres est donnée sur la Figure III-27. Le niveau de contrainte de compression dans cette zone est relativement faible. Cela est dû à la forte rigidité de connexion entre le bois et le béton.

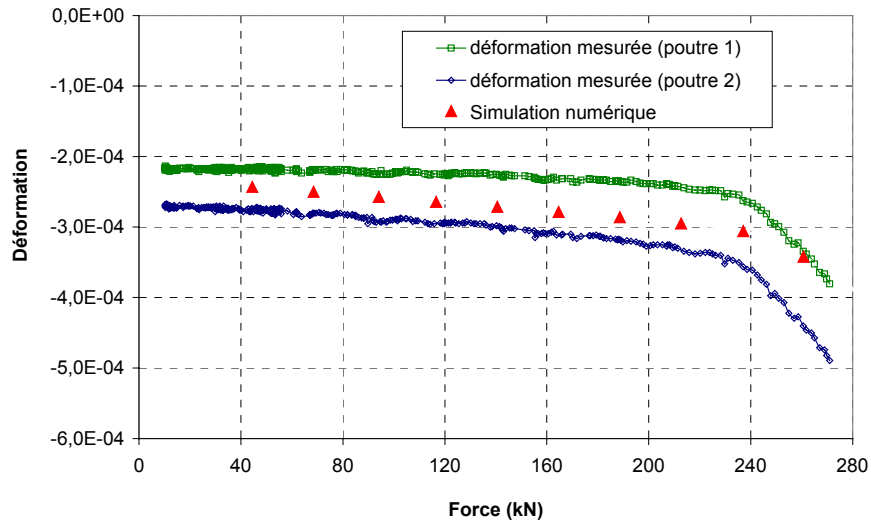


Figure III-27 Déformations du bois à 1cm de s faces supérieures des poutres.

Le comportement non linéaire des connecteurs 1 et 2, dans la phase qui précède la rupture, est traduit par cette augmentation de la déformation générée par la redistribution des contraintes dans la section.

Du coté de la dalle en béton, la Figure III-28 montre une déformation linéaire sur la face supérieure, jusqu'à la rupture. La contrainte maximale atteinte par le béton est de l'ordre de 20 MPa.

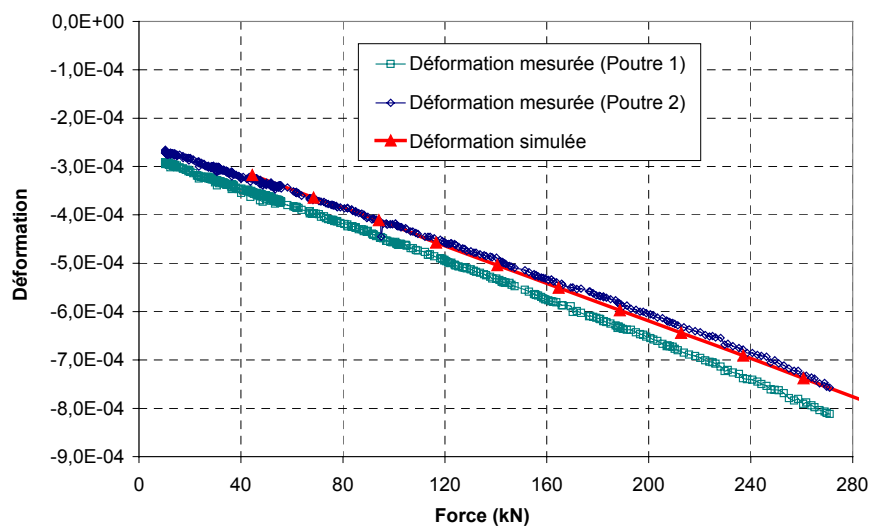


Figure III-28 Déformations du béton sur la face supérieure de la dalle (au dessus des deux poutres en bois).

Finalement, on remarque sur la Figure III-29 que la face inférieure de la dalle en béton reste en compression.

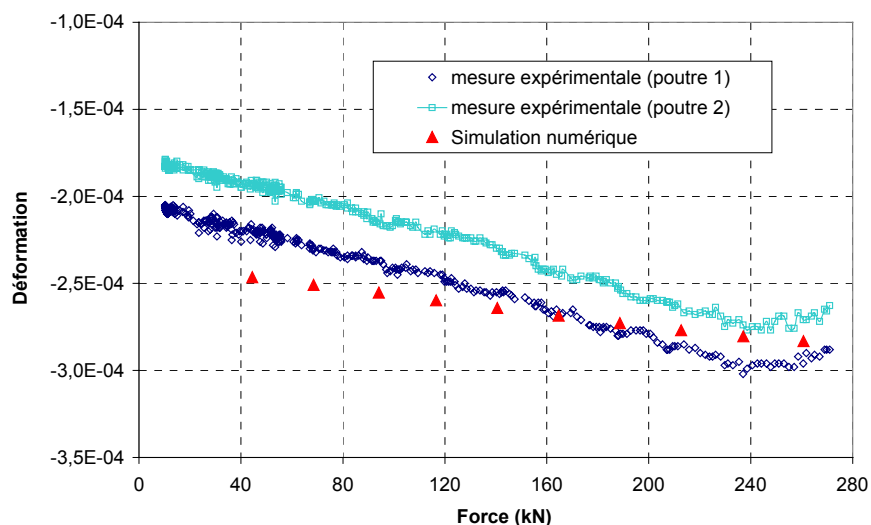


Figure III-29 Déformations du béton sur la face inférieure de la dalle.

On rappelle que les déformations présentées sont des déformations totales qui intègrent en plus que la composante élastique les composantes de retrait et de fluage. L'accès aux contraintes de rupture est assuré par la simulation numérique. Par ailleurs, les différentes comparaisons entre les états de déformations mesurées et simulées montrent la capacité de l'outil numérique développé.

III.6.5.2. Comportement à moyen terme

Dans cet essai, le plancher est chargé sur une durée de trois mois. Le chargement est réalisé après trente jours du coulage du béton dans le hall d'essai. Le dispositif de chargement consiste à placer des masses en béton sur les profilés métalliques afin d'exercer un chargement permanent. La répartition des efforts est vérifiée par des capteurs de force placés au dessous des profilés. Ces capteurs permettent de régler les efforts afin d'assurer la symétrie de chargement.

La charge totale appliquée est de 44,5 kN. Cette valeur permet d'avoir un niveau de contrainte dans le bois inférieur à 25% de la contrainte de rupture. Le plancher est resté trois jours sous son poids propre avant d'installer les profilés métalliques. Un premier chargement est effectué par le vérin hydraulique jusqu'à atteindre un moment de flexion à mi-travée équivalent à celui considéré dans le dimensionnement ($5,5 \cdot 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}$). La mise en place des masses de béton est achevée au quatrième jour. Cette même procédure de chargement a été reproduite dans la simulation numérique.



Figure III-30 Dispositif de chargement.

Conditions thermo-hydriques ambiantes

Les moyennes journalières de la température et de l'humidité relative du hall d'essai sont présentées sur les figures III-31 et III-32.

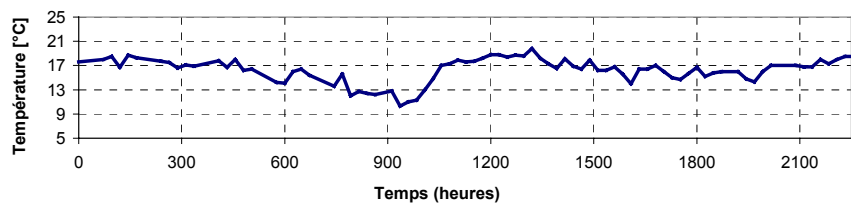


Figure III-31 Evolution de la température au cours de l'essai.

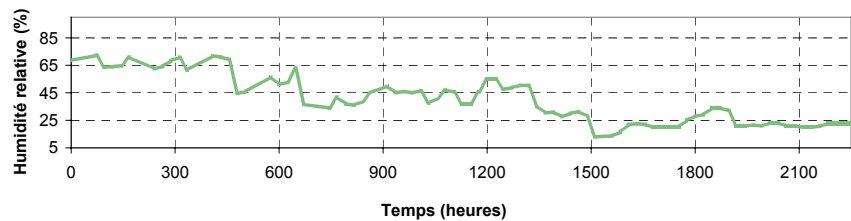


Figure III-32 Evolution de l'humidité relative ambiante.

La chute de l'humidité relative constatée sur la Figure III-32 est causée par le démarrage du système de ventilation d'air chaud. Ces conditions ambiantes sont utilisées pour estimer le champ hydrique dans la poutre en bois (Figure III-33). On constate que la zone influencée significativement par les échanges hydriques est limitée à une distance de 2.5 cm des faces exposées (Figure III-33 a). L'histoire hydrique de chaque point d'intégration est ensuite introduite dans le calcul mécanique.

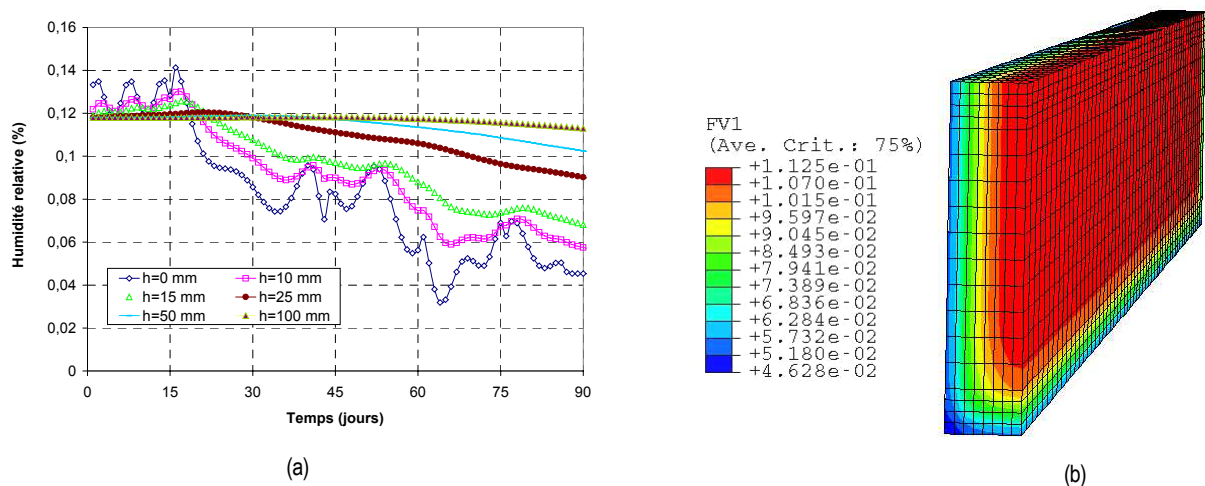


Figure III-33 (a) Evolution de l'humidité relative interne à différentes hauteurs de l'axe vertical situé au centre de la poutre. (b) Isovaleurs de l'humidité relative du bois après 90 jours.

D'un autre côté, les variations thermiques ambiantes sont utilisées pour déterminer les champs thermiques du béton. La faible épaisseur de la dalle amène à un équilibre rapide et à un champ thermique quasi uniforme dans la section.

Analyse du comportement mécanique

La Figure III-34 montre l'évolution de la flèche mesurée expérimentalement et calculée à partir de la méthode analytique et d'une simulation numérique. On constate que la simulation reproduit correctement le comportement à moyen terme. De même la méthode analytique donne des résultats très satisfaisants. On rappelle que cette méthode prend en compte les effets de fluage du bois, du béton, et du système de connexion. En plus, une déformation différentielle est introduite à l'interface afin de reproduire l'effet du retrait du béton.

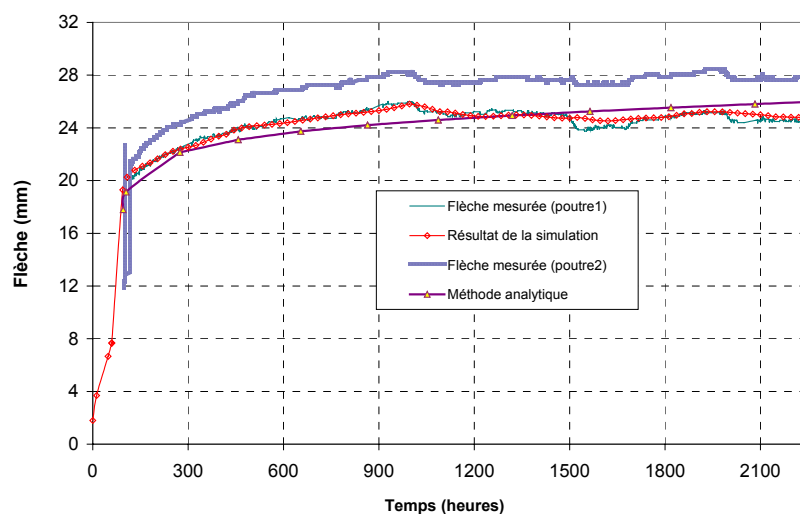


Figure III-34 Evolution de la flèche à mi-travée.

Les oscillations observées sur cette figure sont induites par les effets d'expansion thermique de la dalle de béton. En effet, une variation thermique de 8°C a été causée par l'arrêt de ventilation, ce qui a conduit à la contraction du béton. Cette déformation thermique est traduite par une augmentation de la flèche à cause de l'effort normal excentré généré par la déformation empêchée.

L'évolution des flèches montre que les effets différés sont relativement faibles pour cet essai à moyen terme. Cela est aussi constaté sur la Figure III-35 qui décrit les déformations du bois en traction, sur les faces inférieures des poutres. Ces déformations totales diminuent à partir du trentième jour à cause du retrait du bois induit par une baisse de l'humidité relative de l'air.

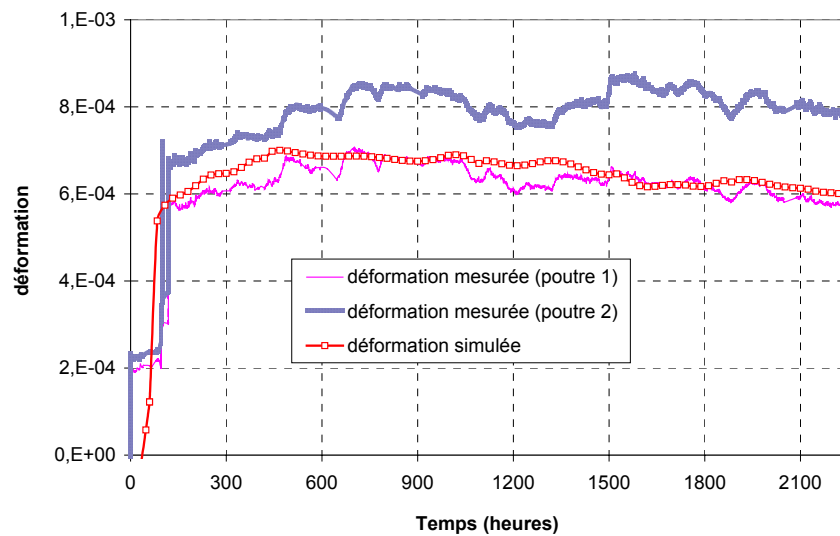


Figure III-35 Déformations du bois sur les faces inférieures des poutres.

La Figure III-36 décrit l'évolution de la déformation du bois en compression à 1cm de la face supérieure des poutres.

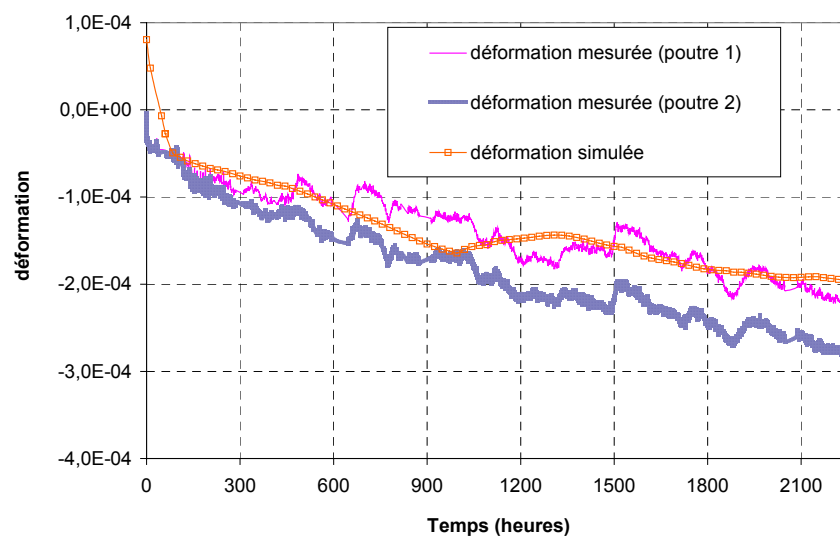


Figure III-36 Déformations du bois à 1 cm des faces supérieures des poutres.

L'augmentation de cette déformation est aussi liée à la déformation de retrait du bois. L'interprétation de ces figures reste difficile, vu les phénomènes de redistributions de contraintes induites par le déphasage des effets différés des matériaux constitutifs.

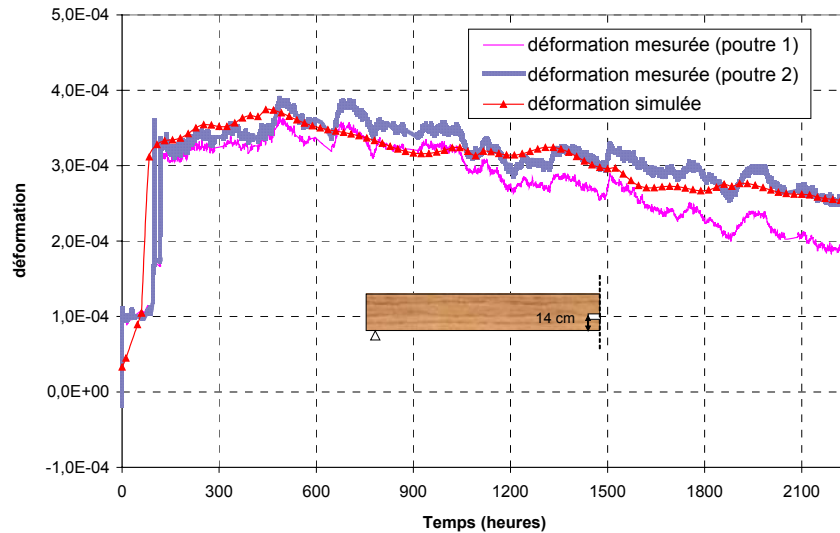


Figure III-37 Déformations du bois à 14 cm des faces inférieures des poutres.

La Figure III-37 montre les déformations différées du bois à 14 cm des fibres inférieures. La déformation de retrait, induite par une diminution de l'humidité relative du bois de l'ordre de 6%, masque complètement les effets de fluage.

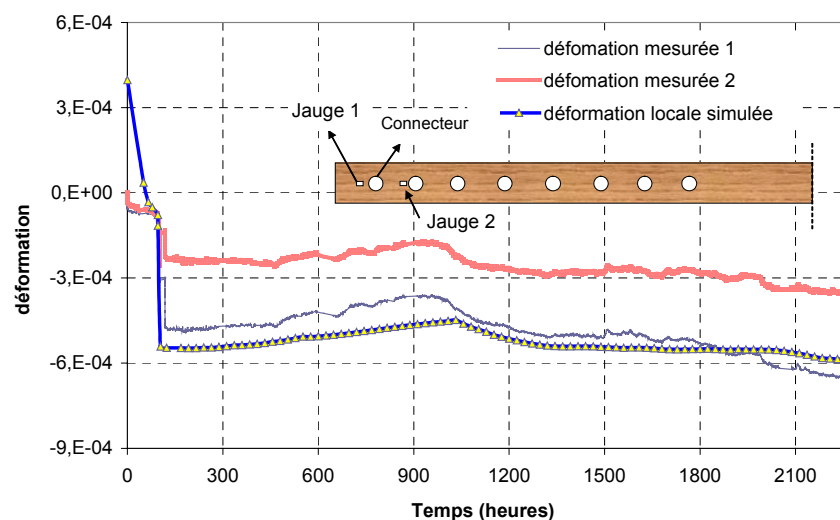


Figure III-38 Déformations du bois derrière les deux premiers connecteurs (1 et 2).

Derrière les deux premiers connecteurs situés du côté de l'appui, les variations hydriques du bois sont faibles, ainsi les évolutions des déformations totales montrées sur la Figure III-38 sont induites par le fluage du bois et les redistributions de contraintes. En revanche, les effets d'expansion

thermique empêchée du béton apparaissent lors de la chute de la température ambiante. A cela il faut ajouter l'effet de retrait du béton qui diminue les efforts supportés aux derniers connecteurs.

Du côté de la dalle en béton, la Figure III-39 montre l'évolution de la déformation différée du béton sur la face supérieure. La différence entre les valeurs mesurées et celles obtenues par la simulation est constatée lors de la chute thermique. Cela est éventuellement dû au réglage automatique des jauges qui effectuent une autocorrection des valeurs mesurées en fonction de la température. Ainsi, on constate que le retour à la température initiale amène à la coïncidence entre les valeurs mesurées et les valeurs simulées.

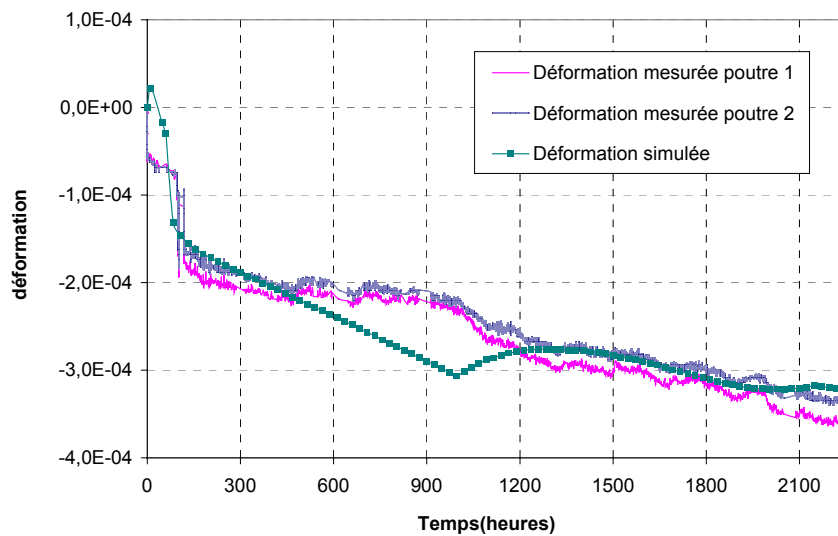


Figure III-39 Déformations du béton sur la face supérieure de la dalle.

Sur la face inférieure du béton, l'évolution de la déformation constatée sur la Figure III-40 est principalement affectée par la déformation de retrait du béton.

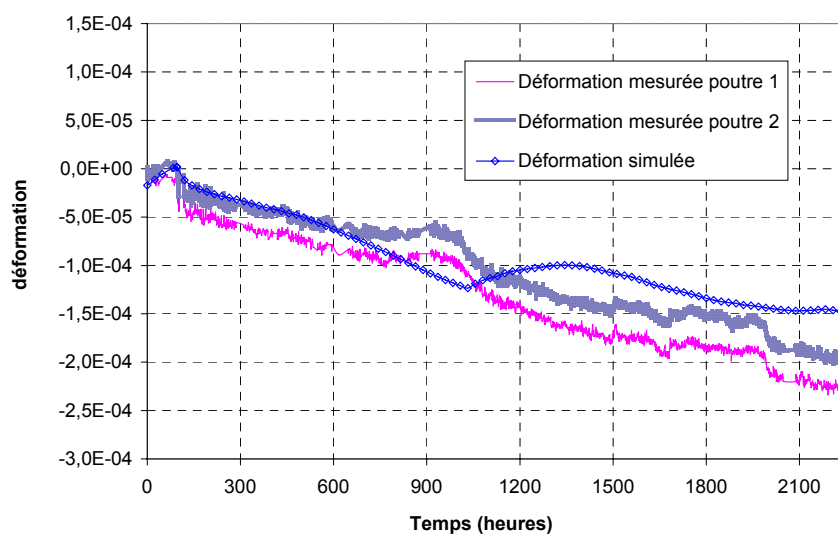


Figure III-40 Déformations du béton sur la face inférieure de la dalle.

Les différentes courbes de déformations totales présentées ne permettent pas d'estimer facilement les états de contrainte. Cependant, ces résultats confirment la pertinence de la simulation tridimensionnelle qui permet d'accéder facilement à toutes les variables internes.

La Figure III-41 décrit les efforts supportés par chacun des huit connecteurs de la demi poutre simulée. Les résultats obtenus par la méthode analytique sont satisfaisants. Les effets d'expansion thermique sont constatés uniquement sur les deux premiers connecteurs (côté appui).

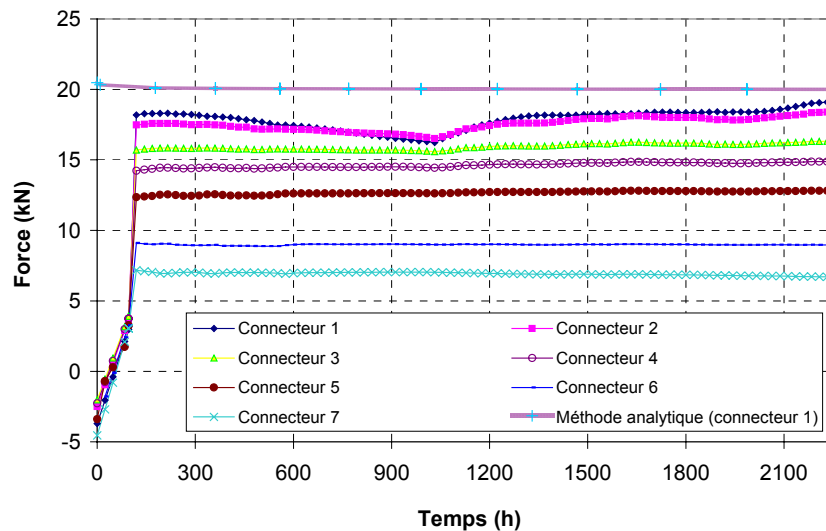


Figure III-41 Distribution des efforts dans les connecteurs.

Les états de contrainte du béton sur les faces inférieures et supérieures sont présentés sur la Figure III-42. La différence entre la méthode analytique et la simulation numérique est significative sur la face inférieure du béton. La diminution des contraintes constatée est générée par le fluage du béton qui induit une migration d'efforts vers la poutre en bois.

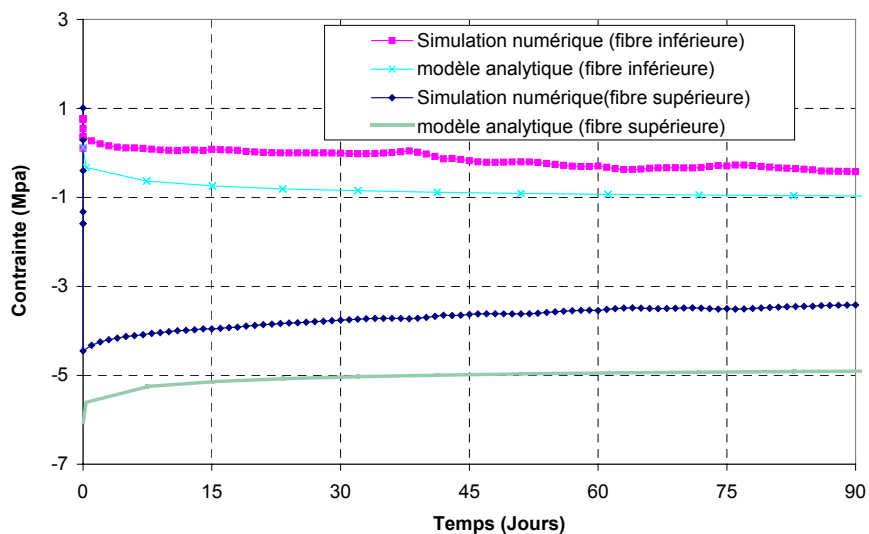


Figure III-42 États de contrainte sur les faces supérieure et inférieure du béton.

Finalement l'évolution de l'état de contrainte dans le bois est présentée sur la Figure III-43. On constate que la contrainte de la face inférieure du bois en traction augmente en fonction du temps. Cela est dû au fluage du béton qui est bien plus significatif que celui du bois.

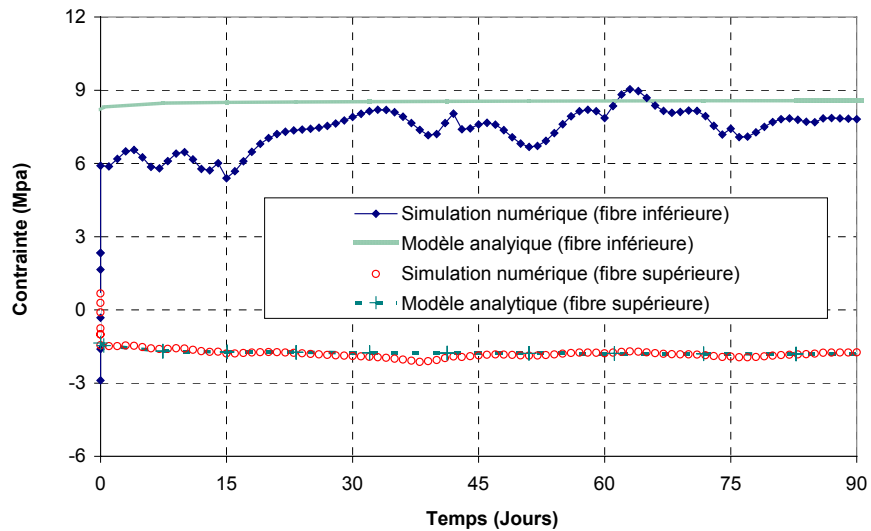


Figure III-43 Etats de contraintes sur les faces inférieure et supérieure du bois.

III.6.5.3. Comportement à long terme

Cette partie est basée sur un essai de flexion quatre points réalisé à Karlsruhe, et présenté par van der Linden (1999). La poutre mixte examinée est constituée d'une poutre en bois lamellé collé dont les dimensions sont $(100 \times 200 \times 5400 \text{ mm}^3)$, et d'une dalle en béton de 70 mm d'épaisseur et 600 mm de largeur (Figure III-44). Un renforcement minimal ($131 \text{ mm}^2/\text{m}$) est placé à 30 mm de la face inférieure de la dalle, afin de reprendre une partie du retrait. Le système de connexion est composé d'un évidement dans le bois de 70 mm de diamètre et de 30 mm de hauteur, avec une tige métallique de 20 mm de diamètre et de 160 mm de hauteur à moitié enfoncée dans le bois. Les connecteurs sont disposés comme indique la Figure III-45.

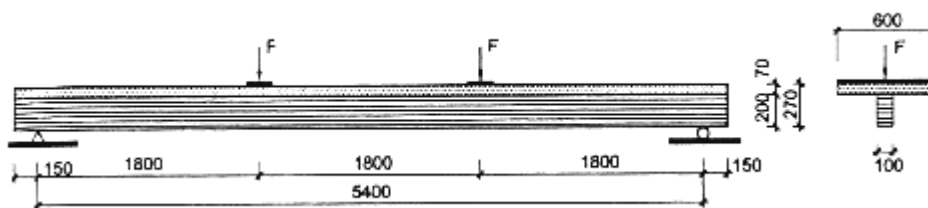


Figure III-44 Dimensions de la poutre mixte.

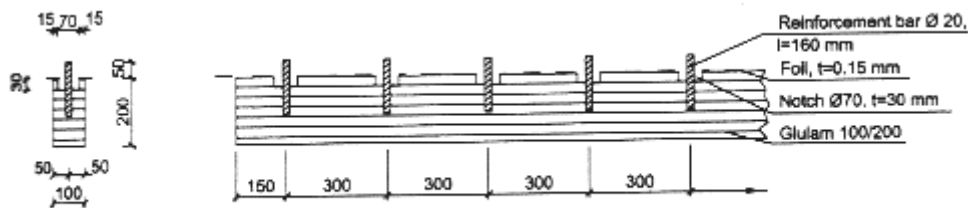


Figure III-45 Forme et disposition des connecteurs.

L'essai réalisé dans des conditions climatiques variables s'étend sur une durée de 1215 jours durant lesquels deux forces permanentes de 8 kN chacune sont appliquées aux points de chargement (Figure III-44). Ces forces correspondent à 24,8% de la charge de rupture (31,2% en incluant le poids propre de la poutre mixte).

Conditions climatiques

Les relevés de température et d'humidité relative reportés par van der Linden (1999) sont utilisés pour effectuer la modélisation du transfert hydrique dans le bois, ainsi que le transfert thermique dans le béton. Les propriétés de sorption n'étant pas déterminées pour le bois utilisé, nous adoptons des valeurs issues de la littérature (Équation I-41, Équation I-42). L'humidité relative de l'air utilisé dans le calcul hydrique représente des valeurs moyennes déterminées par période de 7 jours.

La Figure III-46 montre l'état hydrique du bois sur plusieurs hauteurs de l'axe vertical situé au centre de la section ($h=0$ correspond à la face inférieure de la poutre en bois). On remarque que les fluctuations hydriques hebdomadaires touchent une zone limitée à une distance de moins de 20 mm des faces exposées. Les oscillations annuelles de l'humidité relative interne du bois ont une amplitude de l'ordre de 6%.

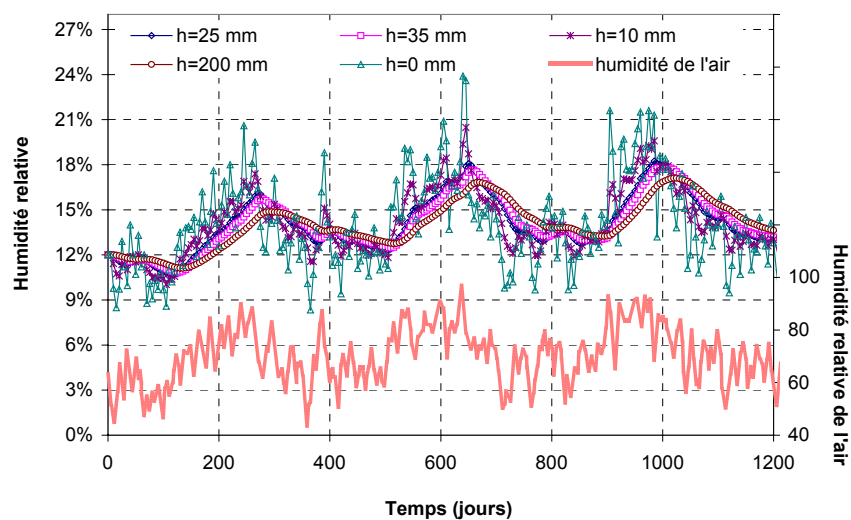


Figure III-46 Humidité relative interne du bois en fonction des conditions ambiantes.

Le calcul thermique de la dalle en béton montre une température quasi-uniforme dans l'épaisseur. Cela est dû à la faible épaisseur et aux conditions thermiques appliquées par période de 7 jours.

Comportement mécanique

Seul le quart de la poutre est modélisé en raison de l'existence de deux plans de symétrie. Les caractéristiques des matériaux utilisés dans cet essai sont similaires à celles des essais de moyen et à court terme réalisés à l'INSA, ainsi nous reprenons les mêmes paramètres des modèles bois et béton des essais précédents. En plus, les deux dalles en béton ont presque le même rayon moyen, ce qui permet d'adopter la même fonction de retrait.

Le système de connexion utilisé dans cet essai est caractérisé par un essai de cisaillement (Figure III-47). Cela permet d'identifier les paramètres des éléments joints afin de reproduire le même comportement à partir du modèle simplifié. Le frottement à l'interface est négligé, seuls les connecteurs assurent la transmission des efforts. Le chargement est appliqué au trentième jour après le coulage du béton.

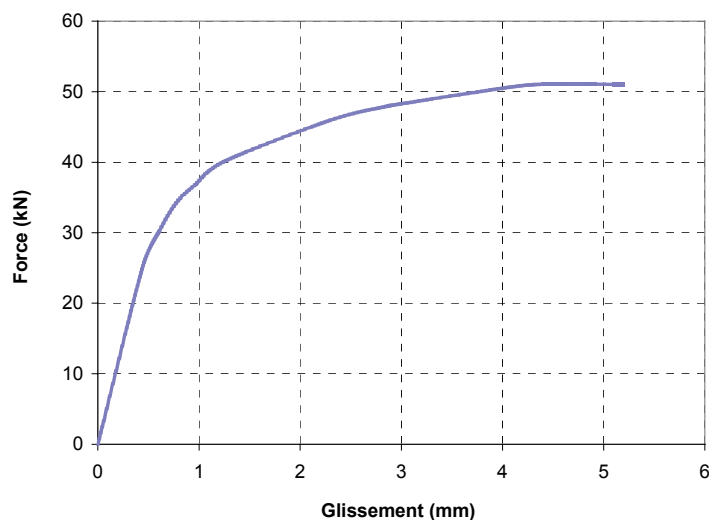


Figure III-47 Courbe force/glisement caractérisant le comportement du connecteur (d'après van der Linden 1999).

La principale mesure fournie par cet essai est la flèche à mi-travée de la poutre. La Figure III-48 décrit l'évolution de cette flèche d'après les mesures expérimentales et la simulation numérique. Les conditions climatiques sont aussi reportées sur cette même figure afin de faciliter l'interprétation des résultats.

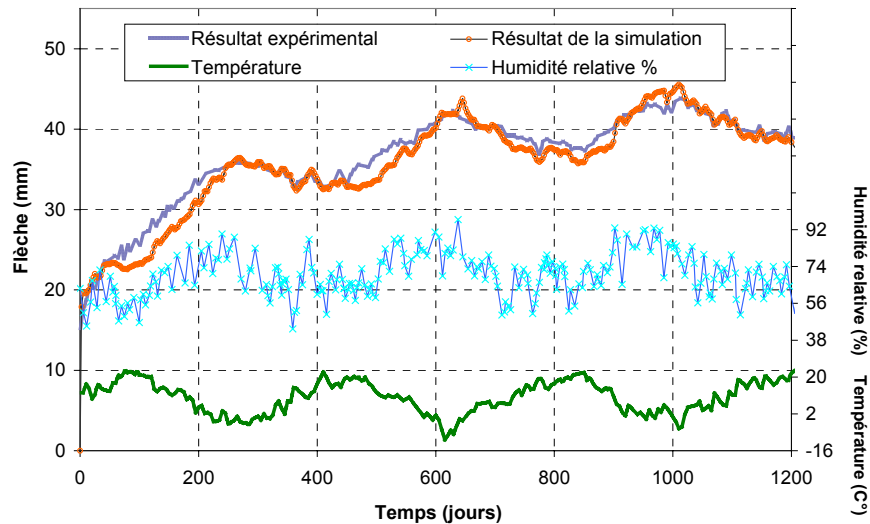


Figure III-48 Evolution de la flèche en fonction du temps et des conditions climatiques.

On remarque que les effets différés se manifestent d'une manière accentuée dans la première année de chargement (la flèche dépasse deux fois la valeur instantanée). Cela est dû à plusieurs phénomènes simultanés. En effet, le béton subit dans la première année plus de 80% de son fluage total (à condition que le niveau de contrainte ne dépasse pas 50% de la limite de rupture). Par ailleurs, les variations thermiques saisonnières sont en grande partie responsables des oscillations de la flèche. Dans la saison froide, la baisse de température enregistrée est de l'ordre de 16°C, ainsi le béton subit une contraction partiellement empêchée par les connecteurs. Des efforts normaux de traction sont générés dans le béton, ce qui conduit à la fissuration de la partie inférieure de la dalle. Cela est constaté sur la Figure III-49, où le béton perd sa rigidité dans cette zone ($h=200$ mm correspond à la face inférieure du béton). Ces fissures affectent la rigidité globale de la structure, ce qui induit l'augmentation de la flèche. En plus, ces efforts internes excentrés induisent un moment de flexion qui augmente la courbure de la poutre.

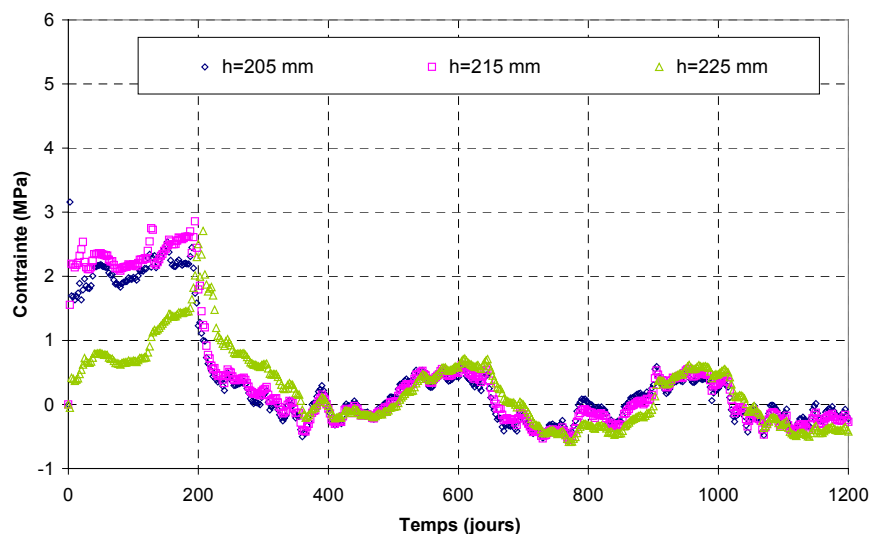


Figure III-49 Evolution des contraintes dans la moitié inférieure de la dalle de béton.

Du côté bois, le fluage mécanosorptif est activé par les variations climatiques dès le premier cycle de sorption. Cependant, les variations hydriques ne peuvent pas seules expliquer l'amplitude du fluage. En effet, il est important d'évaluer l'effet mécanosorptif en fonction de la combinaison hydromécanique. En d'autres termes, le niveau de contrainte joue un rôle très important dans la déformation différée. Comme on peut constater sur la Figure III-50, le niveau de contrainte est relativement élevé, ce qui explique l'amplitude du fluage mécanosorptif suite aux phénomènes de sorption.

Il est important de noter que la faible diminution de flèche, constatée dans la période où l'humidité relative baisse et la température augmente, n'est pas liée au séchage du bois. Bien au contraire, le séchage augmente le fluage du bois, mais dans ce cas les effets d'expansion du béton viennent éclipser l'effet du fluage du bois. En effet, la dilatation thermique partiellement empêchée génère un moment de flexion négatif qui réduit la flèche.

Aux effets différés du bois et du béton vient s'ajouter le comportement différé du système de connexion. En effet, le degré de connexion joue un rôle très important dans le développement des contraintes internes induites par les déformations différentielles empêchées. En outre, les systèmes de connexion assurent les redistributions de contraintes induites par le déphasage des phénomènes différés des deux matériaux. Dans le cas examiné, le niveau de connexion est relativement élevé, ce qui conduit à des oscillations de la flèche et à des contraintes internes plus élevées que dans le cas d'une connexion flexible.

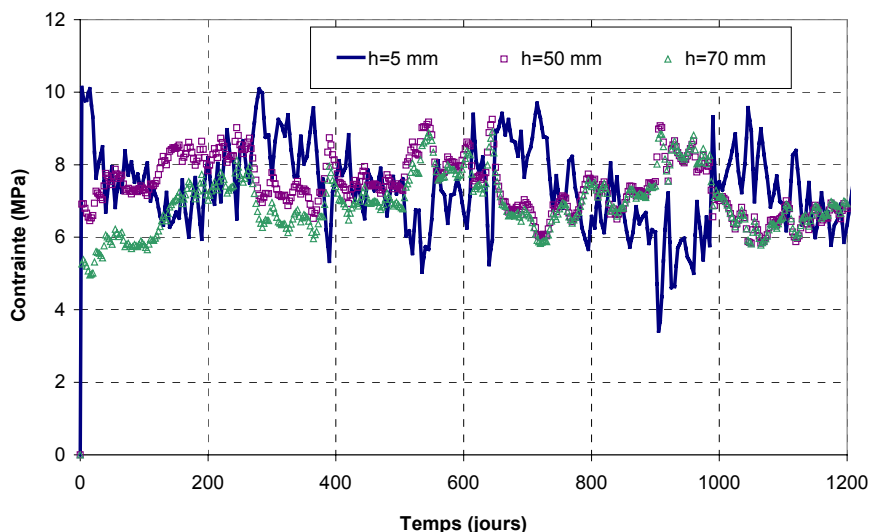


Figure III-50 Evolution de la contrainte du bois en traction à différents niveaux de la poutre.

La Figure III-50 montre les contraintes de traction à plusieurs niveaux de la poutre en bois. L'évolution de ces contraintes est attribuée à plusieurs phénomènes :

- Les phénomènes de sorption induisent des gradients hydriques qui génèrent des contraintes internes principalement dans les zones les plus exposées. Cela se traduit par des oscillations de contraintes comme on peut le voir sur la Figure III-50.

- Les variations thermiques génèrent dans la dalle en béton des efforts normaux excentrés. Ainsi, lors d'une dilatation thermique du béton, le moment de flexion négatif généré conduit à la diminution de la contrainte dans la face inférieure du bois. Une baisse de température induit l'effet inverse.
- Le déphasage des phénomènes différés induit une redistribution de contraintes qui se traduit par une augmentation du niveau de contraintes dans le matériau subissant moins de déformation différée.
- L'effet du fluage mécanosorptif influence la redistribution des contraintes dans le bois. En effet, ce fluage n'est pas uniforme dans la section puisqu'il est fonction du niveau de contrainte et des variations hydriques locales. Par conséquent, il se produit une relaxation dans les parties où les combinaisons hydromécaniques sont les plus importantes au profit des zones moins sollicitées. Cela est mis en évidence sur la Figure III-50 où on constate que la contrainte moyenne augmente pour les zones internes ($h=70$ mm) et diminue dans les zones les plus sollicitées en terme de combinaison hydromécanique ($h=5$ mm). La non linéarité du comportement du bois soumis à des variations hydriques peut être observée sur la Figure III-51 qui donne les isovaleurs des contraintes longitudinales.

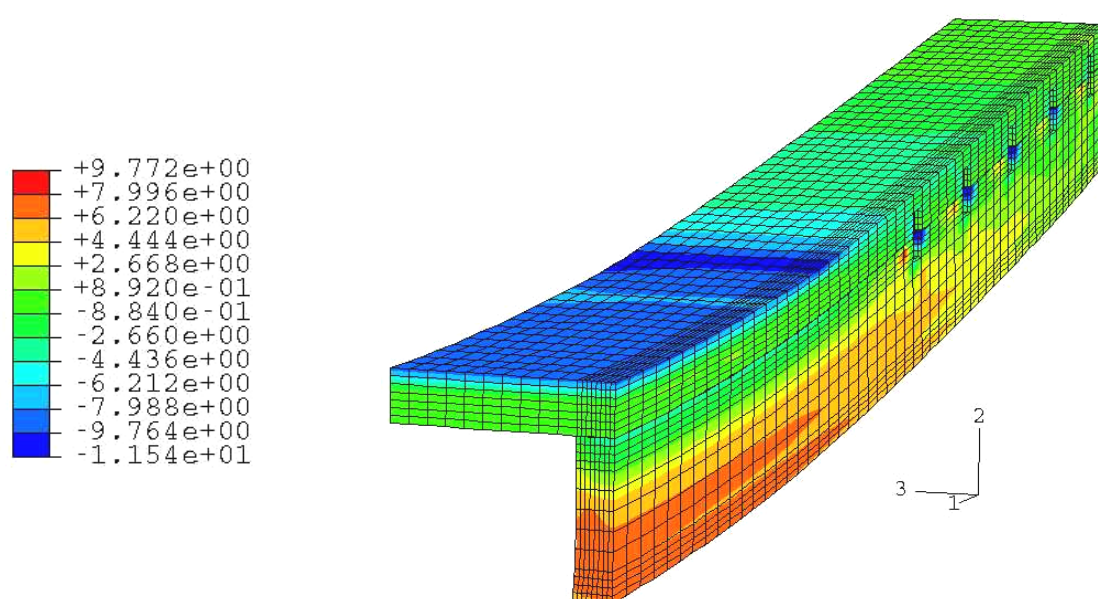


Figure III-51 Isovaleurs des contraintes longitudinales après 1215 jours de chargement

Les contraintes de compression dans la partie supérieure de la poutre en bois sont montrées sur la Figure III-52. On constate que ces contraintes subissent des oscillations directement liées aux expansions thermiques de la dalle. Les valeurs moyennes des contraintes subissent une augmentation dans la première année de chargement, puis elles tendent à se stabiliser par la suite. Cet effet est une conséquence directe de la fissuration du béton et de son fluage qui est plus important que celui du bois au cours de la première année de chargement.

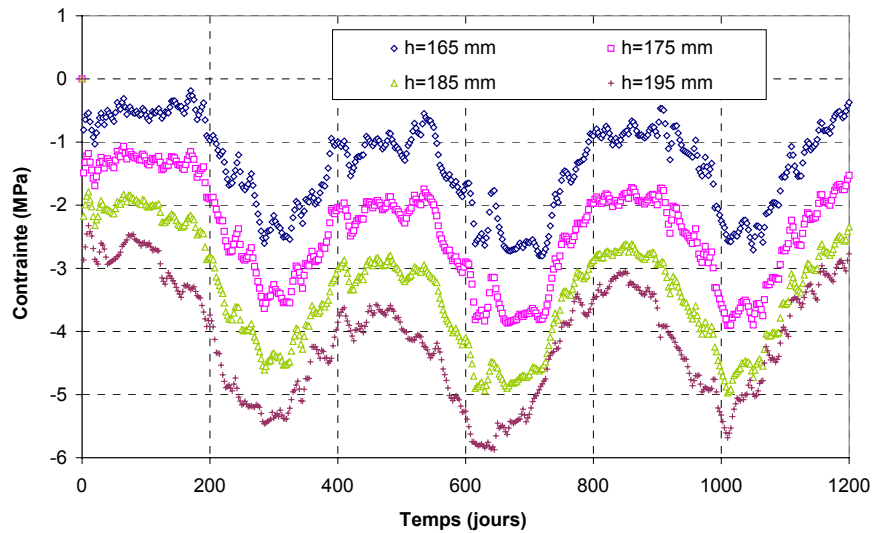


Figure III-52 Contraintes du bois en compression à plusieurs hauteurs.

Du côté de la dalle en béton, la Figure III-53 montre l'évolution de l'état de contrainte dans la partie initialement comprimée. On remarque que les ouvertures de fissures dans la partie inférieure déplacent l'axe neutre de la dalle vers le haut. Ainsi, les fibres situées à mi-hauteur de la dalle passent d'un état de compression à un état de traction lors de la première saison froide.

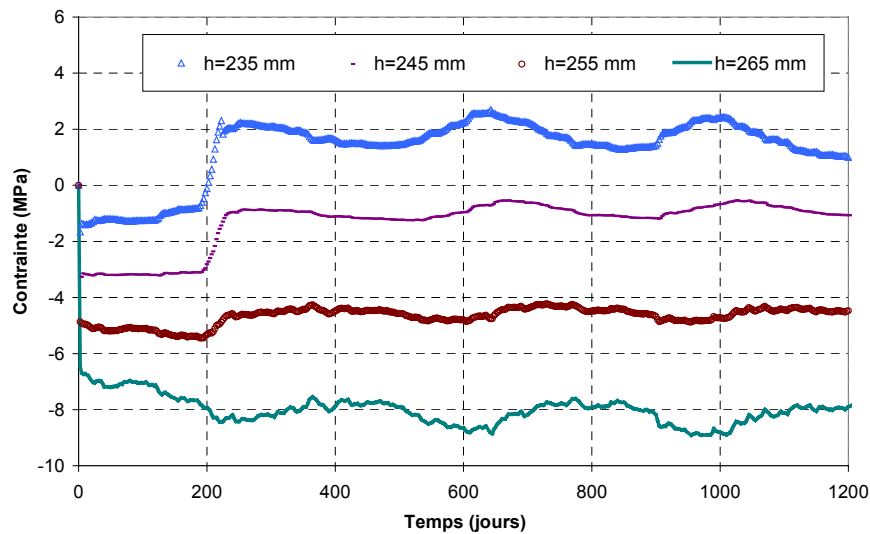


Figure III-53 Evolution des contraintes dans la partie supérieure de la dalle en béton.

La Figure III-54 décrit l'évolution des efforts au niveau des connecteurs. Les connecteurs sont numérotés en commençant du côté de l'appui. On remarque que les premiers connecteurs (1 et 2) sont les plus sensibles aux variations thermiques. Ainsi, les efforts appliqués sur ces connecteurs croissent avec l'augmentation de la température à cause de la dilatation partiellement empêchée du béton. Ces efforts diminuent dans le cas contraire.

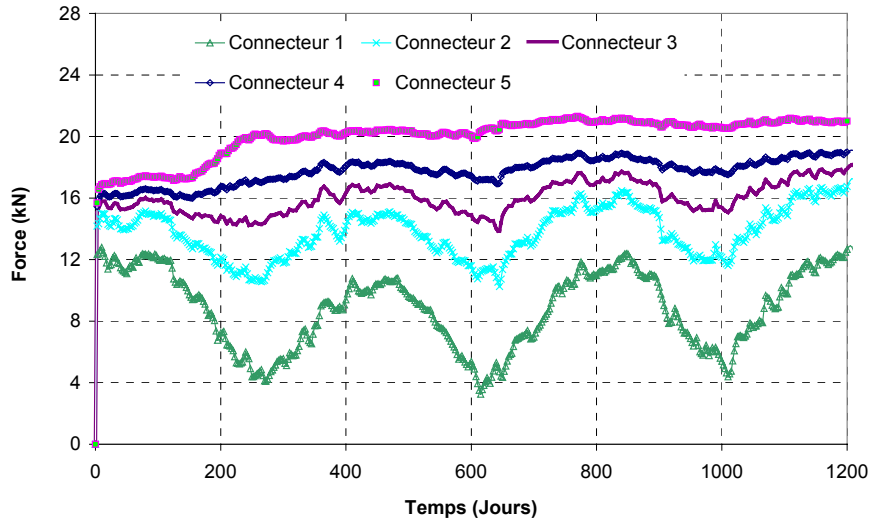


Figure III-54 Distribution des efforts dans les connecteurs.

En plus, on constate que les valeurs moyennes des efforts supportés par les deux premiers connecteurs diminuent tandis que les efforts dans les connecteurs 3, 4, et 5 augmentent. Cela peut s'expliquer dans la première phase par l'effet du retrait du béton, et dans une deuxième phase par la déformation de contraction thermique générée dans la première année et par l'effet du fluage des connecteurs sur l'équilibre à l'interface.

III.6.5.4. Comparaison entre l'outil numérique développé et la méthode analytique

Dans l'analyse du comportement à court et à moyen terme, on a constaté que la méthode analytique simplifiée permet de reproduire d'une manière satisfaisante le comportement de la structure mixte. Dans ces deux cas, les effets des variations climatiques sont faibles. Cependant, dans l'analyse du comportement à long terme, la méthode analytique est loin de fournir des estimations correctes. Au niveau de la flèche, la Figure III-55 montre une grande différence entre les résultats de la méthode analytique et les résultats expérimentaux et numériques. Cette méthode, encore plus développée que la méthode de dimensionnement réglementaire, sous-estime de 40% la flèche après une durée de chargement de 1215 jours.

On note que la fonction de fluage du bois utilisé dans la méthode analytique est basée sur un essai de fluage réalisé dans des conditions climatiques variables. Ce qui implique que cette fonction de fluage total intègre des effets mécanosorptifs, mais cela n'a pas amélioré ses résultats.

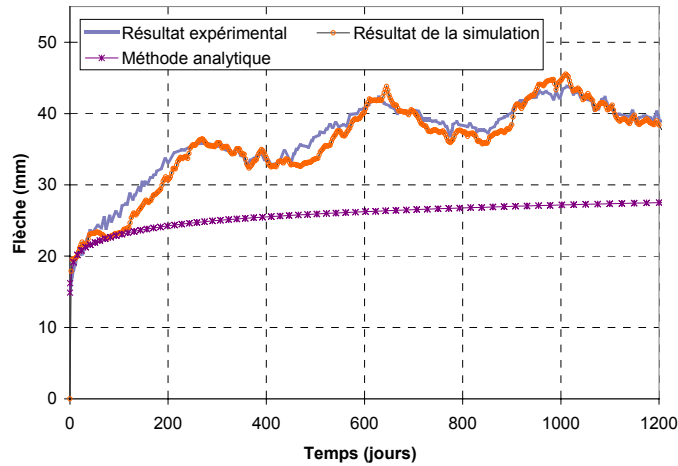


Figure III-55 Comparaison entre les flèches obtenues expérimentalement, numériquement, et analytiquement.

La comparaison des états de contraintes (Figure III-56) dans les faces inférieures et supérieures des matériaux constitutifs permet de constater que la méthode analytique n'est pas adaptée au dimensionnement des structures mixtes exposées à des conditions climatiques variables.

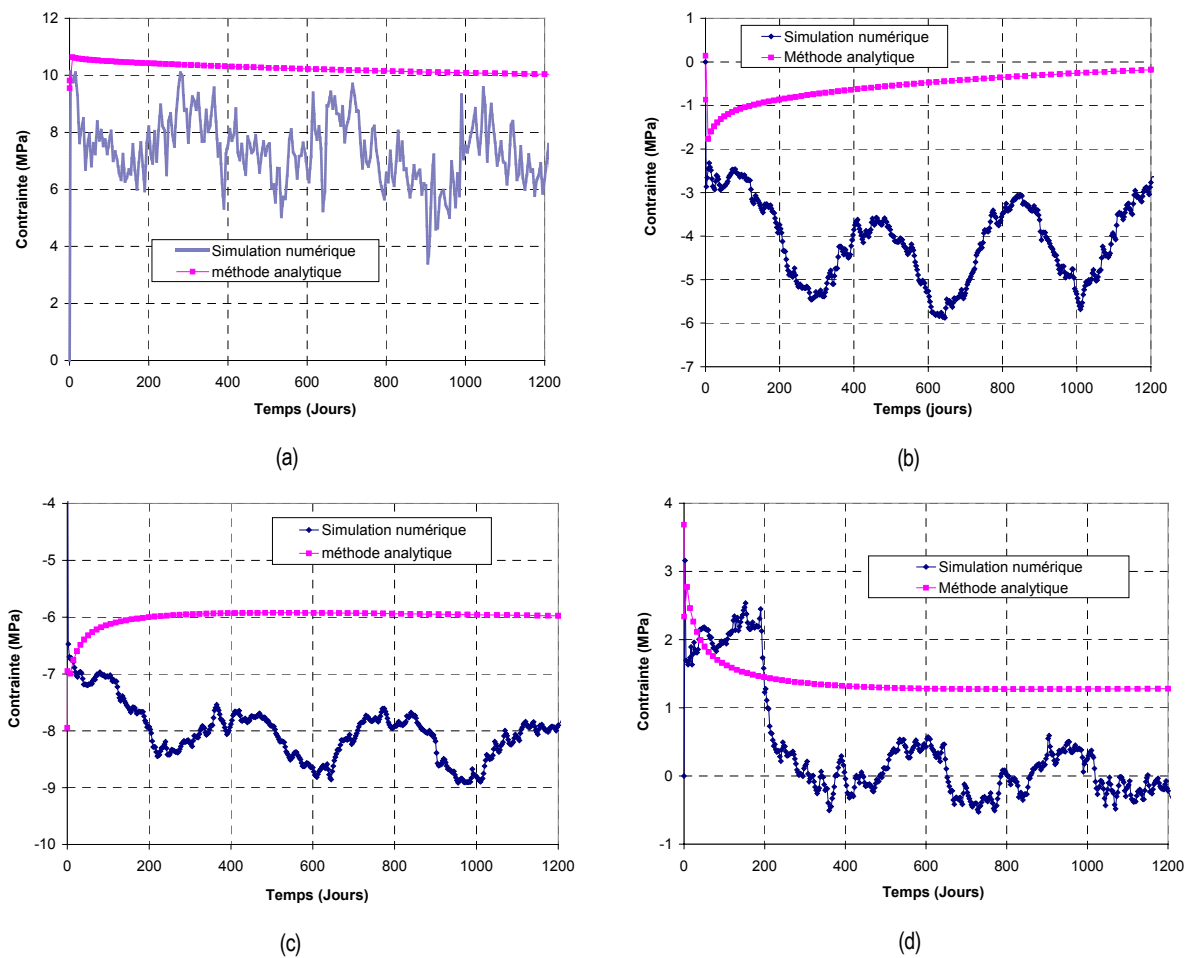


Figure III-56 Estimation des états de contrainte à mi-travée. (a) sur la face inférieure de la poutre en bois ; (b) sur la face supérieure de la poutre en bois ; (c) sur la face supérieure de la dalle de béton ; (d) sur la face inférieure de la dalle de béton.

Les différences constatées sont liées aux comportements fortement non linéaires du bois et du béton. La méthode analytique ne prend pas en compte la fissuration du béton, ni la non linéarité de son fluage, ni les effets structuraux. En outre, le fluage du bois n'est pas un phénomène uniforme à l'encontre de l'hypothèse considérée dans la méthode analytique. Il dépend du niveau de contrainte combiné aux variations hydriques et à l'histoire cumulée de ces variations, à chaque point de la section. Et finalement, la méthode analytique ne permet pas de reproduire les redistributions des efforts aux niveaux des connecteurs et ne prend pas en compte les éventuelles déformations irréversibles du système de connexion.

III.6.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter une série d'analyses expérimentales et numériques du comportement instantané et différé des structures mixtes.

L'étude du système "shear crown" a permis de mieux comprendre les mécanismes de transmission locale des efforts et les conditions d'optimisation nécessaires à la conception des connecteurs. La simulation numérique locale réalisée par l'outil développé a réussi à reproduire le comportement instantané et à donner une estimation du phénomène de fluage subi par le système de connexion.

En ce qui concerne le comportement des structures mixtes, la confrontation des résultats expérimentaux avec ceux de la méthode de dimensionnement analytique et de la simulation numérique a permis d'évaluer la pertinence de ces deux approches en fonction des conditions ambiantes et du niveau de chargement. A court et à moyen terme, la méthode analytique donne des résultats satisfaisants pour des chargements de service, à condition que le béton ne subisse pas de fissuration. Pour le comportement à long terme, une structure mixte de dimensions courantes a été examinée. Cela a permis de mettre en évidence l'ampleur des effets des sollicitations hydromécaniques. L'outil développé décrit correctement la cinétique et l'amplitude des effets différés. Quant à la méthode analytique, les phénomènes différés sont largement sous-estimés, ce qui met en cause les méthodes de dimensionnement utilisées actuellement. On note que la poutre mixte analysée est soumise à un niveau de contrainte relativement élevé, ce qui influence significativement la stabilité des effets différés. Ce constat confirme la nécessité de prendre en compte les effets climatiques et le chargement mécanique d'une manière combinée.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

Ce travail a été consacré au développement d'un outil de modélisation capable de reproduire le comportement différé des structures en bois, en béton, ou plus généralement en multi-matériaux. Le but principal consistait à prédire l'évolution du comportement des structures exposées à des conditions climatiques variables, tout au long de leurs durées de vie. Cet aspect de durabilité et d'état de service est un enjeu majeur pour les constructeurs et les exploitants de grands ouvrages du génie civil.

Cette étude a abordé deux thèmes principaux. Le premier regroupe l'analyse et la modélisation des matériaux bois et béton, et le deuxième s'articule autour du comportement différé de structures mixtes bois-béton qui constitue une application directe aux modèles développés dans la première partie.

En ce qui concerne le matériau bois, une première étape d'analyse bibliographique a permis de dresser l'état de l'art des approches qualitatives et quantitatives utilisées dans la modélisation du comportement différé du bois. Cette partie a mis en évidence la complexité des effets hydromécaniques, notamment le phénomène mécanosorptif, et le manque de consensus quant à leurs origines. Les approches qualitatives basées souvent sur des mécanismes physico-chimiques sont confrontées à la difficulté de formulation théorique, ce qui complique la vérification de leur validité. D'un autre côté, la majorité des modèles numériques proposés sont limités à des configurations et des durées de chargement hydromécanique similaires à celles des essais à partir desquels l'identification des paramètres a été effectuée.

Outre le fluage du bois, plusieurs travaux ont mis en exergue la nécessité d'estimer la durée de vie des structures en bois. Le critère de durée exprimé en densité d'énergie de déformation semble apporter une réponse satisfaisante. Cependant, les auteurs qui ont utilisé cette approche estiment par un paramètre global le temps de rupture, sans décrire la phase correspondante. Ainsi, dans le cas des structures mixtes ou des structures hyperstatiques, cette approche ne permet pas de décrire l'évolution du comportement de la structure après la détection d'une rupture dans un élément. Or il est possible que ces structures passent à un nouvel état d'équilibre sans qu'elles subissent une rupture totale. Toutes ces réflexions ont orienté l'objectif de notre modélisation.

Dans la deuxième étape, une description à l'échelle de l'ultrastructure des mécanismes physico-chimiques agissant sur la stabilité des microfibrilles de la paroi cellulaire a apporté une clarification quant à l'origine du phénomène mécanosorptif. Cette description permet de différencier entre les effets d'adsorption et de désorption, de montrer l'implication de l'histoire des variations hydriques dans la fonction de fluage, et d'établir le rôle du niveau de contrainte sur la stabilité du fluage.

Le passage de l'approche qualitative à la modélisation numérique est effectué d'une manière phénoménologique. Les mécanismes agissant sur la paroi cellulaire sont traduits par des fonctions d'activation qui pilotent le temps de relaxation et les déformations irréversibles d'un modèle de fluage

hydroviscoélastique non linéaire. Les fonctions d'activation permettant de reproduire l'effet mécanosorptif sont déterminées à partir du niveau de contrainte, du taux de variation hydrique, et des histoires d'adsorption et de désorption cumulées. Les fonctions agissant sur la réponse viscoélastique non linéaire du fluage propre sont pilotées uniquement par le niveau de contrainte.

La modélisation du comportement différé est toujours précédée par un calcul hydrique permettant de déterminer, à chaque point d'intégration, l'évolution de l'état hydrique en fonction du temps et des conditions ambiantes. Le transfert de masse est décrit par une équation de diffusion non linéaire. L'histoire hydrique est ensuite introduite dans la modélisation du comportement mécanique afin de traduire les effets de fluage, de recouvrance, et d'hygroexpansion. Ce modèle est associé à un critère de rupture locale basé sur la densité d'énergie de déformation qui permet de reproduire le passage d'un fluage tertiaire à un écoulement adoucissant en cas de compression, ou à une rupture fragile en cas de traction.

La dernière étape est consacrée à l'identification des paramètres du modèle et à la vérification de l'approche pour différentes échelles de structure. La confrontation des simulations avec les résultats expérimentaux montre la capacité du modèle à reproduire correctement le comportement différé du bois et à donner une estimation fiable de la durée de vie pour des conditions climatiques variables.

Concernant la modélisation du béton, l'étude bibliographique menée sur les phénomènes différés couplés aux variations hydriques montre que ces derniers sont loin d'être complètement élucidés. La complexité de ces phénomènes apparaît dans la multitude des approches qualitatives proposées dans la littérature. En plus, il est difficile de vérifier le bien fondé de ces approches basées sur des mécanismes physico-chimiques à l'échelle microscopique.

La mise au point d'un modèle capable de reproduire les phénomènes de retrait, de fluage, de vieillissement et de rupture différée, sans se confronter à la formulation des mécanismes physico-chimiques, nous a amené à adopter des approches de modélisation phénoménologiques. Les phénomènes intrinsèques sont considérés comme faiblement couplés, ce qui permet de supposer la partition des déformations.

Le fluage propre est reproduit par un modèle viscoélastique non linéaire et vieillissant. La non linéarité du fluage est activée pour des niveaux de contrainte élevés.

La modélisation du retrait de dessiccation est séparée en deux composantes de déformation. La première correspond au phénomène intrinsèque considéré comme directement proportionnel à la variation de l'humidité relative dans une plage comprise entre 50% et 100%. La deuxième composante est induite par des effets structuraux, sa détermination est directement liée à la pertinence des modèles de fluage, de retrait, et de rupture.

Par ailleurs, la déformation du fluage de dessiccation est considérée comme la résultante de deux composantes, l'une induite par un phénomène intrinsèque similaire au fluage mécanosorptif du bois, et l'autre structurelle liée à la fermeture des fissures générées par un retrait de dessiccation différentiel.

Enfin, un critère de rupture dit "pseudo-Rankine" est adopté pour détecter la rupture en traction. Ce critère, présenté par Carol et *al.* (2001) pour des chargements statiques, est adapté à des chargements de longues durées afin de reproduire la rupture différée du béton en traction. Un modèle de rupture orthotrope est associé à ce critère afin de décrire le comportement adoucissant du béton. L'écoulement de rupture est piloté par la densité d'énergie de déformation dissipée et par le taux de déformation anélastique. Cette approche permet d'avoir une convergence numérique inconditionnelle et semble bien adaptée à des simulations de longues durées.

L'ensemble de ces modèles est ensuite validé sur trois essais issus de la bibliographie. Un premier essai est destiné à la validation du modèle de rupture instantanée et différée. Les deux derniers essais, portant sur les phénomènes de retrait de dessiccation et de fluage total, sont utilisés pour la validation du modèle en cas de sollicitation hydromécanique.

Les résultats obtenus montrent la pertinence des approches adoptées qui permettent de reproduire d'une manière satisfaisante les phénomènes intrinsèques ainsi que les phénomènes d'origines structurelles.

Les modèles présentés sont greffés sur le code de calcul aux éléments finis ABAQUS. Cette implantation permet de traiter les problématiques liées au comportement différé des ouvrages exposés à des conditions climatiques variables.

Le deuxième thème de ce travail concerne l'analyse du comportement différé des structures mixtes bois-béton qui regroupe trois étapes principales.

La première étape est consacrée à l'étude des systèmes de connexion et leur rôle majeur au niveau de l'interaction des matériaux constitutifs. Une série d'essais expérimentaux et de simulations numériques basées sur les modèles développés a été réalisée, afin de caractériser un nouveau système de connexion "shear crown" développé par Hilti A.G. en collaboration avec l'INSA. Des mesures expérimentales de déformation sur différentes zones critiques du système ont permis de valider la modélisation locale effectuée à court terme. La simulation visait à mieux comprendre le mécanisme de transmission d'efforts au niveau du connecteur, afin de définir la forme du système la plus optimisée. Ensuite, une modélisation du comportement à long terme du système de connexion a été réalisée dans des conditions hydriques constantes et variables afin de décrire l'évolution de ses propriétés mécaniques induite par le fluage du bois et du béton. Ce type de simulation apporte une réponse directe à la prédiction du fluage des systèmes de connexion rarement identifié en raison du temps et des coûts nécessaires pour le déterminer expérimentalement.

La deuxième étape a porté sur le dimensionnement des structures mixtes bois-béton. Une méthode analytique, permettant de prendre en compte d'une manière simplifiée le fluage des matériaux constitutifs ainsi qu'une éventuelle déformation différentielle, est formulée dans le cadre d'une interaction partielle. En parallèle, des essais de flexion à court et à moyen terme ont été réalisés sur des planchers mixtes afin de construire une base de données expérimentales. Les mesures

expérimentales, confrontées aux résultats de la méthode analytique et aux simulations tridimensionnelles, montrent que la méthode analytique donne, à court et à moyen terme, des estimations satisfaisantes du comportement.

Un troisième essai issu de la bibliographie nous a permis d'examiner le comportement d'une structure mixte bois-béton exposée à des variations climatiques sur une durée de plus de trois ans. Les mesures expérimentales sont comparées au calcul analytique et à la simulation par éléments finis réalisée avec les modèles développés. Dans ce cas, une sous estimation de près de 40% de la flèche est donnée par la méthode analytique, tandis que la simulation numérique reproduit d'une manière fiable le comportement réel de la structure. Ce résultat met en cause la pertinence des méthodes analytiques utilisées dans le dimensionnement des structures mixtes exposées aux variations climatiques, notamment quand le niveau de contrainte dans le bois dépasse 25% de la contrainte de rupture.

L'ensemble des modèles développés constitue un moyen d'estimation très fiable. Il peut servir comme un outil d'aide à la décision, capable de donner des recommandations pour l'optimisation des sections et pour le choix du système de connexion le plus adapté, en fonction des types de chargement et des conditions thermo-hydriques ambiantes.

Perspectives

Au-delà des résultats encourageants obtenus dans cette étude, nous présentons quelques perspectives aux niveaux de la modélisation et de l'expérimentation pour les principaux phénomènes abordés.

Concernant le bois :

Au niveau modélisation : L'approche utilisée dans la description du transfert hydrique ne prend pas en compte l'effet des variations thermiques sur le phénomène de diffusion. Bien que le code de calcul utilisé donne la possibilité de modéliser ce phénomène de thermomigration, le problème réside dans la difficulté de l'identification expérimentale des paramètres du modèle. Ce côté nécessite d'être analysé d'avantage surtout dans la modélisation de structures de grandes sections, exposées à des variations thermiques assez importantes. D'un autre côté, l'effet thermique sur le fluage n'a pas été abordé, vu la difficulté de séparer les effets des variations hydriques des effets thermiques. En effet, il est difficile de concevoir des essais de fluage à température variable et à humidité constante, ce qui complique la caractérisation de ce phénomène.

Par ailleurs, le phénomène de fluage suivant les directions transversales n'a pas été suffisamment abordé. Cet aspect est moins investi expérimentalement, ce qui n'a pas permis d'établir une identification précise des paramètres du modèle suivant les directions transversales. Pour certaines applications comme le séchage forcé du bois, ce fluage joue un rôle majeur dans la relaxation des contraintes internes. Ainsi, il est important de bien caractériser le fluage mécanosorptif transversal et de vérifier la capacité du modèle développé à le reproduire correctement.

Au niveau expérimental : Il existe de nombreux travaux sur le phénomène de fluage (dans la direction des fibres) sous différentes conditions hydriques. Cependant, dans la majorité des essais, le bois utilisé n'est pas complètement caractérisé. Pourtant, les propriétés de sorption et les caractéristiques mécaniques sont essentielles dans l'analyse du comportement différé. Cela peut conduire à des interprétations contradictoires. En effet, une incertitude de l'ordre de 10% au niveau de la contrainte de rupture peut changer, dans certaines conditions hydromécaniques, la durée de vie estimée de plus de 50%. Ainsi, il est important de construire des bases de données expérimentales contenant des descriptions détaillées des conditions de réalisation et une caractérisation complète du bois testé.

Concernant le béton :

Au niveau de la modélisation : La description du phénomène de transfert de masse, par une seule équation de diffusion non linéaire pilotée par le gradient hydrique, néglige l'effet des variations thermiques sur ce phénomène. Cette approximation se répercute principalement sur la modélisation du retrait et du fluage de dessiccation, d'où la nécessité de prendre en compte l'influence des effets thermiques surtout dans le cas des structures exposées à des variations climatiques trop sévères. D'un autre côté, les courbes isothermes de sorption montre un phénomène d'hystérésis suite aux cycles d'adsorption et de désorption. Ce phénomène est reproduit sur la courbe expérimentale du retrait de dessiccation où une déformation irréversible est détectée. Ceci met en évidence la nécessité de représenter correctement les fonctions isothermes de sorption et d'améliorer le modèle de retrait de dessiccation afin de reproduire les déformations irréversibles.

Dans le contexte de sollicitations hydriques cycliques, il est important d'examiner la fiabilité de l'approche adoptée dans la modélisation du fluage de dessiccation. Cette approche, utilisée par Benboudjema (2002), consiste à considérer que le fluage de dessiccation est activé juste en cas de séchage et que l'humidification affecte l'amplitude du fluage propre. Or cette modélisation phénoménologique n'est pas forcément la plus appropriée en cas de séchage alterné par de longues périodes d'adsorption.

Parmi les phénomènes présentés, deux phénomènes ont été omis dans la modélisation. D'une part, le retrait thermique qui peut affecter significativement l'état initial du béton durci surtout dans le cas de sections de grandes épaisseurs. Et d'autre part, le retrait endogène dont les effets dépendent fortement du rapport E/C et des conditions aux limites. La composition du béton, la géométrie et les conditions aux limites de la structure déterminent la nécessité d'incorporer ou non ces deux phénomènes dans la modélisation.

En cas de chargement multiaxial, le modèle doit faire l'objet d'une validation avec une attention particulière aux effets hydriques. On note que la majorité des validations préconisées sont freinées par le manque des résultats expérimentaux.

Au niveau de l'expérimentation : Concernant la rupture différée du béton, les essais montrent que ce phénomène concerne les niveaux de contrainte supérieurs à 68% de la charge de rupture en

traction. En dessus de cette limite, le temps de rupture est relativement court pour laisser agir les effets hydriques. Les travaux effectués sur cet aspect sont plus développés avec le matériau bois, où la rupture différée est fortement influencée par les conditions hydriques variables. Vu la similitude constatée au niveau de effets hydriques sur ces deux matériaux, il nous semble qu'il est indispensable de réaliser des essais de longues durées avec de différentes combinaisons hydromécaniques.

Au niveau de la mixité

L'étude présentée s'est limitée à l'analyse d'une structure mixte isostatique dans des conditions climatiques particulières. Il est intéressant d'examiner des structures plus compliquées avec différentes combinaisons de chargements hydromécaniques. Cela permet de déduire des recommandations pour le calcul de ces structures et d'adapter les critères de dimensionnement en fonction des types de chargement et des conditions environnementales. Dans ce contexte, une base de données construite à partir de nombreuses modélisations hydromécaniques peut servir comme un outil d'aide à la décision permettant, en fonction de la spécificité de la structure, de donner des consignes relatives au choix du système de connexion le plus adapté et au dimensionnement optimisé des sections.

Références bibliographiques

Acker P. (1988), *Comportement mécanique des bétons : Apports de l'approche physico-chimique*, Rapport de recherche des laboratoires des Ponts et chaussées n°152, Paris, 121 pages.

Acker P., Ulm F.-J. (2001), *Creep and Shrinkage of concrete: physical origins and practical measurements*, Nuclear Engineering Design, 203, p. 143-158.

Al-Kubaisy M.A., Young A.G. (1975), *Failure of concrete under sustained tension*, Magazine of concrete Research, 27 (92), p. 171-178.

Alvaredo A.M., Wittmann F.H. (1993), *Shrinkage as influenced by strain softening and crack formation*, dans: Z.P. Bažant and I. Carol (Eds.), *Creep and Shrinkage of Concrete*, E & FN Spon, Londres, p. 103-113.

Alvaredo A.M., Hebling A., Wittmann F.H. (1995), *Shrinkage data of drying concrete*, Building materials report n°4, ETH Laboratory for Building materials, Zurich.

Amadio C., Ceccotti A., Di Marco R., Fragiaco M. (2000), *Numerical evaluation of long-term behaviour of timber-concrete composite beams*, Proc. of the World Conference on Timber Eng., Whistler Resort, British Columbia, Canada, 2000.

Amadio C., Ceccotti A., Di Marco R., Fragiaco M. (2001), *Influence of rheological phenomena in timber-concrete composite beams*, IABSE Conference on Innovative Wooden Structures and Bridges, Lahti, Finland, 2001.

Amana E.J., Booth L.G. (1967), *Theoretical and experimental studies on nailed and glued plywood stressed-skin components: Part 1, Theoretical Study*, Journal of the Institute of Wood Science, 4 (1).

Armstrong L.D., Kingston R.S.T. (1960), *Effect of moisture content changes on creep of wood*, Nature, 4716 (185), p. 862-863.

Armstrong L.D., Christensen G.N. (1961), *Influence of moisture changes on deformation of wood under stress*, Nature, 191, p. 869-870.

Avramidis S. (1989), *Evaluation of three variable models for the prediction of equilibrium moisture content in wood*, Wood Sci. Technol., 23, p. 251-258.

Bach L. (1973), *Reiner-Weissenberg's Theory applied to time-dependent fracture of wood subjected to various modes of mechanical loading*, Wood Sci. Technol., 5, p. 161-171.

Baldcock R.H., McCullough C.B. (1941), *Loading tests on a new composite type short span highway bridge combining concrete and timber in flexure*, Oregon State Highway Department, Technical Bulletin No. 1, Salem.

Baroghel-Bouny V., Mainguy M., Lassabatere T., Coussy O. (1999), *Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials*, Cement and Concrete Research, 29, p. 1225-1238.

Baron J. (1982), *Les retraits de la pâte de ciment*, dans *Le béton hydraulique*, Presse de l'ENPC, sous la direction de Jacques Baron et Raymond Sauterey, Paris, p. 485-501.

Bažant Z.P. (1972), *Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method*, J. Am. Concr. Inst., 69 (4), p. 212-217.

Bažant Z.P., Najjar L.J. (1973), *Comparison of approximate linear methods for concrete creep*, J. Struct. Div., 99 (9), p. 1851-1874.

Bažant Z.P., Wu S.T. (1974), *Rate type creep law of aging concrete based on Maxwell chain*, Materials and Structures, 7 (37), p. 45-60.

Bažant Z.P. (1975), *Theory of creep and shrinkage in concrete structures: a precis of recent developments*, Mechanics Today, 2, Nemat-Naser S. Ed., John Wiley, New York, p. 1-93.

Bažant Z.P., Asghari A., Scamiot J. (1976), *Experimental study of creep of hardened Portland cement paste at variable water content*, Materials and Structures, 9 (52), p. 279-290.

Bažant Z.P. (1985), *Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature*, Wood Sci. Technol, 19, p. 159-177.

Bažant, Z.P., Chern J. C. (1985a), *Strain-softening with creep and exponential algorithm*, J. Engrg. Mech., ASCE, Vol. 111, No.3.

Bažant Z.P., Chern J. C. (1985b), *Concrete Creep at Variable Humidity: constitutive law and mechanism*, Materials and Structures, 18 (103), p. 1-20.

Bažant Z.P. (1988), *State-of-the-art report on creep and shrinkage of concrete: mathematical Modelling*, Proceedings of the Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathemaical Modelling, Evanston, p. 41-455.

Bažant Z.P., Xi Y. (1994), *Drying creep of concrete: constitutive model and new experiments separating its mechanisms*, Materials and Structures, 27, p. 3-14.

Bažant Z.P., Hauggaaed A.B., Baweja S., Ulm F.J. (1997), *Microprestess-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects*, Journal of Engineering Mechanics, 123 (11), p. 1188-1194.

Benboudjema F. (2002), *Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales : Application aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires*, Université de Marne la Vallée, U. F. R. de Sciences et Technologies, 255 pages.

Bengtsson C. (1999), *Mechanosorptive creep of wood in tension and compression*, 1st RILEM symposium on timber engineering, Stockholm, p. 317-326.

Benitez M.F. (2000), *Development and testing of timber/concrete shear connectors*, Proceeding of the World Conference on Timber Engineering, British Columbia.

Béres L. (1969), *La macrostructure et le comportement du béton sous l'effet de sollicitations de longue durée*, Matériaux et constructions / Materials and Structures, 2 (8), p. 103-110.

Bisschop J., van Mier J.G.M. (2002), *How to study drying shrinkage microcracking in cement-based materials using optical and scanning electron microscopy*, Cement and Concrete Research, 32, p. 279-287.

Bonneau P. (1991), *Modélisation du séchage d'un matériau hétérogène: application à un bois résineux*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 245 pages.

Boyd J.D. (1982), *An anatomical explanation for visco-elastic and mechanosorptive creep in wood, and effects of loading rate on strength*, New Perspectives in wood Anatomy, P. Baas (Ed.), p. 171-222.

Brooks J.J. (2001), *The influence of pore stress on creep of hardened cement paste*, dans : F.-J. Ulm, Z.P. Bažant and F.H. Witmann (Eds.), Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of concrete and other Quasi-Brittle Materials, Elsevier, Cambridge, p. 61-66.

Buil M. (1979), *Contribution à l'étude du retrait de la pâte de ciment durcissante*, Thèse de doctorat, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, 153 p.

Carol I., Murcia J. (1989), *A model for the non-linear time-dependent behaviour of concrete in compression based on a Maxwell chain with exponential algorithm*, Materials and Structures, 22, p. 176-184.

Carol I., Rizzi E., Willam K. (2001), *On the formulation of anisotropic elastic degradation. I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate*, International Journal of Solids and Structures, 38, p. 491-518.

Ceccotti S. (1992), *Time dependent analysis of timber and concrete composite (TCC) structures*, RILEM International Symposium on "Behaviour of Timber and Concrete Composite Load-Bearing-Structures", Ravenna, Italy.

CEB-FIP (1990), *CEB-FIP model code 1990*, Bulletin d'information n° 195, Contribution à la 20^{ème} session plénière du comité euro-international du béton, Paris, 437 p.

Ceccotti A. (1995), *Timber-concrete composite structures*. Timber Engineering, Step 2, First Edition, Centrum Hout, The Netherlands, pp. E13/1-E13/12.

Chaboche J.L., Lesne P.M., Maire J.F. (1994), *Phenomenological damage mechanics of brittle materials with description of the unilateral effects*. In: Bazant Z.P., Bittnar Z., Jirsek M., Mazars J. (Eds.), *Fracture and Damage in Quasi-Brittle Structures*, E & FN SPON, London, pp. 75-84

Clark S.M., Morrison G.R., Shi W.D. (1999), *The use of scanning transmission X-ray microscopy for the real-time study of cement hydration*, Cement and Concrete Research, 29, p. 1099-1102.

ConCreep 4, *'Creep and shrinkage of concrete: Mathematical modelling'*, Proc. of the 4th RILEM Int. Symposium, Bazant, Z.P. Edditor, Evanston, USA (1986).

Cowdrey D.R., Preston R.D. (1966), *Elasticity and microfibrillar angle in xylem tissue of Sitka spruce*, Proc. R. Soc., Lond. B 166, p. 245-271.

Cousins W.J., Armstrong R.W., Robinson W.H. (1975), *Young's modulus of lignin from a continuous indentation test*, J. Mater Sci., v 10, n 10, p 1655-1658.

Day R.L., Cuffaro P., Illston J.M. (1984), *The effect of drying on the drying creep of hardened cement paste*, Cement and Concrete Research, 14 (3), p. 329-338.

Dezi L., Ianni C., Tarantino A.M. (1993), *Simplified creep analysis of composite beams with flexible connectors*, Journal of Structural Engineering, 119 (5), p. 1484-1497.

Dill-Langer G., Aicher S. (1997), *Damage modelling of glulam in tension perpendicular to grain in variable climate*, Proc. CIB-W18 / 30-9-2.

Dinwoodie J. M. (1981), *Timber, its nature and behavior*, Van Nostrand Reinhold, London New York, Macmillon, 410 pages.

Eriksson L., Noren B. (1965), *Der Einfluss von Feuchtigkeitsänderungen auf die Verformung von Holz bei Zug in Faserrichtung*, Holz Roh, Werk, 23 (5), p. 201-209.

Eurocode 5 (1995), *Calcul des structures en bois – partie 1-1: règles générales et règles pour les bâtiments*, Comité Européen de Normalisation.

Eurocode 5 (1996), *Design of timber structures - Part 2: Bridges*, ENV 1995-2, Comité Européen de Normalisation, Bruxelles, Belgium.

Feldman, F., and P.J. Sereda (1970), *A new model for hydrated porthland cement and its practical implications*, Engineering Journal, 543 (8/9), p. 53-59.

Flach M., Frenette C. (2000), *Engineering solutions and connections*, Proceeding of the World Conference on Timber Engineering, British Columbia.

Fontana M., Frangi A. (1998), *Fire behaviour of timber-concrete composite slabs*, International Wood Engineering Conference, Montreux, Switzerland.

Foschi R.O., Barrett J.D. (1982), *Load-duration in western hemlock lumber*, J. ASCE, 108.

Fridley K.J., Tang R.C., Soltis L.A., Yoo C.H. (1992), *Hygrothermal effects on load-duration behavior of structural lumber*, Journal of Structural Engineering, 118, p. 1023-1038.

Gerber C., Quast U., Steffens R. (1993), *Balkenschuhe als verbundmittel für holzbalkendecken mit mittragender stahlbetondecke*, Beton-und Stahlbetonbau., 88, Heft 9. (en allemand).

Gerhards C.C. (1988), *Effect of grade on load duration of Douglas fir lumber in bending*, Wood and Fiber Sci., 20, p. 146-161.

Girhammar U.A., Gopu V.K.A. (1991), *Analysis of P-Δ effect in composite concrete/timber beam-columns*, Proc. Instn. Civ. Engrs, Part 2, p. 39-54.

Girhammar U.A., Gopu V.K.A. (1993), *Composite beam-columns with interlayer slip-exact analysis*, J. Struct. Engrg, 119(4), p. 1265-1282.

Glasstone S., Laidler K.J., Eyring H. (1941), *The Theory of Rate Processes*, McGraw-Hill Ed., New York, 611 pages.

Goodman J.R., Popov E.P. (1968), *Layered beam systems with interlayer slip*, Journal of the Structural Division, ASCE, 94 (ST11), Proc. Paper 6214, p. 2535-2547.

Granger L. (1996), *Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires. Analyse et modélisation*, Thèse de doctorat de l'ENPC, 381 pages.

Granholm H. (1949), *On composite beams and columns with special regard to nailed timber structures*, Trans. No. 88, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden (in Swedish).

Gril J. (1988), *Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 268 pages.

Guénot-Delahaie I. (1997), *Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton*, Thèse de doctorat de l'ENPC, 165 pages.

Gunderson D.E. (1989), *Method of measuring mechanosorptive properties*, Mechanics of Cellulosic and Polymeric Materials, AMD, 99, p. 157-166.

Hanhijärvi A. (1995), *Modelling of creep deformation mechanics in wood*, PhD thesis, VTT Publications, Espoo, Finland, 143 pages.

Hanhijärvi A. (1997), *Development of a computational method for analysis of strength reduction of LVL beams due to long-term loading and variable environment. In International conference of COST Action E8, Copenhagen, Denmark, june 1997.*

Hanhijärvi A (2000)., *Advances in the knowledge of the influence of moisture changes on the long term mechanical performance of timber structures*, Materials and Structures, 33, p. 43-49.

Hanhijärvi A., Ranta-Maunus A. (1990), *A three-dimensionnal analysis of wooden beams in bending under changing humidity conditions*, Proc. IUFRO/S5.02.

Harris J.M., Meylan B.A. (1965), The influence of microfibril angle on longitudinal and tangential shrinkage in *Pinus radiata*, *Holzforschung*, 19 (5), p. 144-153.

Hayashi K., Felix B., Le Govic C. (1993), *Wood viscoelastic compliance determination with special attention to measurement problems*, *Materials and Structures*, 26, p. 370-376.

Hearmon R.F.S., Paton J. M. (1964), *Moisture content changes and creep of wood*, *For. Prod. J.*, 8, p. 357-359.

Henry W., Haslach Jr. (1996), *A model for drying-induced microcompressions in paper: buckling in the interfiber bonds*, *Composites Part B* 27B, p. 25-33.

Hillerborg A., Modeer M., Petersson P. E. (1976), Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, 6, p. 773-782.

Hoffmeyer P. (1990), *Failure of wood as influenced by moisture and load duration*, In Report of CEC contract n° MA1B-0042-DK.

Hoffmeyer P., Davidson R.W. (1989), *Mechano-sorptive creep mechanism of wood in compression and bending*, *Wood Sci. Technol.*, 23, p. 215-227.

Houška M., Bučar B. (1995), *Mechanosorptive behaviour of different categories of sprucewood*, *Proceeding of the 1st International conference on Mechanics of time dependent materials*, Society for experimental mechanics, Bethel, p. 173-178.

Houška M., Koc P. (2000), *Sorptive Stress Estimation: An Important Key to the Mechano-sorptive Effect in Wood*, *Mechanics of time-dependent Materials*, 4, p. 81-98.

Hua C. (1995), *Analyses et modélisations du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante*, *Etudes et recherches des LPC, OA15, LCPC, Paris*.

Hunt D. G. (1986), *the mechanosorptive creep susceptibility of two softwoods and its relation to some other material properties*, *Journal of Materials Science*, 25, p. 2088-2096.

Hunt D. G. (1992), *Present knowledge of mechano-sorptive creep of wood*, *Creep in Timber Constructions (a state of the art report)*, Rilem Technical Committee, 112, p. 75-104.

Ishai O., Glucklich J. (1965), *The effect of extreme hygrometric changes on the isotropy and deformability of mortar and concrete specimens*, *RILEM Symp. on Moisture Problem in Building*, Otaniemi, Finland, p. 1-26.

Jourdain C. (1996), *Effet de durée de charge sur poutres entaillées, influence de l'environnement climatique, application à un composite à base de bois : le LVL*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 110 pages.

Jurkiewicz B. (1997), *Analyse et modélisation du comportement différé des ouvrages constitués de plusieurs matériaux*, Thèse de doctorat, Université BLAISE PASCAL, Clermont-Ferrand, France, 177 pages.

Knowles P.R. (1973), *Composite steel and concrete construction*, Butterworth Ltd., London, England, 200 pages.

Kollmann F.F.P., Côté W.A.Jr. (1984), *Principles of wood science and technology*, Springer Series in Wood Science, I.

Kuhn W., Kunzle O., Preissmann A. (1947), *Relaxationszeitspektrum elastizität und viskosität von kautschuk*, Hlv Chim Acta, 30, p. 307-328 et 464-486.

Lasserre B. (2000), *Modélisation thermo-hygro-mécanique du comportement différé de poutres de structure en bois*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, France, 187 pages.

Leicester R.H. (1971), *A rheological model for mechano-sorptive deflections of beams*, Wood Sci. Technol., 5, p. 211-220.

Liu T., Toratti T., Ödeen K. (1992), *Creep of wood under long-term loads in constant and varying environments*, Stockholm:Department of Building Materials, The Royal Institute of Technology, 79 p., (TRITA-BYMA 1992:4).

Liu T. (1994), *Creep of wood under a large span of loads in constant and varying environment, part 2: theoretical investigations*, Holz Roh, Werk, 52, p. 63-70.

Liu J. Y., Schaffer E. L. (1995) *Energy Criterion for Load Duration Problem in Wood*, 10th Engineering Mechanics Conference, Boulder, New York. Ed. Stein Sture. ASCE, Vol. 2, p. 1321-1327.

Lubliner J., Panoskaltsis V.P. (1992), *The modified Kuhn model of linear viscoelasticity*, Int. J. Solids and Structures, 29 (24), p. 299-326.

Madsen B. (1973), *Duration of load tests for dry lumber in bending*, For. Prod. J., 23, p. 21-28.

Madsen B., Barrett J.D. (1976), *Time strength relationship for lumber*, Struct. Res. Series, In Report N° 13, Univ. of British Columbia, Vancouver.

Martensson A. (1992), *Mechanical behavior of wood exposed to humidity variations*, Report TVBK-1006, Lund University, Sweden.

Mohager S. (1987), *Studier av krypning hos trä (Studies of creep in wood)*, Stockholm: Department of Building Materials, The Royal Institute of Technology, 140 p. (TRITA-BYMA 1987:1.). (en suédois)

Mohager, Toratti T. (1993), *Long term bending creep of wood in cyclic relative humidity*, Wood Sci. Technol., 27, p. 49-59.

Möhler K. (1956), *Über das tragverhalten von biegeträgern und druckstäben mit zusammengesetztem querschnitt und nachgiebigen verbindungsmiteln*, Habilitation TH Karlsruhe. (en allemand).

Mukudai J., Yata S. (1988), *Verification of Mukudai's mechano-sorptive model*, Wood Sci. Technol., 22, p. 43-58.

Müller P. (1922), *Decke aus hochkantig stehenden holzbohlen oder holzbrettern und betondeckschicht patentschau aus dem betonbau und den damit verwandten gebieten*, Auszüge aus den Patentschriften, Beton und Eisen, H. XVII, S. 244. (en allemand).

Mungwa M.S. (1996), *Structures mixtes bois-béton, caractérisation statique de connecteurs*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France, 180 pages.

Mungwa M.S., Foudjet A., Jullien J.F., Hentges G. (1998), *Experimental study of a composite wood-concrete beam with the INSA-Hilti new flexible shear connector*, Construction and Building Materials, 13, p. 371-382.

Natterer J., Hoeft M. (1987), *Zum tragverhalten von holz-beton verbundkonstruktionen*, Forschungsbericht CERS Nr. 1345 EPFL/IBOIS.

Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M. (1951), *Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction*, Proceedings, Society for Experimental Stress Analysis, 9 (1), p. 75-92.

Norimoto M., Gril J. (1989), *Wood bending using microwave heating*, Journal of microwave Power and Electromagnetic Energy, 24 (4), p. 203-212.

Obeid W Mounajed G., Alliche A. (2002), *Experimental identification of Biot's hydro-mechanical coupling coefficient for cement mortar*, Materials and Structures, 35, p. 229-236.

Panneerselvam D., Panoskaltsis V.P. (2002), *A nonlinear viscoelastic model for concrete's creep and creep failure*, 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, Columbia University, New York, NY, p. 1-8.

Parrott L.J., Young J.F. (1982), *Shrinkage and swelling of two hydrated alite pastes*, dans F.H. Wittmann (Eds.), *Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete*, Martinus Nijhoff Publishers, La Hague, Boston, Londres, p. 35-48.

Pearson R.G. (1972), *The effect of duration of load on the bending strength of wood*, *Holzforschung*, 26, p. 153-158.

Pickett G. (1942), *The effect of change in moisture content on the creep of concrete under sustained load*, *ACI*, 38, p. 333-355.

Pickett G. (1946), *Shrinkage stresses in concrete*, *Journals of the ACI*, 42, p. 165-195.

Pincus P. (1969), *Bonded wood-concrete T-beams*, *Journal of the Structural Division*, 95 (ST10).

Pittet V. (1996), *Etude expérimentale des couplages mécanosorptifs dans le bois soumis à variations hygrométriques contrôlées sous chargements de longue durée*, Thèse de doctorat, Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 283 pages.

Powers T.C. (1965), *Mechanism of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste*, *Int. Conf. on the Structure of Concrete*, London.

Powers T.C. (1968), *The thermodynamics of volume change and creep*, *Materials and Constructions*, 1 (6), p. 487-507.

Ranta-Maunus A. (1975), *The viscoelasticity of wood at varying moisture content*, *Wood Sci. Technol.*, 9, p. 189-205.

Ranta-Maunus A. (1990), *Impact of mechano-sorptive creep to the long-term strength of timber*, *Holz als Roh-und Werkstoff*, 48, p. 67-71.

Ranta-Maunus A. (1993), *Rheological behaviour of wood in directions perpendicular to grain*, *Materials and Structures*, 26, p. 362-369.

Ranta-Maunus A. (2000), *Creep of timber during eight years in natural environments*, *Proceeding of the World Conference on Timber Engineering*, British Columbia.

Reiner M. (1964) *A thermodynamic theory of strength*, Rosen, B., ed., *Fracture process in polymeric solids-phenomena and theory*, Wiley-Interscience, New York.

Ruetz W. (1966), *A hypothesis for the creep of the hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage*, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft, 183.

Ruetz W. (1968), *An hypothesis for the creep of the hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage*, *Proceedings of the Structure of Concrete and its Behaviour under Load*, Londres, p. 365-387.

- Rüsch H. (1960)**, *Researches towards a general flexural theory for structures concrete*, J. ACI, Proceedings, 57, p. 1-28.
- Salmen L. (1986)**, *Paper Structure and propoerties*, (Eds J. A. Bristow and P. Kolseth) Marcel Dekker, Inc., NY, p.51.
- Siau J.F. (1971)**, *Flow in wood*, Syracuse University Press, New York, 131 pages.
- Skaar, C. (1988)**, *Wood-water relations*, Springer-Verlag, New York, 283 pages.
- Song H.W., Kim S.H., Byun K.J., Song Y.C. (2002)**, *Creep prediction of concrete for reactor containment structures*, Nuclear Engineering and Design, 217, p. 225-236.
- Soroka I. (1979)**, *Portland cement paste and concrete*, Macmillan, Londres, 1979, 338 pages.
- Tarantino A.M., Dezi L. (1992)**, *Creep effects in composite beams with flexible shear connectors*, J. Struct. Engrg., ASCE, 118 (8), p. 2063-2081.
- Toratti T. (1992)**, *Creep of timber beams in a varaible environment*, PhD Thesis, Helsinky University of Tecnology, Finland.
- Toratti T., A. Kevarinmäki (2001)**, *Development of wood-concrete composite floors*, IABSE Conference on Innovative Wooden Structures and Bridges, Lahti, Finland.
- Trost H. (1967)**, *Auswirkungen des superpositionsprinzips auf kriechn- und relaxationsprobleme bei beton und spannbeton*, Beton-und-Stahlbetonbau, Germany, 62 (10), p. 230-238. (en allemand).
- Tsoumis G. (1991)**, *Science and Technology of Wood: Structure, Properties, Utilization*, Van Nostrand Reinhold, Newyork, 494 pages.
- Ulm F.-J., Coussy O. (1996)**, *Strength growth as chemoplastic hardening in early age concrete*, Journal of Engineering Mecahnis, ASCE, 122 (12), p. 1123-1132.
- Ulm F.-J., Acker P. (1998)**, *Le point sur le fluage et la recouvrance des bétons*, Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées spécial XX, p. 73-82.
- Ulm F.-J., Le Maou F., Boulay C. (1999)**, *Creep and shrinkage coupling: new review of some evidence*, Revue Française de Génie Civil, 3, p. 21-37.
- Valanis K.C. (1975)**, *An energy probability theory of fracture*, Journal de Mécanique, 14 (5).
- Van der Linden M.L.R. (1999)**, *Timber-concrete composite floor systems*, PhD thesis, Delft University, Netherlands, 355 pages.
- Van Zijl G.P.A.G. (2000)**, *Computational modelling of masonry creep and shrinkage*, Dissertation, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- Van Zijl G.P.A.G., de Brost R., Rots J.G. (2001)**, *The role of crack rate dependence in the long-term behaviour of cementitious materials*, International Journal of Solids and Structures, 38, p. 5063-5079.
- Walker J.C.F., Butterfield B.G. (1996)**, *The importance of microfibril angle for the processing industries*, New Zealand Forestry, 40, p. 34-40.
- Witasse R. (2000)**, *Contribution à la compréhension du comportement d'une coque d'aéroréfrigérant vieilli : définition d'un état initial, influence des effets différés sous sollicitations hydromécaniques*, Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 205 pages.

Wittmann F.H. (1968), surface tension, shrinkage and strength of cement paste, *Materials and Structures*, 1 (6), p. 547-552.

Wittmann F.H. (1970), *Einfluß des feuchtigkeitsgehaltes auf das kriechen des zementsteines*, *Rheologica Acta*, 9 (2), p. 282-287. (en allemand).

Wittmann F.H., Roelfstra P. (1980), *Total deformation of loaded drying creep*, *Cement and Concrete Research*, 10, p. 601-610.

Wittmann F.H. (1982), *Creep and shrinkage mechanisms*, dans: Bažant Z.P., Wittmann F.H. (Eds.), *Creep and Shrinkage in concrete Structures*, Wiley, Chi Chester, p. 129-161.

Wood L. W. (1947), *Behavior of wood under continued loading*, *Eng. News-Record*, 139, p. 108-111.

Xi Y., Bažant Z.P., Molina L., Jennings H.M. (1994), *Moisture diffusion in cementitious materials: moisture capacity and diffusivity*, *Advanced Cement Based Materials*, 1, p. 258-266.

Yahiaoui K. (1991), *A rheological model to account for mechano-sorptive behavior*, Martensson A., Ranta-Maunus A. and Seoane I.(eds), *Presentations at the COST 508 Wood mechanics Workshop on Fundamental aspects of creep in wood*, Lund, Sweden, (Commission of the european communities), p. 27-35.

Zuritz C., Singh R. P., Moini S.M., Henderson S.M. (1979), *Description isotherms of rough rice from 10°C to 40°C*, *Trans. ASAE*, 22, p. 433-440.

Annexes