MOHSSINE MOUTEE

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU BOIS AU COURS DU SÉCHAGE

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval dans le cadre du programme de doctorat en sciences du bois pour l'obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.)

DÉPARTEMENT DES SCIENCES DU BOIS ET DE LA FORÊT FACULTÉ DE FORESTERIE ET GÉOMATIQUE UNIVERSITÉ LAVAL QUÉBEC

AOUT 2006

© Mohssine Moutee, 2006

Résumé

Une nouvelle approche et un nouveau modèle rhéologique pour la modélisation du comportement hygro-thermo-mécanique du bois lors du processus de séchage sont proposés. Cette approche est basée sur la résolution des équations d'équilibre d'une poutre cantilever d'Euler-Bernoulli, sans faire aucune hypothèse sur le profil des contraintes dans l'épaisseur de la poutre. Un code numérique a été développé afin de prédire l'évolution des contraintes et des déformations d'une pièce de bois en flexion porte-à-faux à humidité constante ou variable. Ce code fut validé à partir d'un modèle rhéologique classique (modèle de Burger), où une solution analytique existe à humidité constante. Un nouveau modèle rhéologique global fut alors développé où sont pris en considération le retrait libre, la relation contrainte déformation instantanée (élastique), le fluage induit par le temps (fluage viscoélastique) et le fluage induit par la variation d'humidité (fluage mécanosorptif). La loi constitutive du modèle rhéologique est basée sur un comportement élasto-viscoplastique qui prend en considération l'apparition des gradients d'humidité dans le bois, l'effet du niveau de chargement ou de contrainte en introduisant un seuil de déformation plastique (non recouvrable), et aussi l'effet combiné de la charge et de la variation d'humidité en incluant le comportement mécanosorptif du bois au cours du séchage. Afin d'identifier les paramètres du modèle rhéologique, un dispositif expérimental de flexion en porte-à-faux a été mis en place. Des essais de fluage à 60°C à différents niveaux de charge, à différentes teneurs en humidité constantes, et au cours du séchage ont été réalisés sur le bois d'épinette blanche (Picea glauca (Moench.) Voss.) en direction radiale. Les propriétés élastique, viscoélastique, viscoplastique et mécanosorptive de l'espèce utilisée obtenues expérimentalement ont été reproduites par simulation. La correspondance satisfaisante obtenue entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux confirme la validité de l'approche et du modèle rhéologique proposés pour les conditions expérimentales considérées dans ce travail.

Abstract

A new approach and rheological model for modeling the hygro-thermo-mechanical behaviour of wood during drying process are proposed. This approach is based on the resolution of equilibrium equations of Euler-Bernoulli cantilever beam without any assumption on stress distribution through the thickness. A numerical code was developed to predict stress and deformation evolution of wood cantilever at constant and variable moisture conditions. This code was validated using a classical rheological model (Burger model), where analytical solution exists at constant moisture content. A new global rheological model was therefore developed where free shrinkage, instantaneous stressstrain relationships, time induced creep (viscoelastic creep) and mechano-sorptive creep are taken into account. The constitutive law is based on an elasto-viscoplastic model that takes into account the moisture content gradient in wood, the effect of external load by introducing a viscoplastic deformation threshold (permanent strain), and also the combined effect of load and moisture content variation by adding the mechano-sorptive behavior of wood during drying. For the rheological model parameters identification, a cantilever experimental setup was used. Creep tests at 60°C, at different load levels, at different constant moisture contents, and during drying were carried out on white spruce wood (Picea glauca (Moench.) Voss.) in the radial direction. Thus, the elastic, viscoelastic, viscoplastic and mechano-sorptive properties obtained experimentally were reproduced by simulation. The good agreement between simulation and experimental results confirms the validity of the proposed numerical approach and the developed rheological model for the experimental conditions considered in this work.

Remerciements

Ce travail n'aurait été possible sans la collaboration de plusieurs personnes. Je tiens tout d'abord à adresser mes vifs remerciements envers mon directeur de recherche M. Yves Fortin, pour sa disponibilité, ses conseils pertinents et son aide dans la rédaction des articles, et pour le support qu'il m'a apporté dans la réalisation de ce projet. Mes remerciements s'adressent aussi à l'endroit de M. Mario Fafard, codirecteur de la thèse, pour sa confiance, son appui inconditionnel, sa constante collaboration et ses encouragements à entreprendre et à mener à terme cette thèse.

Toutes les personnes qui ont contribué au succès de ce travail méritent une reconnaissance. Je pense ici à Aziz Laghdir qui en plus d'avoir enrichi les discussions pendant les réunions de travail a mis en place le dispositif expérimental et réalisé une partie des essais au laboratoire; aux techniciens du CRB pour l'aide apportée au cours des différentes étapes de mon travail.

Mes remerciements vont également à Messieurs Alain Cloutier et Carl Tremblay, membres du comité de thèse et du jury de défense de thèse, et à Monsieur Joseph Gril examinateur externe et membre du jury de défense de thèse.

Je tiens a remercié le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie, Forintek Canada Corp. et l'Université Laval pour leur soutien financier.

Je ne saurais passer sous silence l'appui constant de tous mes ami(e)s qui n'ont cessé de m'encourager tout au long de ce travail.

Mon épouse, Aicha Fetah, n'a ménagé aucun effort pour le bon déroulement de ce travail. Mes remerciements vont enfin à l'endroit de ma famille qui m'a épaulé sans compter depuis le début du projet.

Avant-Propos

Cette thèse de doctorat fait partie d'un projet stratégique CRSNG portant sur la modélisation du comportement hygro-thermo-mécanique du bois au cours du séchage. Le présent travail a été réalisé sous la direction de Yves Fortin, professeur titulaire au Département des sciences du bois et de la forêt de l'Université Laval et sous la co-direction de Mario Fafard, professeur titulaire au Département de génie civil de l'Université Laval.

Ce document est présenté sous la forme d'une thèse de publication. On retrouve dans cet ouvrage trois articles écrits en anglais présentés dans les chapitres 2, 3, et 4 respectivement:

- Article I
- Moutee M., Fafard M., Fortin Y. and Laghdir A. (2005) Modeling the creep behavior of wood cantilever loaded at free end during drying. *Wood and Fiber Science* 37(3): 521-534
- Article II
- Moutee M., Fortin Y. and Fafard M. (2006) A global rheological model of wood cantilever as applied to wood drying. Accepté pour publication à la revue *Wood Science Technology*.
- Article III
- **Moutee M.**, Fortin Y., Laghdir A. et Fafard M. (2006) Cantilever experimental setup for rheological parameter identification in relation to wood drying. Soumis pour publication à la revue *Wood Science Technology*.

L'article n°1 a reçu, pour l'année 2006, une Mention Honorable du prix George Marra de la SWST. Je suis l'auteur principal de ces trois publications, en ayant rédigé l'intégralité des premières versions (l'étude bibliographique, l'approche théorique, la méthode numérique, le dispositif expérimental, la discussion des résultats et les conclusions) et en développant le code numérique pour les simulations et effectuant aussi la plus grande partie des essais et les analyses des données. Les deux premiers co-auteurs qui sont le directeur (Yves Fortin) et le co-directeur (Mario Fafard) de cette étude de doctorat, ont conseillé l'auteur principal selon leurs domaines respectifs d'expertise et ont corrigé rigoureusement les articles pour obtenir la version finale. Comme autre co-auteur dans le premier et le troisième article, un

professionnel de recherche (Aziz Laghdir) qui a contribué à la mise au point du dispositif expérimental, réalisé les essais de mécanosorption et enrichi les discussions pendant les réunions de travail.

Les résultats de ce travail ont également été présentés aux conférences suivantes :

- Moutee, M., Fortin, Y., Fafard, M. et Laghdir, A. 2005. A new approach to modeling the hygro-thermo-mechanical behavior of wood cantilever in relation to wood drying. Forest Products Society 59th International Convention, Ville de Québec, Québec, Canada, 19–22 juin.
- Moutee, M., Nabhani, M. et Fortin, Y. 2003. Modélisation du comportement mécanique du bois sous séchage à moyenne et haute température. 71^{ème} Congrès de l'ACFAS, Colloque numéro 204 "Le bois: Un matériau pour bâtir l'avenir". Université de Québec. Rimouski.
- Moutee, M., Laghdir, A., Fafard, M., Fortin, Y. 2002. A three-dimensional mathematical model of the hygro-thermo-mechanical behavior of wood during drying. In Proceedings of "Quality Drying: The Key to Profitable Manufacturing" Forest Product Society, Montreal, Qc, Canada. p. 179-184.

 \dot{A} mes Parents et à toute ma famille

Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Remerciements	iii
Avant-Propos	iv
Table des matières	vii
Liste des tableaux	xi
Liste des figures	xii
Liste des symboles	xviii
Introduction	1
Chapitre 1 Généralités et revue de littérature	5
1.1 Généralités	5
1.1.1 Structure générale d'un tronc d'arbre	6
1.1.2 Processus de séchage du bois de sciage	7
1.1.3 Développement des contraintes de séchage	9
1.2 Modélisation du comportement mécanique du bois	
1 2 1 Propriétés mécaniques du bois	11
1.2.1.1 Élasticité	
1.2.1.2 Influence de la densité	
1.2.1.3 Effet de la de la température et de la teneur en humidité	14
1.2.1.4 Effet de couplage des paramètres physiques	
1.2.2 Comportement mécanique du bois	
1.2.2.1 Modèle élastique	
1.2.2.2 Modèle élastoplastique	
1.2.2.3 Modèle viscoélastique	
1.2.2.4 Modèle élasto-viscoplastique	
1.2.3 Modélisation du fluage mécanosorptif	
1.2.3.1 Modèle de Ranta-Maunus	
1.2.3.2 Modèle de Gril	
1.2.3.3 Modèle de Hunt	
1.2.3.4 Modèle de Schaffer	

1.2.3.5Modèle de Bazant1.2.3.6Modèle de Mukudai	
1.2.3.7 Conclusion	
1.3 Évaluation expérimentale des contraintes induites par le séchage	e37
1.3.1 Méthode destructive	
1.3.2 Méthode non destructive	
1.4 Détermination expérimentale des propriétés mécaniques du bois	541
1.4.1 Propriétés élastiques	
1.4.1.1 Essai de compression	
1.4.1.3 Essai de flexion simple	
1.4.2 Propriétés viscoélastiques et mécanosorptives	45
1.4.3 Effet de la charge, de la température et de l'humidité	47
1.4.3.1 Effet sur le comportement viscoélastique	47
1.4.3.2 Effet sur le comportement mécanosorptif	
1.5 Objectits specifiques et nypotneses de travair	
Chapitre 2 Modeling the creep behavior of wood cantile	ever loaded at
froe and during drying	56
free end during drying	56
free end during drying	56
free end during drying Résumé Abstract	56
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction	
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction 2.2 Cantilever Beam Theory	
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction 2.2 Cantilever Beam Theory 2.2.1 Problem design	
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction	
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction	
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction	56 56 57 57 60 60 60 63 63 65
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction	56 56 57 57 60 60 60 63 63 65 67
free end during drying. Résumé. Abstract. 2.1 Introduction. 2.2 Cantilever Beam Theory. 2.2.1 Problem design 2.2.2 Derivation of deflection curve. 2.3 Cantilever equilibrium equations. 2.3 Rheological model 2.3.1 Burger model (viscoelastic creep model) 2.3.2 Hygrothermal effects	56 57 57 57 60 60 60 60 60 63 63 65 67 67
free end during drying Résumé Abstract 2.1 Introduction 2.2 Cantilever Beam Theory 2.2.1 Problem design	56 57 57 57 60 60 60 63 63 65 67 67 67 70
free end during drying Résumé Abstract	56 57 57 57 60 60 60 60 63 65 65 67 67 67 70 72
free end during drying Résumé	
free end during drying Résumé Abstract	
free end during drying Résumé	

wood drying	u to 80
Résumé	80
Abstract	81
3.1 Introduction	81
3.2 Background theory	84
3.2.1 Cantilever equilibrium equations	84
3.3 Rheological model	
3.3.1 Global hygro-mechanical constitutive model	87
3.4 Global model decomposition and simulation considerations	90
3.4.1 Elasto-viscoplastic model in constant hygrothermal conditions (Model 1))90
3.4.2 Elasto-viscoplastic model in drying conditions (Model 2)	91
3.4.3 Global rheological model (Model 3)	91
3.4.4 Moisture content effects on model parameters	92
3.4.5 Moisture content gradient development	92
3.5 Numerical procedure	93
3.6 Material data	95
3.7 Results and discussion	96
3.7.1 Load level effects in constant hygrothermal conditions (Model 1)	96
3.7.2 Stress and strain in cantilever loaded at free end during drying (Models 2	and 3)
3.7.3 Drying stress without load (real drying)	104
3.8 Conclusions	109
Chapitre 4 Cantilever experimental setup for rheological paramete identification in relation to wood drying	er 110
Résumé	110
Abstract	111
4.1 Introduction	111
4.2 Material and methods	113
4.2.1 Test specimen	113
4.2.2 Experimental setup	115
4.2.3 Experimental procedure	115

Ch ricol 4:1 1 **_**] ۰h 1 dalaf J .d 4 :+ ٨ 1 ...

ANNEXE B Méthode numérique et algorithme de résolution	
ANNEXE A Éléments de base des modèles rhéologiques	
Bibliographie	142
Conclusion générale	
4.4 Conclusions	
4.3.3 Rheological model parameters identification	129
4.3.2 Creep under varying moisture conditions	
4.3.1.3 Effect of moisture content on creep	
4.3.1.1 Creep tests at 12% EMC 4.3.1.2 Creep tests at 7% and 17% EMC	
4.3.1 Creep under constant moisture conditions	
4.3 Results and discussion	118
4.2.3.2 Creep tests under varying moisture conditions (mechano-sorp	tive creep)117

Liste des tableaux

Table 3.1	Alternative models.	90
Table 4.1	Experimental test conditions for creep test under constant moisture conditions.	117
Table 4.2	Experimental test conditions for creep tests under varying moisture conditions.	118
Table 4.3	Rheological model parameters at corresponding EMC.	130

Liste des figures

Figure 1.1	Structure générale d'un tronc d'arbre (d'après Bary-lenger et Nebout 1993).	7
Figure 1.2	Directions principales dans une pièce de bois. (R: radiale; T: tangentielle; L : longitudinale). (Adapté de Cloutier 2005)	7
Figure 1.3	Différents types de déformation dus au gauchissement. (Adapté de Ormarsson et al. 1998)	9
Figure 1.4	Mécanisme de développement des contraintes de séchage transversales.	10
Figure 1.5	Courbe contrainte-déformation du matériau bois	12
Figure 1.6	Effet de la température sur les modules d'élasticité pour différentes espèces (d'après Sulzberger 1953)	15
Figure 1.7	Évolution du module d'Young en fonction de la teneur en humidité. (Goulet et Ouellet 1968)	16
Figure 1.8	Effet couplé de l'humidité et de la température sur le module d'élasticité relatif (d'après Sulzberger 1953)	18
Figure 1.9	Évolution de la déformation d'une éprouvette de bois soumise à une contrainte constante sur l'intervalle de temps $[t_0 - t_1]$: OA : déformation élastique; AB : déformation viscoélastique; BC : retour élastique et CD : recouvrance différée. (adapté de Bodig et Jayne 1982)	21
Figure 1.10	Représentation rhéologique du fluage viscoélastique par <i>n</i> -éléments de Kelvin associés en série	25
Figure 1.11	Schématisation de la déformation d'un échantillon de bois sous une charge constante (σ_0), soumis à un cycle d'humidité (humidification/séchage). ε_H : déformation due au gonflement où retrait libre; $\varepsilon - \varepsilon_H$: déformation due au fluage viscoélastique et mécanosorptif. (adapté de Gril 1988)	27
Figure 1.12	Modèles rhéologiques représentant la déformation mécanosorptive : a) Modèle de Ranta-Maunus; b) Modèle de Salin; c) Modèle d'Hanhijärvi et Mackenzie (2003b)	30
Figure 1.13	Modèle rhéologique proposé par Hunt (1996)	32

Figure 1.14	Schéma de macrodiffusion et de microdiffusion (adapté de Bazant 1985)	34
Figure 1.15	Mécanisme et modèle de Mukadai et Yata (1986)	36
Figure 1.16	Méthode des lamelles pour l'estimation des contraintes internes (Svensson et Toratti 2002)	38
Figure 1.17	Dispositif à douze aiguilles pour suivre la fissuration de surface à l'aide d'un micromètre laser (Canteri 1996)	40
Figure 1.18	Évolution de la flèche d'un échantillon de bois lors d'un séchage dissymétrique. Visualisation de l'inversion des contraintes. (Adapté de Passard et Perré 2001a)	41
Figure 1.19	Éprouvettes de traction pour des essais où la charge est appliquée selon la direction : a) longitudinale et b) radiale ou tangentielle (Pluvinage 1992).	43
Figure 1.20	Schématisation d'un test de flexion simple trois points (Guitard 1987)	44
Figure 1.21	Dispositif expérimental d'un test de fluage sur une éprouvette soumise à une charge constante : a) Compression et b) Traction. (Toratti et Svensson 2000)	46
Figure 1.22	a) Dispositif expérimental d'essais en flexion porte-à-faux ; b) échantillons de bois de forme triangulaire 'isostress' (Passard et Perré 2005)	47
Figure 1.23	Effet du niveau de chargement sur le comportement viscoélastique de quatre espèces tropicales du Cameroun. (Foudjet et Bremond 1989)	49
Figure 1.24	Effet de la température sur la déflexion d'une éprouvette radiale d'épinette en flexion porte-à-faux. (Passard et Perré 2005)	49
Figure 1.25	Fluage relatif en fonction du temps pour des éprouvettes chargées (0.4 MPa) en direction tangentielle dans différentes conditions climatiques : a) 80°C, 92% HR; b) 60°C, 92% HR; c) 80°C, 75% HR; d) 60°C, 75% HR. (Mårtensson et Svensson 1997)	50
Figure 1.26	Effet du chargement sur la déformation mécanosorptif. (Wu et Milota 1996)	51
Figure 1.27	Fluage mécanosorptif en compression et en tension du bois soumis à un cycle d'humidité de 60-90% HR, le retrait est soustrait de la déformation totale. (Toratti et Svensson 2000)	52

Figure 1.28	Déflexion relative d'une pièce de bois soumise à une charge constante en flexion pendant des variations d'humidité. (Mårtensson et Thelandersson 1990)	52
Figure 2.1	Orthotropic cantilever (l = length; b = width and h = thickness) subjected to a punctual load P at free end	62
Figure 2.2	Kinematic assumptions of Euler-Bernoulli	62
Figure 2.3	Schematic of cantilever thickness (xz-plan) at given x-position, z0 is the location of the neutral axis (n.a.).	66
Figure 2.4	Four-element rheological model (Burger model) with shrinkage component.	68
Figure 2.5	Moisture content profiles through thickness <i>z</i> for a drying of 10 h	72
Figure 2.6	Simulations of stress and tensile surface creep/recovery creep at $x = l/4$ from fixed end for two loads (742 g and 247 g) at 18% MC, unloaded after 300 min. a) Surface stress and; b) Surface strain	74
Figure 2.7	Deflection at free end ($x = l$) for a load of 742 g (30% SL) and 18% MC.	75
Figure 2.8	Computed stress at $x = l/4$ under constant moisture conditions (18% MC and 30% SL); and under drying conditions (drying from 38% to 10% MC and 50% SL). a) Surface stress with time; b) Stress profile through thickness after 2 h of drying.	76
Figure 2.9	Computed tensile surface strain in drying conditions (drying from 38% to 10% MC) for a 300 min loading (557 g) and unloading time	77
Figure 2.10	Development of stress in the surface and center layers of the board during drying (from 35% to 10% MC).	78
Figure 3.1	a wood cantilever; b schematic of strain distribution through cantilever thickness (<i>xz</i> -plan) at <i>x</i> position (z_0) is the neutral axis location).	85
Figure 3.2	Schematic representation of the proposed rheological model.	87
Figure 3.3	Localization of plastic threshold through board thickness in numerical procedure and the resulting nonlinear stress profile.	91
Figure 3.4	Moisture content evolution with time. a center, surface and average moisture content; b moisture content profiles through thickness at different drying times.	93

Figure 3.5	Viscoplastic threshold stress and moisture content as a function of time during drying and relaxing phase	96
Figure 3.6	Evolution of stress and tensile surface creep/recovery creep at $x = l/4$ for three stress levels at 15% MC (cantilever unloaded after 8 h). a surface stress; b surface strain.	98
Figure 3.7	Computed stress profile through thickness at $x = l/4$ for three stress levels at 15% MC. a under load (at 8 h); b after relaxation (at 16 h)	99
Figure 3.8	Computed deflection at free end $(x = l)$ for three stress levels at 15% MC.	100
Figure 3.9	Computed stress along the cantilever span <i>vs.</i> stress based on bending classical theory (dashed line) for three stress levels at 15% MC (after 8 h of loading).	101
Figure 3.10	Simulation results with Model 2 as applied to a cantilever at $x = l/4$ under 70% SL during drying and after unloading. a surface stress; b surface deformation; and c stress profile through thickness at 8 h (loaded) and 16 h (unloaded).	103
Figure 3.11	Simulation results with Model 3 as applied to a cantilever at $x = l/4$ under 70% SL during drying and after unloading. a surface stress; b surface deformation; and c stress profile through thickness at 8 h (loaded) and 16 h (unloaded).	105
Figure 3.12	Simulation results with Model 2 as applied to a cantilever at $x = l/4$ free of load during drying (real drying). a stress at surface and center vs. time; b stress profile through thickness at different drying times	106
Figure 3.13	Simulation results with Model 3 as applied to a cantilever at $x = l/4$ free of load during drying (real drying). a stress at surface and center vs. time; b stress profile through thickness at different drying times	108
Figure 4.1	Specimen shape and dimensions	114
Figure 4.2	Experimental setup: a) Cantilever arrangement; b) Environmental chamber and conditioning system.	116
Figure 4.3	Surface strain evolution at third span $(x = l/3)$ of tensile and compressive faces of wood at 12% EMC and under two different loads (580 g and 990 g).	119
Figure 4.4	Surface strain and free-end deflection of wood at 12% EMC under load of 780 g and after unloading.	120

Figure 4.5	Free-end deflection of wood cantilever at 12% EMC and 60°C under different load levels and after unloading	121
Figure 4.6	Free-end deflection at 12% EMC and 60°C versus applied load level at different times of creep test.	121
Figure 4.7	Free-end deflection of wood cantilever under different load level and after unloading at: a 7% EMC and; b 17% EMC.	123
Figure 4.8	Free-end deflection evolution of wood cantilever under 35% LL at two different equilibrium moisture contents (12% and 17%) and 60°C.	125
Figure 4.9	Creep at varying moisture conditions (Test I) under load of 480g. a. Surface strain and free shrinkage at third span $(x = l/3)$; b. Free-end deflection.	126
Figure 4.10	Creep under two different loads (\blacklozenge) 270 g and (\blacktriangle) 150 g at varying moisture conditions (test II), continued line represents moisture content. a. Surface strain and free swelling-shrinkage (\blacklozenge) at third span ($x = l/3$); b. Free-end deflection.	128
Figure 4.11	Schematic representation of the proposed rheological model.	129
Figure 4.12	Numerical (continued lines) and experimental (symbols) free-end deflection of wood cantilever under different load levels at 7% EMC and 60°C.	131
Figure 4.13	Experimental (symbols) and numerical (continued line) surface strain at $x = l/3$ of cantilever under load of 580 g at 12% EMC and 60°C	132
Figure 4.14	Experimental (symbols) and numerical (continued line) free-end deflection of wood cantilever under load of 480 g during drying (test I).	133
Figure A.1	Ressort schématisant le modèle de Hooke (élastique parfait)	152
Figure A.2	Modèle de Newton (viscosité parfait).	153
Figure A.3	Modèle de Saint-Venant (plastique parfait).	153
Figure A.4	Viscoélasticité décrite par le modèle de Maxwell. (adapté de Bodig et Jayne 1982)	155
Figure A.5	Viscoélasticité décrite par le modèle de Kelvin-voigt. (adapté de Bodig et Jayne 1982)	156

Figure A.6	Viscoélasticité décrite par le modèle de Burger. (adapté Bodig et Jayne 1982)	159
Figure A.7	Modèle viscoplastique : a) en série, et b) en parallèle (modèle de Bingham).	160
Figure A.8	Modèle élasto-viscoplastique	161
Figure B.1	Schéma numérique d'intégration de la contrainte et du moment à travers l'épaisseur de la poutre à une position <i>x</i> .	172

Liste des symboles

Lettres latines

b	largeur de la poutre (mm)
С	coefficient de dilatation thermique (°C ⁻¹)
Ε	module d'élasticité (MPa)
h	épaisseur de la poutre (mm)
G	module de cisaillement (MPa)
HR	humidité relative (%)
Н	teneur en humidité (%)
I_z	moment d'inertie (m ⁴)
J	complaisance viscoélastique (MPa ⁻¹)
l	longueur de la poutre (mm)
т	coefficient mécanosorptif (MPa ⁻¹ .%M ⁻¹)
${\mathcal M}$	moment de flexion (N m)
М	teneur en humidité (%)
Р	charge (N)
Т	temperature (°C)
t	temps (h ou min.)
и	déplacement (mm)
w	déflexion (flèche) (mm)
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	coordonnées cartésiennes
Z_0	position de l'axe neutre (mm)

Lettres grecques

- β coefficient de retrait libre (%)
- *γ* déformation angulaire (%)
- ε déformation axiale (mm/mm)
- η coefficient de viscosité (MPa h)
- θ angle de rotation de l'axe neutre de la poutre (°deg.)
- *v* coefficient de Poisson

- σ contrainte axiale (MPa)
- τ contrainte de cisaillement (MPa) ou temps de relaxation (h)
- χ rayon de courbure (m⁻¹)

Exposants et indices

С	compression
е	élastique
k	incrément du temps
L	direction longitudinale
méc	mécanique
ms	mécanosorption
р	plastique
PSF (fsp)	point de saturation des fibres
R	direction radiale
sh ou H	retrait libre
Т	direction tangentielle
t	tension
th ou T	dilatation thermique
uf	fibre supérieure (upper fiber)
v ou ve	viscoélastique

Introduction

L'industrie du séchage du bois de sciage au Québec est de plus en plus préoccupée par les pertes de matière première (10 p. 100 de la production) causées par des défauts sérieux dans le bois engendrés au cours du séchage. Il est reconnu que l'implantation de systèmes de contrôle-commande avancés constitue un bon moyen d'améliorer la qualité du produit. Si un système de commande avancé permettait de réduire ces pertes du quart, il en résulterait à l'échelle canadienne une économie de près de 100 millions de dollars par année. Ces contrôleurs «nouveau genre» s'appuieraient sur des modèles mathématiques pour combler en partie les difficultés techniques identifiées.

Le processus de séchage a pour objectifs de diminuer le plus rapidement possible l'humidité du bois tout en limitant au minimum les pertes éventuelles de qualité (gerces, tensions internes). La présence de tensions internes au cours du séchage est causée par la distribution non uniforme de l'humidité dans la masse du bois due à sa structure hétérogène et à la formation inévitable de gradients d'humidité causée par le mouvement de l'eau vers la surface. Les bois soumis à des tensions internes importantes lors du séchage se déforment et peuvent même se fendre lorsque les contraintes transversales deviennent trop élevées. Les principaux défauts de séchage sont les gerces, les fentes et le gauchissement.

Le comportement du matériau bois au cours du séchage dépend fortement de la géométrie de la pièce, du gradient de teneur en humidité, de la température ainsi que de l'histoire de sorption du bois. Le phénomène du retrait et le comportement mécanique du bois au cours du séchage jouent un rôle décisif dans le développement des défauts dans le bois. Le bois n'étant pas un matériau purement élastique, après séchage des contraintes résiduelles peuvent persister pour de très longues périodes, même après la disparition des gradients d'humidité et de température.

En pratique, il est difficile ou presque impossible de prévenir les contraintes au cours du séchage. Une optimisation du processus de séchage est naturellement désirée pour assurer un séchage rapide du bois tout en maintenant la qualité du produit et en minimisant la consommation énergétique du séchoir. En termes de qualité, on cherche normalement à s'assurer tout au moins que les contraintes développées au cours du séchage n'excèdent jamais le seuil de rupture du bois, c'est-à-dire, à éviter les dégradations excessives par rapport au comportement structural et à l'aspect visuel.

Donc, il apparaît que la connaissance de l'état de contraintes dans le bois au cours du procédé de séchage est très importante pour le contrôle de la qualité de produit et la vitesse de séchage auxquelles les industriels sont particulièrement intéressés. Malheureusement, l'évolution de l'état des contraintes dans l'ensemble est encore peu connue à cause de la complexité de la structure du bois et de son comportement thermo-hygro-mécanique. En réalité, les technologies modernes de contrôle des séchoirs sont encore largement basées sur des paramètres extrinsèques et sur des connaissances empiriques acquises au fil des années sans tenir compte directement de l'état de contraintes développées dans le bois. Les techniques disponibles de suivi *in situ* des réactions du bois ne permettent pas encore un contrôle précis du séchage car le lien entre l'état de contraintes et les différents paramètres mesurés (teneur en humidité, température) n'est pas encore bien établi.

Pour toutes ces raisons, nous devons développer une meilleure compréhension de l'évolution de l'état de contraintes dans le bois afin de déterminer les conditions de séchage qui permettent de maintenir à un état désirable de qualité la pièce de bois, en terme de gauchissement et niveau de fissuration. La simulation numérique du développement des contraintes et déformations au cours du séchage fut l'approche privilégiée à cet effet dans cette étude. Cette approche permet de considérer le problème dans un milieu de géométrie complexe et de tenir compte de l'influence simultanée de plusieurs facteurs sur le développement des contraintes. Elle s'appuie essentiellement sur des modèles

mathématiques décrivant le comportement mécanique du bois au cours du séchage. Ces modèles mathématiques doivent être capables de décrire simultanément les transferts de masse et de chaleur au séchage ainsi que le comportement mécanique du bois en réaction aux déformations engendrées par lesdits transferts.

Dans ce contexte, l'objectif général de cette étude était de développer un modèle rhéologique et numérique de prédiction des champs de contraintes et déformations du bois au cours du séchage, et ceci afin d'obtenir un outil additionnel pour définir les programmes de séchage et les appliquer.

Plus spécifiquement, ce projet avait pour objectifs : 1) de développer une nouvelle approche pour la modélisation du fluage d'une pièce de bois soumis à un chargement dans des conditions hygrométriques constantes et variables; 2) d'établir un modèle rhéologique du comportement mécanique du bois au cours du séchage; et 3) de mettre en place un dispositif expérimental pour l'identification des paramètres du modèle rhéologique.

Le premier chapitre de ce texte présente, en premier lieu, certaines généralités sur le processus de séchage du bois et ses propriétés mécaniques et, en second lieu, une revue de littérature sur les différents modèles rhéologiques et les différentes méthodes expérimentales disponibles pour évaluer les paramètres desdits modèles. Les chapitres II, III, et IV présentent les trois publications dont cette thèse a fait l'objet. Le chapitre II décrit la nouvelle approche développée pour la modélisation numérique du fluage d'une pièce de bois soumise à un chargement en flexion porte-à-faux dans des conditions hygrométriques constantes ou variables. Le chapitre III présente le modèle rhéologique proposé dans cette étude. Le dispositif expérimental mis en place pour l'identification des paramètres du modèle rhéologique est présenté dans le chapitre IV. Une conclusion générale sur l'ensemble de la thèse et quelques perspectives sont présentées à la fin du texte. Deux annexes viennent compléter la thèse. L'annexe A présente les différents modèles rhéologiques que l'on trouve dans la littérature ainsi que leur mise en équation. L'algorithme de résolution des équations d'équilibre mécanique et les procédures numériques développées avec le logiciel Maple 9 sous Windows constituent l'essentiel de l'annexe B.

Cette thèse a à la fois un caractère théorique, numérique et expérimental. La démarche suivie, c'est-à-dire le choix d'un modèle, l'évaluation expérimentale des paramètres, la simulation et la comparaison des résultats théoriques aux résultats expérimentaux constitue une approche complète et rigoureuse. Ce type d'approche est évidemment très laborieux et consomme beaucoup de temps. Toutefois, elle permet d'évaluer la validité du modèle utilisé de la façon la plus éclairée que possible. Cette thèse constitue une contribution originale et importante visant une meilleure compréhension du comportement mécanique du bois au séchage et le développement d'un outil pour l'optimisation du processus.

Chapitre 1

Généralités et revue de littérature

1.1 Généralités

La ressource forestière du Québec recouvre près de 50% du territoire québécois (764 897 km sur 1 667 926 km), soit l'équivalent de la Suède et de la Norvège et représente 20% du territoire forestier canadien et 2% de l'ensemble des forêts du globe. Le Québec est la deuxième province productrice de bois d'oeuvre de résineux au Canada, derrière la Colombie-Britannique. Cette situation lui confère un poids important sur l'échiquier canadien et nord-américain, avec environ 23% de la production canadienne, soit plus de 18 millions de m³ par année. Les résineux provenant de la forêt publique tels que le sapin, l'épinette, le pin gris, le mélèze sont les principales sources d'approvisionnement (Parent 2002).

Le séchage constitue une opération de plus en plus importante dans la production de bois de sciage au Québec. La proportion de la production québécoise de bois de sciage séché artificiellement est supérieure à 75% (Fortin et al. 2003).

Les principaux procédés de séchage utilisés sont : le séchage par déshumidification (température sèche entre 35°C et 75°C), le séchage conventionnel (température sèche entre 50°C et 100°C) et le séchage à haute température (température sèche supérieure à 100°C). Le pré–séchage en séchoir et le séchage sous vide (procédés sous vide discontinu ou sous vide continu à plaques chauffantes ou en vapeur surchauffée) restent encore des procédés marginaux bien que le séchage à basse température en pré–séchoir semble présentement connaître un engouement certain pour les bois d'oeuvre, entre autres pour le sapin baumier.

Le séchage est un processus incontournable de la transformation du bois de sciage en produits finis qui se doit d'être optimisé en fonction des critères qualité, temps et coût.

1.1.1 Structure générale d'un tronc d'arbre

La particularité structurale du bois d'être un matériau naturellement hygroscopique, anisotrope et hétérogène l'expose, lors du processus de séchage, à des modifications de ses caractéristiques physiques et par voie de conséquence de son comportement hygro-thermomécanique. Il est donc essentiel de bien connaître les diverses caractéristiques du bois susceptibles d'influencer le déroulement du processus et la qualité du produit séché.

La figure 1.1 présente la structure générale d'un tronc d'arbre. On peut observer cinq zones distinctes en se déplaçant du centre vers l'écorce : le duramen, l'aubier, le cambium, le phloème et l'écorce. Les zones de grande importance en relation au séchage sont celles contenant le duramen et l'aubier. La proportion duramen/aubier dans les pièces de bois aura une influence majeure sur la qualité du bois après séchage. Étant donné que la teneur en humidité dans un tronc d'arbre vivant de résineux est plus élevée dans l'aubier que dans le duramen, une zone séchera plus rapidement que l'autre, créant ainsi des gradients de teneur en humidité très élevés, donc des contraintes de séchage importantes.

Il faut aussi noter la présence de bois juvénile proche de la moelle. Le bois juvénile, généralement produit pendant les 5 à 25 premières années de croissance, possède des caractéristiques anatomiques et physiques néfastes sur la qualité du bois au cours du séchage par rapport au bois adulte. Les déformations de type gauchissement axial sont souvent causées par la présence de bois juvénile sur l'une des faces d'une pièce de bois.

Le bois est reconnu pour être un matériau hétérogène et anisotrope. Son hétérogénéité vient du fait qu'il est composé de différents éléments résultant du métabolisme de l'arbre. En ce qui concerne l'anisotropie du bois, on lui reconnaît des caractéristiques physiques et mécaniques différentes suivant chacune de ses directions principales. Les trois directions principales dans le bois sont : la direction longitudinale (L), la direction tangentielle (T) et la direction radiale (R) (Fig. 1.2).



Figure 1.1 Structure générale d'un tronc d'arbre (d'après Bary-lenger et Nebout 1993).



Figure 1.2 Directions principales dans une pièce de bois. (R: radiale; T: tangentielle; L : longitudinale). (Adapté de Cloutier 2005)

1.1.2 Processus de séchage du bois de sciage

L'objectif du procédé de séchage est de diminuer le plus rapidement possible la teneur en humidité du bois tout en limitant au minimum les pertes éventuelles de qualité causées par des défauts sérieux dans le bois.

L'industrie du séchage du bois au Canada utilise des séchoirs à convection forcée en contrôlant la température et l'humidité relative de l'air à l'intérieure du séchoir. La circulation de l'air a pour objectif d'évaporer l'eau présente dans les pièces de bois et d'évacuer cette vapeur d'eau qui s'échappe de la surface des pièces. Un "programme de séchage" est constitué de différentes étapes de variations de température et d'humidité relative afin que le bois atteigne la teneur en humidité d'équilibre finale cible. Pour obtenir un séchage optimal, il est nécessaire de maintenir la température et la vitesse de l'air les plus élevées possibles et l'humidité relative de l'air à son plus bas niveau pour accélérer le processus de diffusion de l'eau dans le bois et l'évaporation en surface, sans toutefois causer de gradients d'humidité et de retraits indésirables qui entraîneraient des contraintes excessives et des ruptures. La qualité du séchage en dépend.

L'opération de séchage du bois implique donc, au niveau du bois, trois phénomènes couplés évoluant dans le temps : le transfert thermique, le mouvement de la teneur en humidité et le changement volumétrique (contraintes de séchage). Le bois étant un matériau naturellement hygroscopique, lorsqu'il est soumis à des variations de teneur en humidité, il subit des changements de dimensions (retrait ou gonflement) qui se produisent à une teneur en humidité inférieure à 30% qui représente le point de saturation des fibres (PSF).

Étant donné que la surface d'une pièce de bois sèche plus vite que le centre et que la surface atteint le PSF avant le centre de la pièce, un gradient de teneur en humidité s'installe dans l'épaisseur de la pièce de bois et par conséquent, un retrait non uniforme entre la surface et le centre se manifeste. Ce dernier est la cause principale du développement des contraintes de séchage dans l'épaisseur de la pièce et qui sont responsables de l'apparition de plusieurs défauts au cours du séchage tels que les gerces de surface et le fendillement interne. La présence de bois juvénile ou de bois de réaction dans les pièces de bois soumis au séchage engendre une différence interne de retrait longitudinal qui est responsable de l'apparition de déformation de type gauchissement suivant l'axe longitudinal des débits. Les principaux types de gauchissement sont le tirant à cœur, le voilement de face, le voilement de rive et la torsion (Fig. 1.3).



Figure 1.3 Différents types de déformation dus au gauchissement. (Adapté de Ormarsson et al. 1998)

1.1.3 Développement des contraintes de séchage

Le comportement du matériau bois dépend fortement du gradient de teneur en humidité dans le bois, de la température ainsi que de l'histoire de sorption de la pièce. Donc, la prédiction de l'état de contrainte du bois exige la connaissance des détails des mécanismes de transfert de chaleur et de masse (d'humidité) en fonction du temps lors du séchage et le lien entre eux.

La figure 1.4 montre le mécanisme de développement des contraintes de séchage dans une section droite d'une planche de bois. Au début du séchage, toute la pièce de bois demeure dans le domaine de l'eau libre et seulement des contraintes induites par la température peuvent se manifester (Fig. 1.4a). Dès que la teneur en humidité des couches surfaciques de la pièce de bois descend au-dessous du point de saturation de fibre (PSF) (Fig. 1.4b), la partie supérieure de la pièce tente de se rétrécir. Cependant, étant donné que le cœur est encore vert, il empêche la surface de se rétrécir (Simpson 1991). À ce moment, si on prélève une section de la pièce de bois et on coupe des lamelles parallèles aux faces larges, les lamelles externes auront une longueur plus courte que les lamelles internes. Ce champ de déplacement n'est pas compatible et induit, dans la section de la pièce, des contraintes de tension dans les couches proches de la surface et des contraintes de compression dans les couches de la contrainte de rupture du bois, ceci a comme conséquence l'apparition de gerces de surface.



Figure 1.4 Mécanisme de développement des contraintes de séchage transversales.

Si le bois était un matériau élastique parfait, les contraintes développées au cours du séchage disparaîtraient dès que les profils de teneur en humidité et de température deviennent uniformes dans l'épaisseur de la pièce. Cependant, le comportement mécanique du bois est en réalité inélastique et la pièce de bois, tôt dans le processus de séchage, tend vers un état de déformation permanente. Ceci amorce le phénomène d'inversion de contraintes, c-à-d que les couches proches de la surface deviennent en compression et que celles du cœur deviennent en tension (Fig. 1.4c). Cet état de contrainte persiste jusqu'à la fin du séchage, même après la disparition des gradients de teneur en humidité et de température. Une phase de conditionnement est généralement nécessaire à la fin du séchage afin de relâcher ces contraintes résiduelles.

1.2 Modélisation du comportement mécanique du bois

Les premiers modèles théoriques qui ont été utilisés pour décrire le processus de séchage étaient basés uniquement sur les phénomènes de transfert de chaleur et de masse répondant aux lois de Fourier et de Fick. Modifiées principalement par Philip et De Vries (1957), Luikov (1975) et Whitaker (1977) à l'aide de potentiels thermodynamiques, ces modélisations étaient effectuées dans une forme faisant intervenir le couplage entre les phénomènes de transfert de chaleur et de masse.

Une hypothèse limitative lie ces diverses modélisations : la composante solide (la matrice) est supposée non déformable. Cependant, les premiers travaux portant sur la déformabilité du matériau bois remontaient déjà vers les années 1920 (Barkas et Hearmon 1953). L'importance relative du rôle de l'humidité et de la température sur le comportement mécanique du bois a été abordée expérimentalement dès cette époque. Les modèles théoriques qui s'ensuivirent étaient principalement basés sur le caractère orthotrope du matériau bois dans le domaine élastique mais sans aucune référence particulière au séchage.

L'important travail expérimental effectué par McMillen (1958) permettait une meilleure compréhension de l'évolution de l'état des contraintes dans le bois et mettait en relief pour la première fois le phénomène d'inversion des contraintes au cours du séchage.

Cet aspect des choses a suscité de nouvelles orientations quant aux modélisations du comportement du bois en prenant en compte la composante anélastique de la déformation. Les premiers travaux fondamentaux orientés dans cette direction sont, à notre connaissance, ceux de Lesse et Kingston (1972), Ashworth (1977), Kawai et al. (1979), Ranta-Maunus (1975) et Thomas (1983).

1.2.1 Propriétés mécaniques du bois

Les propriétés mécaniques du bois caractérisent la rigidité et la résistance du bois face aux forces qui tendent à le déformer. En effet, le bois est un solide déformable qui réagit à l'application des charges en se déformant sous leurs effets.

1.2.1.1 Élasticité

L'élasticité est la propriété qu'ont certains matériaux comme le bois de reprendre leur forme ou leurs dimensions initiales lorsque la charge causant la déformation est enlevée. Ceci a lieu lorsque qu'on est en dessous de la limite proportionnelle ou élastique. Autrement, une partie de la déformation sera permanente, même après enlèvement de la charge. La limite proportionnelle est un paramètre indispensable pour distinguer le comportement élastique du comportement plastique. La courbe contrainte-déformation (Fig. 1.5) permet de définir le module d'élasticité E ou module d'Young. Celui-ci n'est valable que jusqu'à la limite proportionnelle.



Figure 1.5 Courbe contrainte-déformation du matériau bois.

La contrainte de rupture est l'effort maximal que peut supporter une pièce. Lorsqu'un corps est soumis à des contraintes de cisaillement, on utilise le module de coulomb G pour caractériser sa résistance au cisaillement. Étant donné que tous matériaux homogènes soumis à une sollicitation présentent des déformations passives dans les directions perpendiculaires à l'application de l'effort, le coefficient de Poisson v est utilisé.

La loi de Hooke est une relation linéaire ($\varepsilon = \sigma/E$) reliant la déformation à la contrainte pour la modélisation du comportement d'un solide élastique parfait. Étant donné l'anisotropie du bois, la loi de Hooke généralisée (Eq. 1.1) est couramment utilisée, faisant apparaître un tenseur d'ordre 4, appelé tenseur des complaisances élastiques (Kollmann et Côté 1968, Guitard 1987).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{R} \\ \varepsilon_{T} \\ \varepsilon_{L} \\ \gamma_{TL} \\ \gamma_{RL} \\ \gamma_{RT} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_{R} & -v_{RT}/E_{T} & -v_{RL}/E_{L} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{TR}/E_{R} & 1/E_{T} & -v_{TL}/E_{L} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{LR}/E_{R} & -v_{LT}/E_{T} & 1/E_{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{TL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{RL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{RL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{RL} & 0 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{R} \\ \sigma_{T} \\ \sigma_{L} \\ \tau_{TL} \\ \tau_{RL} \\ \tau_{RL} \end{bmatrix}$$
(1.1)

 $\begin{array}{ll} \varepsilon_{R}, \varepsilon_{T}, \varepsilon_{L} & : \text{ les déformations axiales suivant les directions R, T et L} \\ \sigma_{R}, \sigma_{T}, \sigma_{L} & : \text{ les contraintes normales suivant les directions R, T et L} \\ \gamma_{TL}, \gamma_{RL}, \gamma_{RT} & : \text{ les déformations angulaires par rapport à R, T et L} \\ \tau_{TL}, \tau_{RL}, \tau_{RT} & : \text{ les contraintes de cisaillement dans les plans TL, RL ou RT} \end{array}$

Les valeurs des propriétés mécaniques impliquées dans l'équation (1.1) pour les bois résineux et les bois feuillus séchés au voisinage de l'humidité de 12% et à l'état vert sont fournies dans différentes références (Hearmon 1948; Kollmann et Côté 1968; Bodig et Jayne 1982; Mudry 1986). Parmi ces références, Bodig et Jayne (1982) présentent une excellente synthèse des propriétés mécaniques pour différentes espèces.

Les propriétés élastiques du bois sont sensibles à la variation de son état physique. Parmi les influences physiques, les paramètres principaux sont la densité, la teneur en humidité et la température. Lors du séchage du bois, l'influence de la température et de la teneur en humidité sur le comportement mécanique du bois est très marquée. La complexité du comportement du bois est multipliée par les variations de ses propriétés mécaniques avec la température et la teneur en humidité et l'interaction entre elles. Beaucoup de travaux ont été effectués sur cet aspect (Thunell 1941, Sulzberger 1953, Byvshykh 1960, Kollmann et Côté 1968, Bodig et Goodman 1973, Gerhards 1982, Bazant 1985, Koponen et al. 1991).

1.2.1.2 Influence de la densité

L'influence de la densité sur les propriétés mécaniques du bois a été observée depuis longtemps. Ylinen (1942) et Bodig et Jayne (1982) ont mis en évidence que les modules de Young, les coefficients de Poisson et les coefficients de Coulomb sont fortement dépendants de la densité du bois. Bodig et Jayne (1982) relient les propriétés mécaniques impliquées dans l'équation (1.1) à la densité du bois par la formule suivante:

$$Y = aD^b \tag{1.2}$$

où Y sont les propriétés élastiques, D est la densité du bois, a et b sont des constantes données dans des tables pour chaque espèce de bois.

où

Des études sur l'effet de la densité sur la limite d'élasticité ont été effectuées par Ylinen (1942) et il a été observé que la limite d'élasticité augmente proportionnellement avec la densité et que la relation entre ces deux paramètres peut être représentée par une fonction linéaire.

1.2.1.3 Effet de la de la température et de la teneur en humidité

La résistance du bois est affectée par la teneur en humidité au-dessous du PSF et la température. La température est un paramètre physique très important qui conditionne le comportement mécanique du bois. Thunell (1941) a publié une courbe montrant la diminution du module d'élasticité en fonction de l'augmentation de la température entre - 20° C et 50°C. L'étude la plus détaillée de cette période est celle de Sulzberger (1953). Les résultats obtenus montrent que de façon générale, les modules *E* de plusieurs espèces diminuent lorsque la température augmente (Fig. 1.6). L'auteur y proposait de représenter la relation entre la température et le module d'élasticité comme suit:

$$E_2 = E_1 [1 - \alpha (T_2 - T_1)] \tag{1.3}$$

où E_1 et E_2 sont les modules correspondant aux températures T_1 et T_2 et α le coefficient de dilatation thermique.

Hearmon (1948) remarquait qu'il est juste de présumer un lien linéaire entre le module d'élasticité et la différence de température tel que présenté à l'équation (1.3). Sano (1961) a observé la même tendance suite à des essais expérimentaux sur différentes espèces de bois et a utilisé l'équation (1.3) pour toutes les composantes de la matrice de complaisance. Le travail expérimental de Hisada (1981a) traitant de l'influence de la température sur les propriétés mécaniques conclut à une relation linéaire de la forme de l'équation (1.3).

La même tendance a été rapportée par Gerhards (1982) qui a réalisé une synthèse des différentes études sur l'effet de la température et de la teneur en humidité sur les propriétés élastiques de différentes espèces.



Figure 1.6 Effet de la température sur les modules d'élasticité pour différentes espèces (d'après Sulzberger 1953)

Au cours du séchage la variable la plus importante est la teneur en humidité, particulièrement pour les valeurs comprises entre l'état anhydre et le point de saturation des fibres (PSF) puisqu'elle a un effet important sur les caractéristiques élastiques ainsi que la limite d'élasticité du bois. Par exemple, le module d'élasticité à la teneur en humidité de 25% peut être deux fois plus faible qu'à 12% H. La figure 1.7 illustre l'allure générale de l'effet de la teneur en humidité sur le module élastique en direction tangentielle de différentes espèces.

Dans le cas unidimensionnel, Takemura (1972) et Kawai et al. (1979) ont étudié l'effet de la teneur en humidité sur les propriétés mécaniques du bois. Ils ont exprimé le module d'Young sous forme d'une fonction linéaire de la teneur en humidité comme suit.

$$E = E_0 - cH \qquad \text{avec} \quad H < H_{psf} \tag{1.4}$$

où E_0 le module d'élasticité du bois à l'état anhydre; H est la teneur en humidité et c une constante.



Figure 1.7 Évolution du module d'Young en fonction de la teneur en humidité. (Goulet et Ouellet 1968)

Sur le plan pratique, pour les fluctuations de la teneur en humidité au voisinage de 12% H, dans la plage de 6 à 20%, Guitard (1987) proposait d'adopter les corrections suivantes sur les principales propriétés élastiques.

$$\begin{cases} E_L = E_L^{12} [1 - 0.015(H - 12)] \\ E_R = E_R^{12} [1 - 0.030(H - 12)] \\ E_T = E_T^{12} [1 - 0.030(H - 12)] \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} G_{RT} = G_{RT}^{12} [1 - 0.030(H - 12)] \\ G_{TL} = G_{TL}^{12} [1 - 0.030(H - 12)] \\ G_{LR} = G_{LR}^{12} [1 - 0.030(H - 12)] \end{cases}$$
(1.5)

Dans la présente étude, on utilisera cette équation pour prendre en considération l'influence de la teneur en humidité du bois sur les propriétés élastiques.
En plus d'affecter les modules élastiques, la teneur en humidité affecte fortement la limite d'élasticité et la contrainte de rupture. La teneur en humidité est le paramètre le plus critique affectant la limite d'élasticité. Les travaux faits par Schlyter et Winberg (1929) ont permis d'observer une diminution linéaire de la limite d'élasticité de 10% H jusqu'au PSF. Les auteurs ont montré que 1% d'augmentation de la teneur en humidité résulte en une diminution de 3% de la limite d'élasticité dans la direction longitudinale.

Schniewind (1962) a étudié le module d'élasticité et la résistance maximale à la traction du chêne de Californie dans les directions radiale et tangentielle aux teneurs en humidité de 6, 12, 20% et à l'état vert. Les résultats ont démontré que le module d'élasticité et la résistance maximale à la traction sont sensiblement plus grands en direction radiale que dans la direction tangentielle. La relation entre la teneur en humidité et les propriétés de résistance à la traction perpendiculaire au grain est essentiellement linéaire dans la gamme de teneurs en humidité de 6% jusqu'au point de saturation des fibres.

Bryan et Schniewind (1965) ont constaté que l'effet direct de la teneur en humidité est très prononcé sur le module de rupture et le module d'élasticité de panneaux de particules de sapin Douglas. Les valeurs à 5% de teneur en humidité sont environ 25 à 50% plus grandes qu'à la teneur en humidité de 15%.

1.2.1.4 Effet de couplage des paramètres physiques

Une connaissance plus complète de l'influence des paramètres physiques sur le comportement du bois peut être obtenue en considérant l'effet de couplage entre eux, le séchage du bois étant d'ailleurs un mécanisme couplé. Des résultats indicatifs à cet effet sont disponibles à partir des essais de Sulzberger (1953), Youngs (1957) et Ashworth (1977) pour la correction du module d'élasticité de certaines espèces. La figure 1.8 par exemple démontre bien le couplage entre ces deux paramètres.



Figure 1.8 Effet couplé de l'humidité et de la température sur le module d'élasticité relatif (d'après Sulzberger 1953)

Parallèlement à la mesure expérimentale des effets de la température et de la teneur en humidité sur le comportement mécanique du bois, certains chercheurs ont aussi tenté de déterminer une expression explicite. Lessard (1978) a proposé une formule pour prédire le module et également la limite d'élasticité du bois de la forme suivante:

$$Y = a_0 + a_1 T + a_2 H + a_3 H^2 + a_4 T H + a_5 T H^2$$
(1.6)

où a_i (i = 0,...5) sont des coefficients définis au moyen de la régression multiple à partir de résultats expérimentaux, T est la température et H la teneur en humidité.

Ranta-Maunus (1992) a défini le module d'élasticité en fonction de la densité, de la teneur en humidité et de la température, comme suit:

$$E = 520 \cdot D_{12\%} [1 + 2.2(D_{12\%} - 0.45) - 5.0(H - 0.12) - 0.01(T - 60) - 18(D_{12\%} - 0.45)(H - 0.12) - 0.001(T - 60)^{2}(H - 0.12) - 0.04(D_{12\%})(T - 60)]$$
(1.7)

Il est nécessaire de mentionner un travail sur le pin traitant de l'influence du couplage de la teneur en humidité et de température sur la limite d'élasticité tangentielle du bois en traction (Byvskykh 1960). La teneur en humidité variait de 0 à 24% H et la température variait de 50 à 100°C. Les résultats obtenus ont montré que la limite d'élasticité tangentielle

diminue linéairement avec l'augmentation de la température. Par contre, elle diminue de façon non linéaire avec l'augmentation de la teneur en humidité. Des travaux de Siimes (1967), Goulet et Ouellet (1968) et Gerhards (1982) montrent la même tendance de l'effet de l'humidité et de la température sur les propriétés élastiques et les contraintes de rupture en compression et en tension.

1.2.2 Comportement mécanique du bois

Comme il a été indiqué précédemment, l'évolution des contraintes et déformations au cours du séchage dans le bois est la conséquence de l'état non homogène des déformations causé par la variation non uniforme du volume (dilatation thermique ε_T et retrait ε_H) et du caractère anisotrope du bois. Deux types de contraintes peuvent être identifiés dans le bois lors du séchage. Les contraintes dues au retrait et les contraintes dues à la dilatation thermique. Les premières se développent suite au séchage non uniforme du bois en-dessous du point de saturation des fibres (PSF). Les contraintes induites par dilatation thermique existent à cause du gradient de température au cours du transfert de chaleur et dépendent de la vitesse de séchage (Lewis et al 1979).

Au début du processus de séchage, un retrait a lieu dans les couches externes lorsque le point de saturation des fibres (PSF) est atteint et l'évacuation de l'eau liée commence tandis que le reste du bois demeure dans le domaine de l'eau libre (sans retrait) et à température légèrement plus faible. Au champ de déformation non uniforme $\varepsilon_H + \varepsilon_T$, on doit ajouter un champ de déformation complémentaire afin de maintenir la notion fondamentale de compatibilité des déformations. La déformation totale peut s'écrire avec les trois composantes en question comme suit:

$$\varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon_T + \varepsilon_{méc} \tag{1.8}$$

Dans le cas de l'élasticité linéaire, le champ de contraintes complémentaire en traction dans la couche externe et en compression dans la région interne s'exprime, en notation indicielle:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{mec} \tag{1.9}$$

où C_{ijkl} est un tenseur d'ordre 4 et appelé tenseur de rigidité, qui est l'inverse du tenseur des complaisances élastiques présenté à l'équation 1.1.

Si le bois était un matériau parfaitement élastique, les contraintes développées lors du séchage disparaîtraient dès que les distributions d'humidité et de température deviendraient uniformes. En réalité, le comportement du bois est surtout anélastique de sorte que la composante mécanique $\varepsilon_{méc}$ inclut des déformations anélastiques qui s'associent au temps, à l'humidité, à la température et au comportement rhéologique du bois:

$$\varepsilon_{m\acute{e}c} = f(\sigma, T, H, t, ...) \tag{1.10}$$

Après un certain temps de séchage, lorsque l'humidité et la température s'uniformisent au sein du bois, les contraintes s'inversent, le cœur étant en traction et le pourtour en compression. À la fin du séchage, les déformations anélastiques qui persistent (irréversibles) même après la disparition des gradients d'humidité et de température, correspondent aux contraintes résiduelles.

Ugolev (1992) a suggéré d'omettre la déformation due à la température car elle est substantiellement moins importante que celle causée par la variation de la teneur en humidité. Toutefois, cette simplification ne peut être réaliste qu'à la condition que le séchage ne soit pas très intensif, c'est-à-dire que la variation de la température du séchage ne soit pas trop brusque. Arima (1979) et Hisada (1981a) ont montré que l'influence de la température est faible lorsque la température est inférieure à 40°C mais devient importante lorsqu'elle est supérieure à 60°C.

On introduit le terme fluage qui désigne toute déformation du matériau bois évoluant avec le temps lorsque ce dernier est soumis à une contrainte constante ou variable dans le temps. Une éprouvette de bois à température et hygrométrie constantes, soumise pendant un certain temps à une contrainte constante, puis libérée de cette contrainte présente une déformation qui évolue en fonction du temps selon la figure 1.9. À noter que si au cours du temps, la déformation permanente s'annule, alors il n'y a pas eu de déformation plastique au cours du chargement.



Figure 1.9 Évolution de la déformation d'une éprouvette de bois soumise à une contrainte constante sur l'intervalle de temps $[t_0 - t_1]$: OA : déformation élastique; AB : déformation viscoélastique; BC : retour élastique et CD : recouvrance différée. (adapté de Bodig et Jayne 1982)

Divers modèles de contrainte dans le domaine mécanique ont été proposés ou adoptés afin de modéliser ce phénomène. Si on distingue les modèles de contraintes par les déformations mécaniques du bois, les comportements élastique; viscoélastique; plastique et mécanosorptif constituent l'essentiel des modèles de contrainte. En supposant que ces différents comportements soient indépendants, la déformation mécanique $\varepsilon_{méc}$ peut être exprimée comme suit:

$$\varepsilon_{m\acute{e}c} = \varepsilon_e + \varepsilon_v + \varepsilon_p + \varepsilon_{ms} \tag{1.11}$$

où ε_e , ε_v , ε_p et ε_{ms} correspondent respectivement à la déformation élastique, la déformation visqueuse, la déformation plastique et la déformation mécanosorptive.

Pour modéliser les différents comportements mécaniques du bois cités précédemment, on fait généralement appel à des modèles rhéologiques qui sont établis en utilisant des éléments de base constitués de ressorts, caractérisant l'élasticité, et de pots visqueux, caractérisant la viscosité du bois (Voir Annexe A). La modélisation numérique basée sur un modèle rhéologique donné réside dans la formulation mathématique de la loi de comportement adoptée. Dans de nombreux modèles numériques, les modèles fondamentaux utilisés sont : les modèles élastique, élastoplastique, viscoélastique, élasto-viscoplastique et dans le cas du séchage, le modèle mécanosorptif. Nous allons nous intéresser aux modèles viscoélastique et élasto-viscoplastique dans le cas du fluage à humidité variable. Cependant on présente un aperçu des autres modèles fondamentaux sus-mentionnés dont les détails des lois de comportement sont donnés à l'Annexe A.

1.2.2.1 Modèle élastique

Il est plus facile d'utiliser le modèle élastique dont tous les paramètres nécessaires sont relativement bien connus. D'ailleurs, ce type de comportement a été le plus fréquemment utilisé et a donné lieu à divers modèles: celui de Barkas et Hearmon (1953) avec le gel élastique et des modèles classiques basés sur la symétrie isotrope (Youngs et Bendtsen 1964) et l'orthotropie cylindrique du bois (Hsu et Tang 1975). Ce modèle a aussi été considéré par Johnson et al. (1978) et Sales (1984). Tauchert et Hsu (1977) ont présenté une technique d'assimilation du bois à un composite multicouche qui semble utiliser des éléments de Hooke en parallèle pour simuler la réponse de l'hétérogénéité du bois. Néanmoins les résultats obtenus avec le modèle élastique, dans l'ensemble, ne restituent qu'en partie les observations expérimentales du comportement du bois.

Par contre, Echenique-Manrique (1969) remarquait que cette approche n'était pas complète pour identifier le comportement mécanique du bois. Salin (1987) a utilisé un modèle unidimensionnel pour la modélisation de la distribution de contraintes pour du bois séché en pile et à basse température (26,7 °C). Dans son analyse, il a adopté le modèle élastique avec un module d'élasticité *E*, fonction de la température et de la teneur en humidité pour comparer avec le modèle viscoélastique. En utilisant le modèle élastique, la contrainte maximale obtenue correspondait à 200 % de la limite en traction impliquant l'existence de fissures très importantes dans le bois qui n'existent pas dans la réalité. Il a également été démontré que ce modèle ne permet pas de simuler l'inversion des contraintes pendant le séchage. Il a conclu que le modèle élastique n'est pas approprié pour prédire la distribution des contraintes dans le bois au cours du séchage. Les résultats de Welling (1988), de Felix et Morlier (1992) et de Lin et Cloutier (1996) démontrent aussi l'insuffisance du modèle élastique pour la prédiction des contraintes de séchage. Toutefois, ils ont obtenu de meilleurs résultats en ajoutant la plasticité et la viscosité aux modèles de contraintes.

1.2.2.2 Modèle élastoplastique

Le modèle de comportement élastoplastique a été mis en oeuvre dans le contexte du séchage des résineux par Lesse et Kingston (1972) et Ashworth (1977). Lessard et al. (1982) l'ont utilisé dans leur modèle unidimensionnel pour simuler la distribution des contraintes d'une planche à la condition que la température soit stable et le gradient de teneur en humidité dans un sens soit plus grand que dans les deux autres sens. Leur modèle permit de considérer le renversement des contraintes et la variation de la rigidité et la viscosité du bois en fonction de la teneur en humidité et de la température pendant le séchage. La rigidité du bois est déterminée d'après la température et la teneur en humidité en utilisant le polynôme expérimental de Youngs (1957). Ils ont conclu que le modèle de contrainte basé seulement sur la composante élastique et la composante plastique est assez précis pour la prédiction de la distribution et le temps du renversement des contraintes. Toutefois, les contraintes au début du séchage sont surestimées.

La difficulté essentielle soulevée par ce modèle est la détermination de la fonction seuil F et du seuil plastique σ_s car ces derniers dépendent de la température et de l'humidité. Les informations à ce sujet, aussi bien expérimentales que théoriques, sont pratiquement inexistantes. Les considérations évoquées dans la littérature restent généralement très philosophiques et confuses et l'approche utilisée s'apparente finalement à celle de l'élasticité non linéaire en utilisant des lois unidimensionnelles. Bien que cette approche soit envisageable dans le cas de la viscoplasticité pour les déformations irréversibles, elle est difficilement envisageable pour le séchage du bois étant donné les effets de la teneur en humidité et de la température sur les paramètres impliqués (Lemaitre et Chaboche 1988).

1.2.2.3 Modèle viscoélastique

Le modèle viscoélastique est de loin le modèle le plus utilisé pour la modélisation du comportement mécanique du bois. Le modèle de comportement viscoélastique est basé généralement soit sur le modèle de Maxwell, le modèle de Kelvin–Voigt ou le modèle de Burger (Voir Annexe A).

Haque et al. (2000) a comparé la pertinence de ces différents modèles en plus d'un modèle empirique basé sur l'équation de Bailer–Norton et conclu que le modèle de Kelvin semble le mieux adapté pour interpoler les courbes expérimentales. Cependant, la différence entre le modèle de Burger et celui de Kelvin ne semble pas être très significative, mais sa conclusion se base sur le fait que le fluage atteint un certain plateau donc totalement recouvrable après décharge.

Plusieurs auteurs adoptent le modèle de Kelvin, ou plus précisément l'association en série de *n*-éléments de Kelvin (Fig. 1.10), pour reconstituer le comportement viscoélastique du matériau bois au cours d'un essai de fluage (Mårtensson 1992, Perré et Aguiar 1999, Hanhijärvi 1999, Allegretti et al. 2003, Perré et Passard 2004). Toutefois, les problèmes d'identification deviennent rapidement insolubles puisqu'il faut déterminer au moins autant de coefficients que d'éléments introduits, ce qui peut être irréalisable en pratique surtout que ces paramètres sont fortement dépendant de la teneur en humidité et de la température.

Un nouveau concept a été proposé par Zhuoping (2005), se basant sur le fait que les modèles rhéologiques classiques sont habituellement adaptés pour une charge donnée; l'auteur propose un modèle rhéologique à paramètres variables utilisant uniquement un élément de Maxwell. Étant donné que le modèle de Maxwell est constitué d'un ressort et d'un amortisseur en série (Voir Annexe A), l'auteur propose de déterminer les paramètres des deux composantes en fonction du temps et de la charge appliquée en divisant la courbe de fluage en plusieurs petites sections correspondant à des petits intervalles de temps, identifiant ainsi les deux paramètres de Maxwell à ces différents intervalles de temps par la technique de régression et pour différentes charges appliquées.



Figure 1.10 Représentation rhéologique du fluage viscoélastique par *n*-éléments de Kelvin associés en série

Le principe de superposition de Boltzmann généralisé est utilisé pour modéliser le fluage du bois soumis à des charges successives. Le principe de superposition de Boltzmann qui stipule que la réponse à une somme de sollicitations est égale à la somme des réponses que l'on aurait pour chaque sollicitation prise individuellement, est l'approche la plus utilisée pour modéliser le fluage du bois.

Quoique que le modèle à paramètres variables semble donner de bons résultats, le fait de subdiviser la courbe de fluage en plusieurs intervalles de temps augmente le nombre de paramètres à identifier. Cette technique revient à identifier les paramètres du modèle de Maxwell pour chaque intervalle de temps et chaque niveau de charge. La tâche devient laborieuse au séchage où les paramètres dépendent de la température et de l'humidité.

Les modèles rhéologiques basés sur l'hypothèse de comportement viscoélastique linéaire sont plus réalistes et plus utilisés que ceux de comportement élastique pour décrire le comportement mécanique du bois en séchoir à une température constante. Cependant, ces modèles rhéologiques ne prennent pas en considération les effets d'une sollicitation très élevée sur le bois, comme par exemple un séchage intensif, faisant ainsi apparaître un comportement viscoplastique plus important que la viscoélasticité.

1.2.2.4 Modèle élasto-viscoplastique

La théorie de la viscoplasticité doit être utilisée dans les cas où les matériaux visqueux subissent des sollicitations très élevées, tel que le bois au cours d'un séchage intensif. On

pourrait profiter de ce modèle de type élastoplastique que s'il est capable de simuler le comportement rhéologique d'un matériau et également le comportement plastique. Cependant, comme c'est le cas pour l'élastoplasticité, on doit disposer d'un critère pour une fonction seuil du bois ce qui est difficile à déterminer. La complexité est multipliée par le caractère anisotrope du bois et par le fait que la viscoplasticité est au moins une fonction de la température et la teneur en humidité.

À cet effet, plusieurs chercheurs (Lessard 1978; Thomas 1983; Morgan et al. 1982; Lewis et al.1979; Welling 1988; Rice et Youngs 1990) ont développé des modèles dans le cadre de l'élasto–viscoplasticité et les ont utilisés dans des simulations de la distribution de contraintes dans le bois lors du séchage. Dans la présente étude, le comportement élasto-viscoplastique du bois a été retenu dans la modélisation numérique.

1.2.3 Modélisation du fluage mécanosorptif

Le bois, placé dans une ambiance à conditions climatiques constantes et soumis à des expériences de fluage, subit des déformations d'autant plus faibles qu'il est sec. Cependant, il est connu que des variations de teneur en eau et de température induisent une déformation de fluage supplémentaire. Ceci est la preuve de l'existence d'un effet de couplage entre la contrainte mécanique et le processus de sorption. De telles déformations, sous l'action simultanée d'une contrainte et de variations d'humidité sont décrites comme étant la réponse du matériau à des sollicitations mécanosorptives (Fig. 1.11).

Depuis les années 50, de nombreux travaux ont été réalisés pour comprendre le mécanisme et l'origine du couplage existant entre les contraintes mécaniques et le processus de sorption dans le bois. Les observations macroscopiques de la mécanosorption du bois ont été abondamment décrites dans la littérature (Ranta-Maunus 1975; Grossman 1976; Gril 1988; Mårtensson 1992; Svensson 1996; Hunt 1996, 1997; Bengtsson 1999; Toratti et Svensson 2000, Muszyński et al. 2003). Néanmoins, l'explication de ce phénomène au niveau microscopique, sa modélisation et son interaction avec le fluage viscoélastique ou encore la thermohygroactivation du fluage, restent des problèmes d'actualité pour la communauté scientifique.



Figure 1.11 Schématisation de la déformation d'un échantillon de bois sous une charge constante (σ_0), soumis à un cycle d'humidité (humidification/séchage). ε_H : déformation due au gonflement où retrait libre ; $\varepsilon - \varepsilon_H$: déformation due au fluage viscoélastique et mécanosorptif. (adapté de Gril 1988)

C'est à une échelle sub-microscopique que des tentatives d'interprétation des modèles mécanosorptifs ont été élaborés (Grossmann 1976, Armstrong et Kingston 1962). En effet, c'est en termes de changement de configuration des macromolécules ou de restructuration des liaisons hydrogènes au cours des cycles d'humidité que s'interprètent les différents modèles de la littérature. Nous en présentons les principaux en commençant par celui qui semble, à notre avis, englober tous les autres par sa formulation générale, le modèle de Ranta-Maunus.

1.2.3.1 Modèle de Ranta-Maunus

De nombreux auteurs ont observé que les variations de température et d'humidité influencent la déformation de fluage. Ranta-Maunus (1975) montre que les variations d'humidité peuvent être décrites par la même formulation mathématique que celle décrivant l'effet de la température en thermo–viscoélasticité. À partir de ces considérations, il développe l'équation constitutive d'un matériau non vieillissant initialement déchargé, en séries de Fréchet, dont l'équation en 1–D s'écrit :

$$\mathcal{E}(t) = \int_{0}^{t} J(t-\tau) \ d\sigma(\tau) + \int_{0}^{t} \{K(t-\tau)\sigma(\tau) + L(t-\tau)[\sigma(t) - \sigma(\tau)][H(t) - H(\tau)]\} dH(\tau) \quad (1.12)$$

NB:

- Cette expression ne tient pas compte du retrait libre $\beta \Delta H$ (β : coefficient de retrait libre);
- Dans cette expression, on néglige les déformations dues aux variations de température;
- la 1^{ère} intégrale représente la composante purement visqueuse de la déformation;
- la 2^{ème} intégrale est relative à l'augmentation de la déformation à contrainte constante et hygrométrie variable;
- $L(t-\tau)$ représente la partie de $K(t-\tau)$ qui se recouvre jusqu'au temps t: une condition pour qu'il y ait recouvrance de la déformation $\varepsilon(t)$ est que :

$$\begin{vmatrix} \sigma(t) < \sigma(\tau) \\ H(t) > H(\tau) \end{vmatrix} \quad \forall t \ge \tau$$

Un incrément de la composante mécanosorptive de la déformation totale $\varepsilon(t)$ peut donc s'écrire :

 $d\varepsilon(t) = K \big[\sigma(\tau) + \big(\sigma(t) - \sigma(\tau) \big) \times \big(H(t) - H(\tau) \big) \big] \ dH(\tau)$

Dans le cas où $\forall t$, $\sigma(t) = \sigma(\tau)$, on a alors :

$$d\varepsilon(t) = K\sigma(t) \cdot dH(t)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ms}(t) = m\sigma\dot{H}(t)$$
(1.13)

où m = K

$$m = \begin{cases} a - pour \quad dH < 0 \quad (séchage) \\ a + pour \quad dH > 0 \quad (humidification) \\ a + pour \quad dH > 0 \quad (1^{ère} humidification) \end{cases}$$

m est une constante pour chaque espèce de bois.

Pour un comportement viscoélastique, l'équation constitutive d'un matériau orthotrope s'écrit traditionnellement :

$$\varepsilon_{ij} = \int_{0}^{t} J_{ijkl}(t-\tau) \ d\sigma_{kl}(\tau)$$
(1.14)

Quand le changement de la teneur d'humidité est pris en considération, d'autres termes sont requis pour le retrait libre, l'effet mécanosorptif, et l'effet de l'humidité et de la température sur le comportement viscoélastique. Ainsi, l'équation 1.14 devient :

$$\varepsilon(t) = \int_{0}^{t} J(H, T, t - \tau) \ d\sigma(\tau) + \int_{0}^{t} [\alpha + m\sigma(\tau)] \ dH(\tau)$$
(1.15)

où α , est le coefficient du retrait libre et *m*, le coefficient mécanosorptif.

Dans l'équation (1.15), le premier terme décrit un comportement viscoélastique linéaire classique. L'influence de l'interaction entre la contrainte σ et la teneur en humidité *H* sur le comportement du bois au cours du séchage est représentée par le second terme qui considère l'effet de la déformabilité du bois à une contrainte constante sous l'effet d'une variation de la teneur en humidité cyclique, qui n'est autre que l'effet mécanosorptif.

Le modèle rhéologique représentant la déformation mécanosorptive de l'approche de Ranta-Maunus (Eq. 1.13) est généralement donné par un pot 'visqueux' dont la viscosité est déclenchée par la variation de l'humidité et de la charge appliquée (Fig. 1.12a). Salin (1992), estimant que la formulation de Ranta-Maunus ne prenait pas en considération une possible recouvrance de la déformation mécanosorptive après enlèvement de la charge, propose de rajouter un ressort en parallèle (Fig. 1.12b) du modèle de Ranta-Maunus pour obtenir une formulation équivalente à celle du modèle de Kelvin (Annexe A) qui d'ailleurs est communément appelé 'élément mécanosorptif de Kelvin'

$$\dot{\varepsilon}_{ms} = m \cdot (\sigma - E_{ms} \cdot \varepsilon_{ms}) \cdot \left| \frac{dH}{dt} \right|$$
(1.16)

ou, en d'autres termes :

$$\sigma = E_{ms} \cdot \varepsilon_{ms} + \eta_{ms} \cdot \frac{d\varepsilon_{ms}}{|dH|}$$
(1.17)



Figure 1.12 Modèles rhéologiques représentant la déformation mécanosorptive : a) Modèle de Ranta-Maunus; b) Modèle de Salin; c) Modèle d'Hanhijärvi et Mackenzie (2003b)

Constatant que le modèle de Salin (Eq. 1.17) représente une totale recouvrance après décharge, même si le séchage continue, et qu'à partir d'une certaine température la déformation mécanosorptive n'est pas recouvrable, Hanhijärvi et Mackenzie (2003b) proposent une modification de l'élément mécanosorptif de Kelvin en ajoutant un seuil des déformations non recouvrable appelé 'modèle plastico-mécanosorptif' (Fig. 1.12c).

1.2.3.2 Modèle de Gril

L'auteur représente la structure biphasique de la matière ligno-cellulosique par deux éléments en parallèle:

- une barre élastique pour le réseau microfibrillaire,
- un ressort de longueur à vide « configuration ξ » non nulle pour la matrice.

La viscosité est décrite par l'évolution de la configuration ξ , dans le cadre des processus thermiquement activés. La loi d'évolution du système est régie par des variables cachées, représentant les configurations possibles de la matrice. L'activation mécanosorptive, i.e.

l'action des variations d'humidité comme accélérateurs des processus visqueux, est décrite par des considérations énergétiques.

Une formulation simplifiée, i.e. dans le cas d'une seule variable cachée, du modèle physique uniaxiale obtenue par Gril (1988), peut s'écrire :

$$\varepsilon = S\sigma + c_{\xi}(u) \cdot \xi \tag{1.18}$$

$$\dot{\xi} = \frac{1}{\tau(\sigma, u, w)} \left\{ \xi^{\infty}(\sigma, u, w) - \xi \right\}$$

où

S : complaisance élastique;

 τ : temps caractéristique

 ξ^{∞} : configuration stationnaire vers laquelle tend le système quand la charge σ et les autres paramètres sont maintenus constants.

$$u : \text{taux d'humidité} \\ w = \begin{cases} 0 & \text{pas d'activation mécanosorptive} \\ 1 & \text{activation mécanosorptive} \end{cases}$$

D'autres auteurs se sont attardés à décrire cet état stationnaire. C'est entre autres le cas de Hunt (1996).

1.2.3.3 Modèle de Hunt

L'auteur met en avant l'idée qu'il existe une valeur limite de la déformation de fluage, sous réserve que la contrainte appliquée soit suffisamment faible pour que l'on reste dans le domaine de viscoélasticité linéaire.

La figure 1.13, montre le modèle rhéologique proposé par Hunt (1996). Les épingles symbolisent l'existence de liaisons hydrogènes; leur retrait représente la destruction de ces liaisons. Le montage en parallèle d'épingles et d'un ressort décrit la complaisance limite et le phénomène de recouvrance après décharge. Cependant, un tel modèle laisse en suspens certaines questions, entre autres celle de savoir pourquoi les épingles doivent être retirées à la première humidification, mais replacées aux autres accroissements d'humidité (respectivement effets ++ et +).



Figure 1.13 Modèle rhéologique proposé par Hunt (1996)

1.2.3.4 Modèle de Schaffer

Un autre modèle qui, comme Ranta–Maunus, décrit l'influence du flux de diffusion sur le taux de fluage $\dot{\varepsilon}$ par un facteur multiplicatif, et comme Gril, se place dans le cadre des processus thermiquement activés, est le modèle de Schaffer (1972).

Ce modèle introduit la notion de processus thermiquement activé, en distinguant l'effet du taux d'humidité et celui de la diffusion. L'humidité agit comme un agent gonflant, augmentant la distance intermoléculaire et donc diminuant l'énergie nécessaire pour déformer le solide, d'une manière analogue à l'effet de la contrainte ou de la température. Le flux de diffusion (\dot{u}) intervient comme un facteur multiplicatif dans le taux de fluage pour décrire son accroissement quel que soit le sens de variation de u.

$$\dot{\varepsilon} = K_1 \left(1 + \frac{|\dot{u}|}{\rho} \right) \exp\left(-\frac{Q}{RT} + K_2 \sigma + \gamma u \right)$$
(1.19)

- $\dot{\varepsilon}$: taux de déformation
- K_i : constantes
- ρ : masse volumique
- Q : énergie d'activation
- R : constante des gaz
- T : température
- σ : contrainte appliquée

L'une des limitations d'un tel modèle est l'absence de termes décrivant la recouvrance à l'adsorption.

D'autres modèles interprètent le fluage mécanosorptif en termes de rupture des liaisons hydrogènes, rupture dont la vitesse est augmentée par la migration d'eau. Ce sont les modèles de Bazant (1985) et de Mukudai et Yata (1986).

1.2.3.5 Modèle de Bazant

Le modèle de Bazant prend en compte, à partir de points communs sur la nature poreuse et hydrophile du bois et du béton, les mécanismes de base de la relaxation viscoélastique couplée à la sorption. Le fluage trouve son origine dans l'accumulation de la désorganisation résultant de la rupture des liaisons hydrogènes. La vitesse de rupture de ces liaisons est augmentée par la migration des molécules d'eau, et le fluage se trouve ainsi accéléré. Cependant, un tel effet, n'est important que dans le cas de la diffusion dans les micropores. Bazant (1985) distingue en effet deux types de diffusion :

- La macrodiffusion (Fig. 1.14a): diffusion à travers les zones de moindre résistance dans le bois, i.e. les vides cellulaires et les plus grands micropores à l'intérieur de la matrice cellulaire.
- La microdiffusion (Fig. 1.14b): elle s'effectue dans les plus petits micropores de la matrice cellulaire, où les molécules d'eau sont capables de transmettre des charges car fortement liées à la matrice cellulaire, alors que dans les macropores, l'eau disposée en masse, ne résiste pas à une charge appliquée.



- a) Macrodiffusion dans les lumens : court-circuite largement les parois cellulaires. Elle concerne les gradients d'humidité macroscopiques
- b) Microdiffusion relie les micro-parois cellulaires les plus proches. Elle tend à rétablir l'équilibre de potentiel chimique entre lumens et parois

Figure 1.14 Schéma de macrodiffusion et de microdiffusion (adapté de Bazant 1985)

Seule la microdiffusion a un effet sur le fluage qui dépend de la vitesse de changement et du taux d'humidité du bois. Le comportement de celui–ci est décrit à partir d'un modèle de Maxwell: pour chaque élément, le flux de microdiffusion \dot{h} est introduit dans l'expression de la viscosité.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_{v}}{E_{v}} + \frac{\sigma_{v}}{\eta_{v}}$$

$$\frac{1}{\eta_{v}} = \frac{\psi_{v}(u)}{E_{v}\tau_{v}} \exp\left(\frac{Q_{c}}{RT_{0}} - \frac{Q_{c}}{RT}\right)$$
(1.20)

- Q_c : énergie d'activation du fluage,
- *R* : constante des gaz,
- T_0 : température de référence,
- *T* : température absolue,
- ψ_v : fonction croissante de u,
- τ_{v} : temps de relaxation.

Quand *H* et *T* varient, on écrit: $\frac{1}{\eta_v} = \frac{1}{\eta_v^0} f_v(\dot{H})$

Si *J* est le flux de microdiffusion entre les micropores et les macropores, on montre que *J* est proportionnel à la quantité \dot{H} :

$$\dot{H} = \dot{h} + C_m \dot{T}$$

 \dot{h} : pression de vapeur relative dans les macropores,

 C_m : coefficient caractéristique du matériau.

En première approximation, on écrit que $f_{\nu}(\dot{H})$ est une fonction linéaire de (\dot{h}) , et l'on a alors

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_{\nu}}{E_{\nu}} + \frac{\sigma_{\nu}}{\eta_{\nu}} + \chi \dot{h} + \alpha \dot{T}$$
(1.21)

 χ, α : coefficients de retrait et d'expansion thermique

1.2.3.6 Modèle de Mukudai

Des études suggèrent l'idée que l'interface S_1/S_2 (1^{ère} et 2^{ème} couches secondaires) constitue une zone faible de la paroi. À partir de considérations sur les retraits différentiels des souscouches de la paroi cellulaire, Stamm (1964) et Mukudai et Yata (1986, 1988) attribuent l'effet mécanosorptif à un décollement partiel et momentané de l'ensemble $(S_2 + S_3)$ par rapport au bloc $(S_1 + P + M + P + S_1)$ qui joint deux cellules adjacentes (Figs. 1.15a et b). Cette idée est le prolongement d'une théorie selon laquelle les déformations mécanosorptives seraient provoquées par l'avancée, au cours du processus de sorption, d'un front d'eau déstabilisateur se déplaçant des lumens vers l'intérieur de la paroi. Cet effet déstabilisateur atteindrait, d'après Mukudai, son maximum au passage du front à l'interface S₁/S₂.



Figure 1.15 Mécanisme et modèle de Mukadai et Yata (1986)

Le modèle rhéologique avancé par Mukudai et Yata (Fig. 1.15c) est constitué de deux éléments en parallèle (I) et (II), représentant respectivement le bloc $(S_1 + P + M + P + S_1)$ et l'ensemble des deux blocs $(S_2 + S_3)$. Le séchage sous contrainte provoque une désolidarisation momentanée des deux couches S₁, S₂, qui accélère le fluage lors de variations d'humidité. Ce glissement se trouve ensuite stabilisé soit à cause de la remise en place des liaisons transversales en séchage, soit par une friction suffisante développée par 'l'effet d'anneau' des microfibrilles de cellulose pratiquement transversales dans la couche S₁ lors de l'humidification.

1.2.3.7 Conclusion

En conclusion sur la modélisation du fluage mécanosorptif, il est à noter qu'en dépit des diverses tentatives de modélisation du phénomène mécanosorptif, la recherche de modèles englobant une grande partie des effets observés, conduit les auteurs à identifier de plus en plus de paramètres expérimentaux pour leurs formulations. Nous devons garder à l'esprit que ces modèles regroupent dans un même formalisme des comportements dont les origines moléculaires sont très diverses et ne peuvent s'insérer que dans une approche macroscopique du comportement.

Plusieurs auteurs soulignent l'importance de l'effet de la température sur le comportement mécanosorptif du bois (Ranta-Maunus 1975, Gril 1988, Mårtensson et Svensson 1997, Hanhijärvi 2000b). Cependant, la plupart des modèles rhéologiques traitant des déformations mécanosorptives ne prennent pas en considération l'influence de la température, ce qui devrait être l'une des priorités selon Salin (1999) avant de chercher de nouvelles formulations.

Les travaux d'Hanhijärvi et Hunt (1998) montreraient l'existence d'une interaction entre le fluage viscoélastique et le fluage mécanosorptif. L'expression d'un des types de fluage diminuerait par la suite l'amplitude de l'autre. Cet aspect a été évoqué par Gril (1988) concernant l'existence d'un couplage entre les deux types de fluage, ce qui vient ouvrir une autre perspective dans la formulation des lois de comportement des déformations dues aux fluages viscoélastique et mécanosorptif qui jusqu'à présent étaient considérés comme deux comportements indépendants.

1.3 Évaluation expérimentale des contraintes induites par le séchage

Les contraintes internes dues au séchage ne peuvent être ni vu à l'œil nu, ni mesurées directement. La seule façon d'estimer les contraintes internes est la mesure de la déformation ou les conséquences qu'elles engendrent. Deux approches possibles, l'une destructive et l'autre non destructive, peuvent être utilisées :

- L'approche destructive qui consiste à libérer les contraintes de séchage à partir de la destruction d'une partie ou de l'échantillon lui-même (Fig. 1.16);
- L'approche non destructive qui consiste à observer une manifestation externe de l'état des contraintes régnant dans le matériau, tout en conservant son intégralité.



Figure 1.16 Méthode des lamelles pour l'estimation des contraintes internes (Svensson et Toratti 2002)

1.3.1 Méthode destructive

Les méthodes destructives ou semi-destructives consistent à permettre le relâchement des contraintes tout en mesurant les déformations résultantes du solide. Les méthodes les plus connues sont les méthodes des lamelles (McMillen 1955, Svensson et Toratti 2002) (Fig. 1.16), la méthode de la fourchette (Cech et Pfaff 1980), la méthode du trou avec jauges de déformation ou avec revêtement photo-élastique. Ces méthodes permettent donc d'évaluer indirectement les contraintes à partir des déformations mesurées.

1.3.2 Méthode non destructive

La plupart des études rapportées dans la littérature sur la mesure non destructive des déformations ou contraintes dans le bois en cours de séchage font appel à des techniques qui évaluent indirectement les contraintes par le biais de sons émis par le bois subissant des microfíssures (méthode des ultrasons, méthode acousto–ultrasonique), ou par le biais de la mesure des déformations engendrées par les contraintes (technique d'analyse d'image, jauges de déformation collées en surface).

La méthode acoustique est utilisée pour suivre l'évolution des niveaux élevés de contrainte lors du séchage de bois (Booker 1994, Beall 2002, Beall et al. 2003). Le taux d'émission des sons émis par le bois au séchage peut servir comme base de régulation du processus. Certains chercheurs ont établi une relation entre le taux d'émission et le seuil de microfissuration. Booker (1994) trouve une relation directe entre le taux d'émission et le changement du module d'Young provoqué par les variations de température et de teneur en humidité. En général, l'amplitude des pics des signaux acoustiques permet de distinguer les déformations plastiques du bois des microfissures. Plus le niveau de contrainte est élevé, plus l'énergie du signal acoustique est élevée.

Hyoung-Woo et al. (2001) ont suivi les fentes superficielles de petits morceaux de bois séchés à l'aide d'un séchoir convectif où malheureusement l'humidité relative de l'air n'est pas contrôlée. Ils ont utilisé la technique d'analyse d'image (caméra CCD) placée à l'extérieur du séchoir pour acquérir des images de la surface de la planche. Cette technique permet de visualiser l'état des contraintes en surface selon la largeur de la fente. Les conditions de séchage appliquées, extrêmement dures, leur ont permis d'obtenir des fentes suffisamment larges pour être observées sur des images de faibles résolutions (0.42 x 0.42 mm²/pixels).

Hanhijärvi et al. (2003a) mesurent la largeur des microfentes apparaissant au cours du séchage à la surface de la planche en la balayant transversalement avec un laser (focalisé en un point sur la surface). La mesure de l'intensité du faisceau réfléchi au cours de ce balayage, permet de détecter des fentes d'une largeur supérieure à 0.02 mm. Cependant, les auteurs ne précisent pas l'existence d'un sas entre le séchoir et la chambre où les mesures sont effectuées. Sans ce sas, l'air ambiant va se réchauffer au contact de la planche chaude sortant du séchoir et créer ainsi un climat local extrêmement sévère qui conduit la planche à fissurer en surface. Les mesures des microfentes effectuées dans cette étude ne seraient alors pas représentatives des conditions de séchage.

Canteri (1996) propose un dispositif expérimental pour suivre les déformations en surface au cours du séchage, et notamment l'évolution des fentes de surface. Le montage est composé d'aiguilles piquées dans le bois et d'un micromètre laser pour mesurer la distance entre deux aiguilles consécutives (Fig. 1.17). En absence de fissuration, le milieu reste continu et la mesure de la distance entre aiguilles donne une information globale sur le retrait, car elle intègre ce qui se passe sur toute l'épaisseur de la section. Lorsqu'une fente de surface apparaît entre deux aiguilles successives, la mesure du retrait devient localisée, et la libération des contraintes avec la fente conduit le retrait moyen à tendre vers le retrait libre.

La technique du LVDT proposée par Fuller (1995) pour mesurer en continu les déformations à la surface du bois en cours de séchage est plus facilement applicable à de vraies situations de séchage. Cette technique qui permet de mesurer le retrait apparent à l'intérieur des huit premiers millimètres de la surface est dite très sensible aux points critiques de la cinétique du processus de séchage. Elle permettrait, entre autres, de détecter le renversement des contraintes internes, qui se manifeste par une inflexion dans la courbe de retrait, et le gonflement du bois associé avec le changement de direction de la circulation de l'air et le conditionnement. Fortin et al. (1994) ont proposé une technique semblable à partir d'un capteur extensométrique à demi-anneau (CEDA).

Brandao et Perré (1996) ont proposé une expérience qui consiste en un séchage non symétrique d'un petit échantillon de bois en imperméabilisant cinq de ses faces, appelé test du « *Flying Wood* ». Cette astuce permet l'expression des contraintes de séchage au travers de la déformation globale de l'échantillon (Fig. 1.18). Cette dernière est mesurée par un système optique ou un capteur avec contact.



Figure 1.17 Dispositif à douze aiguilles pour suivre la fissuration de surface à l'aide d'un micromètre laser (Canteri 1996).



Figure 1.18 Évolution de la flèche d'un échantillon de bois lors d'un séchage dissymétrique. Visualisation de l'inversion des contraintes. (Adapté de Passard et Perré 2001a)

Utilisant le concept du test *Flying Wood*, Allegreti et al. (2003) mesure la force nécessaire pour empêcher la déformation d'un échantillon subissant un séchage non symétrique. En parallèle, l'auteur effectue le test *Flying Wood* sur un échantillon présentant les mêmes caractéristiques et avec les mêmes conditions de séchage. Il obtient ainsi une double information sur le comportement mécanique du bois au cours du séchage, permettant par exemple d'identifier les paramètres d'un modèle mécanique ou de valider un code numérique.

1.4 Détermination expérimentale des propriétés mécaniques du bois

Nous donnons dans cette partie, un aperçu sur les différents essais en laboratoire ayant été effectués pour la détermination expérimentale des propriétés élastiques, viscoélastiques et mécanosorptives du bois.

Les méthodes expérimentales de compression, traction et flexion sur de petits échantillons sont les techniques le plus couramment utilisées pour la détermination des propriétés mécaniques du bois et pour l'identification des paramètres d'un modèle rhéologique donné. L'importance des forces et le comportement des déformations du bois dépendent principalement des caractéristiques de base du bois, des contraintes, de la durée de charge, de la teneur en humidité et de la température.

1.4.1 Propriétés élastiques

Les propriétés élastiques sont classiquement déterminées par l'une ou l'autre des méthodes sus-mentionnées (compression, traction ou flexion) en appliquant une charge progressive sur une éprouvette et en traçant le diagramme contrainte-déformation (Fig. 1.5). La détermination des propriétés élastiques est régie par des essais normalisés.

1.4.1.1 Essai de compression

L'essai de compression normalisé européen (NF B 51 007) est exécuté sur des éprouvettes de dimensions (20×20×60 mm). Le taux d'élancement (hauteur sur diamètre) est suffisamment petit pour éviter les phénomènes de flambage. La friction inévitable qui apparaît à l'interface des plateaux de compression est limitée en intercalant dans la zone de contact des feuilles de téflon. La valeur du coefficient de frottement a par ailleurs une influence considérable sur la forme du diagramme charge déplacement. Celui-ci présente une courte période de comportement élastique et ensuite un domaine non linéaire relativement important. Le point critique est considéré comme le maximum de la courbe et intervient après une déformation importante.

Selon la norme américaine ASTM D-143, on utilise des éprouvettes de dimensions $50 \times 50 \times 200$ mm. L'expérience consiste à effectuer un essai de compression longitudinale du bois massif. Une première mesure des déformations de l'éprouvette se fait suivant son axe au moyen d'un extensomètre à cadran sur une distance d'environ 150 mm. Une mesure semblable est effectuée à l'aide d'une jauge de déformation, d'une longueur de 50 mm de préférence collée au milieu d'une autre face : elle doit être correctement orientée suivant le fil du bois, donc correspondre aussi à l'axe de compression. Enfin une troisième mesure, faite avec un capteur linéaire, sert à établir la contraction de l'éprouvette suivant toute sa

longueur, qui est de l'ordre de 200 mm. Les essais de compression selon les directions tangentielles et radiales sont plus délicats à réaliser car au-delà d'une certaine déformation le bois se densifie et augmente ainsi sa résistance.

1.4.1.2 Essai de traction

L'essai de traction dans les directions naturelles du bois est réalisé selon l'essai normalisé américain ASTM D143. Deux types d'éprouvettes sont utilisés, l'un pour obtenir la résistance à la traction dans la direction longitudinale (Fig. 1.19a), l'autre pour obtenir la résistance à la traction dans les deux autres directions naturelles perpendiculaires à cette dernière (Fig. 1.19b). L'éprouvette de traction longitudinale est fixée aux têtes d'amarrage par l'intermédiaire de mors à coins, ce qui peut provoquer parfois des ruptures indésirables.

L'éprouvette de traction radiale ou tangentielle est appelée parfois éprouvette Monin. Elle est plus compacte pour des raisons d'homogénéité. Le diagramme contrainte-déformation présente une partie linéaire relativement importante et un domaine réduit où apparaît une non-linéarité. Celle-ci peut être attribuée à de l'endommagement et plus particulièrement à des fissurations des parois cellulaires. La fin du comportement proportionnel peut être assimilée à une véritable limite d'élasticité.



Figure 1.19 Éprouvettes de traction pour des essais où la charge est appliquée selon la direction : a) longitudinale et b) radiale ou tangentielle (Pluvinage 1992).

La résistance en traction axiale du bois est particulièrement élevée et il faut prendre des précautions spéciales pour appliquer les efforts sur l'éprouvette qui doit être affilée, longue et avec des têtes larges. Dans le sens perpendiculaire au fil, la résistance en traction caractérise l'adhérence des fibres entre elles. Les résultats sont fortement affectés par la forme de l'éprouvette.

1.4.1.3 Essai de flexion simple

Le module de Young dans la direction du grand axe d'une éprouvette prismatique longue peut être déduit de la mesure de la rigidité à la flexion de cette éprouvette.

L'essai réalisé par la norme de flexion statique européenne (NF B51 008), est destiné en premier lieu à évaluer les caractéristiques de rupture et non les caractéristiques élastiques. L'éprouvette utilisée est de 340 mm de long, à section droite carrée ($20 \times 20 \text{ mm}^2$) placée sur deux appuis cylindriques à axes parallèles (30 mm de diamètre) (Fig. 1.20).

L'interprétation de cet essai a été conduite dans le cadre de la théorie classique de la résistance des matériaux appliquée aux poutres droites. L'enregistrement de la courbe caractéristique effort–flèche permet de calculer à l'intérieur de la zone de rigidité le module d'élasticité.



Figure 1.20 Schématisation d'un test de flexion simple trois points (Guitard 1987)

La flexion statique s'effectue également suivant la norme américaine ASTM D-143. Les éprouvettes sont de dimensions 50×50×762 mm selon la grande norme ou de 25×25×400 mm. Les essais normalisés tendent vers des résultats qui sont à la fois reproductibles et représentatifs de certaines conditions d'utilisation. Un important avantage de la flexion statique est qu'elle permet d'établir facilement le diagramme effort–déformation. L'analyse de ce dernier fournit des informations de base sur le comportement des matériaux, en l'occurrence celui du bois suivant son fil, l'énergie totale de rupture, qui correspond à la surface sous la courbe, est même considérée comme un excellent indice de la résistance au choc en flexion. C'est une raison de plus pour considérer cet essai comme fondamental.

1.4.2 Propriétés viscoélastiques et mécanosorptives

Contrairement à la détermination des propriétés élastiques, il n'existe pas à date d'essais normalisés pour la détermination des propriétés viscoélastiques et mécanosorptives. Cependant, on retrouve dans la littérature des essais de compression, de traction et de flexion statique sur des éprouvettes de dimensions appropriées (Figs. 1.21a et b) soumises à une charge constante à des conditions hygrométriques constantes pour la détermination des propriétés viscoélastiques du bois, et à des conditions hygrométriques variables pour la détermination des propriétés mécanosorptives du bois.

La plupart des travaux expérimentaux sur l'étude des propriétés viscoélastiques et mécanosorptives du bois, surtout en relation au séchage, sont basés sur des essais de fluage en traction (Ranta Maunus 1975, Hisada 1981b, Mårtensson 1988, Hunt 1997, Hanhijärvi 1999, 2000a, Haque et al. 2000). Ceci permet l'utilisation d'échantillons minces, qui aide à minimiser l'effet des gradients d'humidité pendant les essais de mécanosorption. Quelques auteurs ont effectué des essais de fluage sur des spécimens en compression (Kingston et Budgen 1972, Hisada 1980, Bazant 1985, Wu et Milota 1995). Dans la plupart des cas le comportement de fluage du bois s'est avéré différent pour les deux modes de chargement, car la teneur en humidité d'équilibre sous la charge est différente en tension et en compression, et en raison des multiples facteurs qui peuvent affecter l'essai de compression (rapport de dimension, effet de flambement, distribution d'effort, etc.). Plusieurs précautions doivent être prises en comparant des résultats d'essai de fluage entre ces deux modes de chargement.



Figure 1.21 Dispositif expérimental d'un test de fluage sur une éprouvette soumise à une charge constante : a) Compression et b) Traction. (Toratti et Svensson 2000)

Les essais de flexion qu'on trouve dans la littérature pour la détermination des propriétés viscoélastiques et mécanosorptives du bois sont sous la forme de tests de flexion statique trois ou quatre points (Davidson 1962, Bengston 1999) et pour les propriétés viscoélastiques seulement, des essais de flexion en porte-à-faux (Foudjet et Bremond 1989, Passard et Perré 2005) (Fig. 1.22). Les tests de flexion trois ou quatre points sont principalement utilisés pour l'étude des structures du bois en utilisant des échantillons de bois de grandes dimensions. Les essais de flexion, pour l'étude de la mécanosorption, doivent être menés avec précaution à cause de l'apparition inévitable de gradients d'humidité dans l'épaisseur de l'éprouvette induisant ainsi un profil de contrainte non linéaire qui vient compliquer l'interprétation des résultats obtenus (Muszyński et al. 2003).



Figure 1.22 a) Dispositif expérimental d'essais en flexion porte-à-faux ; b) échantillons de bois de forme triangulaire 'isostress' (Passard et Perré 2005)

1.4.3 Effet de la charge, de la température et de l'humidité

1.4.3.1 Effet sur le comportement viscoélastique

Il a généralement été constaté qu'à de bas niveaux de charge, le comportement de fluage du bois est viscoélastique linéaire. Le fluage relatif (le rapport de la différence entre la déformation totale de fluage et déformation élastique initiale à la déformation élastique initiale) augmente proportionnellement avec la contrainte jusqu'à une contrainte limite et la complaisance de fluage est indépendante de la contrainte. Autrement, aux niveaux élevés de contraintes, on a une viscoélasticité non linéaire.

Liu (1993) a étudié les propriétés viscoélastiques et mécanosorptives du bois de Pin $(10 \times 10 \text{ mm} \text{ de section transversale et de 360 mm d'envergure})$ dans la direction des fibres en flexion. Les essais de fluage viscoélastique ont été effectués à 23°C et 65% HR sous des niveaux de contraintes de 7.5%, 15%, 30%, 45% et 60% de la contrainte de rupture pour un temps de chargement et recouvrement de neuf mois. Dans un environnement constant, semblable à l'environnement intérieur ordinaire, le fluage est linéairement lié aux charges quand les niveaux de charge sont au-dessous de 30% de la charge de rupture, et la relation devient non linéaire quand les niveaux de charge sont plus élevés.

Davidson (1962) a examiné le fluage et le recouvrement de fluage en flexion simple du pin blanc oriental, de l'érable à sucre et du bois de cèdre rouge occidental à différentes températures dans la gamme de 20°C à 60°C. Les résultats ont montré que le taux de fluage a graduellement augmenté à mesure que la température s'est accrue de 20°C à 50°C, mais l'effet de la température fut plus marqué entre 50°C et 60°C. Kingston et Budgen (1972) ont rapporté un effet marqué de la température sur le fluage total en compression pour le pin, même dans la gamme de 20°C à 50°C. Dinwoodie et al. (1991) ont observé que le fluage relatif augmente avec l'augmentation du niveau de contrainte, de l'humidité relative et de la température.

Breese et Bolton (1993) ont étudié l'effet de la température et de la teneur en humidité sur le comportement rhéologique d'échantillons de bois adulte d'épinette de Sitka chargés en compression suivant la direction radiale. Les résultats ont montré un comportement linéaire du fluage aux basses températures et teneurs en humidité. Cette linéarité se perd quand la température et la teneur en humidité augmentent.

En résumé, le niveau de contrainte pour lequel le comportement rhéologique du bois est considéré comme ayant un comportement viscoélastique linéaire est donné entre 35% et 50% de la contrainte de rupture pour des essais en flexion (Fig. 1.23). Le fluage viscoélastique augmente au fur et à mesure que la température augmente et devient important à partir de 50°C et 60°C (Fig. 1.24). Le fluage viscoélastique est plus prononcé à des teneurs en humidité élevées qu'à faible humidité (Fig. 1.25).

1.4.3.2 Effet sur le comportement mécanosorptif

Liu (1993) a étudié les propriétés mécanosorptives du bois de pin (10×10 mm de section transversale et de 360 mm d'envergure) dans la direction des fibres en flexion. Les expériences de fluage mécanosorptif ont été faites à 23°C et à humidité relative variable (de 30% à 65% HR, 65% à 15% HR et de 15% à 85% HR) sous des niveaux de charge constant (4%, 7,5%, 15%, 22,5%, 30%, 37,5%, 45% et 52,5% de la charge de rupture) pour un temps de chargement de neuf mois. L'effet mécanosorptif est plus fort pour le bois fortement chargé que celui pour le bois légèrement chargé. L'effet mécanosorptif est négligeable à faible teneur en humidité et il devient important à haute teneur en humidité.



Figure 1.23 Effet du niveau de chargement sur le comportement viscoélastique de quatre espèces tropicales du Cameroun. (Foudjet et Bremond 1989)



Figure 1.24 Effet de la température sur la déflexion d'une éprouvette radiale d'épinette en flexion porte-à-faux. (Passard et Perré 2005)



Figure 1.25 Fluage relatif en fonction du temps pour des éprouvettes chargées (0.4 MPa) en direction tangentielle dans différentes conditions climatiques : a) 80°C, 92% HR; b) 60°C, 92% HR; c) 80°C, 75% HR; d) 60°C, 75% HR. (Mårtensson et Svensson 1997)

Hearmon et Paton (1964) ont rapporté que l'augmentation de la déflexion d'une éprouvette de hêtre $(2 \times 2 \times 60 \text{ mm})$ en flexion fut très grande due au cycle d'humidité (90% à 30% HR). Mais, aucun changement correspondant du module de Young n'a pu être observé.

Bazant et Meiri (1985) ont constaté que le fluage en compression uniaxial d'échantillons cylindriques de sapin chargé pendant environ 90 h à 35°C et soumis à des cycles d'humidité relative de 100% à 50% HR était beaucoup plus grand que celui à environnement constant.

Mårtensson et Thelandersson (1990) ont rapporté que lors d'essais de traction, compression et flexion du pin sylvestre (6,4 mm d'épaisseur) sous des cycles d'humidité relative de 30% à 88% HR à 24°C pendant 30 jours, l'interaction entre le changement d'humidité et le chargement mécanique était significatif pendant le premier cycle d'humidité, mais beaucoup plus petit pendant les cycles subséquents. Dans les essais de flexion de panneaux durs, il ont observé une augmentation significative de la déflexion due aux variations d'humidité.

Castera et Cariou (1988) ont réalisé des études sur le fluage en traction du pin maritime $(50 \times 100 \times 3 \text{ mm})$ perpendiculaire au grain pendant le séchage à 58% HR et 60°C. Les

résultats ont montré que la déformation du bois dans des conditions de séchage est plus grande que dans des conditions climatiques constantes. Le fluage mécanosorptif peut être déterminé en soustrayant la déformation due au retrait libre de l'éprouvette de la déformation totale.

Wu et Milota (1996) ont étudié le comportement mécanosorptif de petits échantillons $(157,5\times23,4\times3,17 \text{ mm})$ du duramen de sapin Douglas en tension tangentielle au cours d'une adsorption à 65,6°C avec une variation de teneur en humidité de 5% à 20% pendant 7h sous des niveaux de contraintes de 0,276, 0,552, 0,827 et 1,24 MPa. Les résultats ont montré que la déformation mécanosorptive est proportionnelle à la contrainte appliquée, et les paramètres du matériau décrivant l'interaction de la contrainte et de la variation de l'humidité étaient indépendants du niveau de contraintes.

1.4.3.3 Conclusion

En résumé, la déformation du bois soumis à une charge constante dans des conditions de séchage est plus grande que dans des conditions climatiques constantes. La déformation due au fluage mécanosorptif est proportionnelle à la contrainte appliquée (Fig. 1.26). Le comportement mécanosorptif est plus prononcé en compression qu'en tension (Fig. 1.27). La déformation mécanosorptive est plus importante pendant le premier cycle d'adsorption et désorption (Fig. 1.28).



Figure 1.26 Effet du chargement sur la déformation mécanosorptif. (Wu et Milota 1996)



Figure 1.27 Fluage mécanosorptif en compression et en tension du bois soumis à un cycle d'humidité de 60-90% HR, le retrait est soustrait de la déformation totale. (Toratti et Svensson 2000)



Figure 1.28 Déflexion relative d'une pièce de bois soumise à une charge constante en flexion pendant des variations d'humidité. (Mårtensson et Thelandersson 1990)
1.5 Objectifs spécifiques et hypothèses de travail

Comme il a été mentionné précédemment, l'objectif général de la présente étude était de modéliser le comportement mécanique du bois au cours du séchage pour la prédiction des champs de contraintes et de déformations induits par le processus de séchage. Afin d'atteindre cet objectif général, les objectifs spécifiques suivants ont été fixés:

- 1. Développer une approche de modélisation des déformations et des contraintes d'une pièce de bois en flexion porte-à-faux soumise à un chargement dans des conditions d'humidité et de température constantes et variables.
- 2. Établir un modèle rhéologique du comportement hygro-thermo-mécanique du bois au cours du séchage en minimisant le nombre de paramètres à identifier expérimentalement.
- 3. Mettre en place un dispositif expérimental pour l'identification des paramètres du modèle rhéologique à différents niveaux de charge, différentes températures et humidités et au cours d'un cycle de séchage/humidification.

Les hypothèses adoptées dans cette étude sont les suivantes :

1) Poutre de type Euler-Bernoulli

L'approche développée se base sur la résolution des équations d'équilibre d'une poutre en flexion porte-à-faux. La poutre est de type Euler–Bernoulli qui stipule que les sections planes et droites avant déformation restent planes et droites après déformation. Ainsi, le profil des déformations dans l'épaisseur de la poutre est supposé linéaire. Cependant, aucune hypothèse n'est faite sur le profil des contraintes dans l'épaisseur de la poutre.

Le domaine géométrique d'étude est défini par le plan symétrique constitué de la direction axiale et de la direction suivant l'épaisseur de la poutre. La longueur de la poutre est supposée être au moins dix fois plus grande que son épaisseur, ce qui nous permet de négliger les effets de cisaillement ainsi que les composantes de la contrainte normale suivant les axes autres que la direction axiale. Par conséquent on considère un état uniaxial de contrainte et la résolution des équations d'équilibre mécanique se limitera donc au cas unidimensionnel. À noter aussi que la variation dimensionnelle due au séchage sur le moment d'inertie n'est pas prise en compte.

2) Pièces supposées être bien orientées

Le terme bien orienté désigne le fait que le repère orthogonal (O, x, y, z) lié à la pièce de bois coïncide avec les directions naturelles du matériau. Ainsi par exemple, selon l'orientation de l'éprouvette à analyser, pour une éprouvette longitudinale sur dosse les directions (Ox, Oy et Oz) coïncideront avec les axes (L, T, R).

3) Évolution quasi-statique et hypothèse des petites perturbations

Nous supposons que l'évolution mécanique de l'état initial de la pièce vers d'autres états se fait d'une façon quasi-statique. Ce qui veut dire que l'équilibre mécanique de la pièce de bois est vérifié à chaque instant et que les transformations en tout point du matériau sont petites (hypothèse des petites perturbations 'HPP'). Ainsi, les équations de compatibilité géométrique sont automatiquement validées.

4) Prise en compte de la viscoplasticité

Lorsque les contraintes internes dépassent une certaine limite, à cause d'une charge élevée ou d'un séchage excessif, le matériau entre dans son domaine plastique, et des déformations permanentes irrécupérables apparaissent. Cette limite dépend de la température, de la teneur en eau du bois et de la direction matérielle considérée. Ainsi, l'apparition des déformations permanentes sont prisent en considération dans le modèle rhéologique proposé en introduisant une contrainte seuil déclenchant le comportement viscoplastique. Le modèle de Kelvin est utilisé pour le cas de la recouvrance totale (viscoélastique).

5) Indépendance des différents types de déformation

Les différents types de déformations (élastique, viscoélastique, viscoplastique et mécanosorptive) sont supposés être indépendants les uns des autres. La déformation totale peut donc être définie comme étant la somme de chaque type de déformation en plus de la déformation due au retrait libre et à la dilatation et/ou expansion thermique dans le cas du séchage.

6) Modélisation mécanique unidimensionnel (1–D)

La formulation mathématique des lois constitutives du modèle rhéologique proposé a été limitée à un cas unidimensionnel (1–D). Au cours du séchage, les effets de bout sont

négligés. Le fait de restreindre le cadre de l'étude à un cas unidimensionnel a permis de réduire le nombre de paramètres requis pour la modélisation.

7) Gradient de température nul

La présente étude a été limitée au cas d'un séchage à température constante (60°C). Le fait de limiter le séchage à une faible température a permis de faire l'hypothèse que les gradients de température dans le bois étaient négligeables. L'effet possible d'un gradient de température sur le développement des contraintes de séchage et déformations du bois au cours du séchage a donc été considéré comme négligeable, quoique le modèle rhéologique proposé dans cette étude prend en considération les déformations dues à la dilatation thermique. Seul l'effet de la température sur les propriétés élastiques et viscoélastiques a été pris en compte dans les simulations numériques.

8) Prise en compte des gradients d'humidité dans la pièce

L'apparition des gradients d'humidité dans l'épaisseur de la poutre au cours du séchage est prise en considération dans l'analyse numérique des contraintes et déformations du bois. Les profils d'humidité évoluant dans le temps sont construits à partir d'une procédure numérique représentative d'un programme de séchage conventionnel. En introduisant comme données de calcul, l'humidité à la surface et au cœur de la pièce de bois au début et à la fin du séchage et la vitesse de séchage différente de la surface et du cœur, l'évolution de l'humidité en fonction du temps et de l'espace est calculée.

Chapitre 2

Modeling the creep behavior of wood cantilever loaded at free end during drying

Résumé

Une nouvelle approche pour la modélisation du comportement mécanique du bois en flexion porte-à-faux chargé à son extrémité libre dans des conditions de teneurs en humidité constante et variable (séchage) a été développée. Cette approche est basée sur les équations d'équilibre de la théorie des poutres qui nous permet de calculer les profils de contraintes et de déformations dans l'épaisseur de la poutre, ainsi que la flèche de la poutre sans faire aucune hypothèse sur le profil des contraintes. Pour la validation de cette approche, un modèle rhéologique de Burger classique, prenant en compte l'influence de la teneur d'humidité du bois, est utilisé sachant que ce modèle rhéologique possède une solution analytique. Dans des conditions hygrothermiques constantes, le champ de contraintes calculé est le même que celui basé sur des équations de la théorie des poutres élastiques. Cependant, dans des conditions de séchage, un gradient d'humidité se développe dans l'épaisseur et, par conséquent, une distribution de contraintes non linéaire apparaît et la position de l'axe neutre s'éloigne du centre géométrique de la pièce. L'avantage principal de l'approche proposée est qu'elle peut être utilisée pour simuler les essais expérimentaux de fluage en flexion, en présence des gradients de teneur d'humidité. En conséquence, les essais de flexion devraient être appropriés pour identifier les paramètres viscoélastiques et mécanosorptifs du bois.

Abstract

A new approach to modeling the creep behavior of a wood cantilever loaded at free end under constant moisture content and under drying conditions is developed. This approach is based on equilibrium equations of cantilever beam theory and allows the computation of stress, strain and displacement fields through the thickness without any assumption on stress distribution. The analysis is restrained to a modified Burger model that takes into account a moisture content change in wood, although it can be extended to any type of rheological model. In constant hygrothermal conditions, the computed stress field is the same as the one based on equations of elastic cantilever. In drying conditions, a moisture gradient takes place through the thickness and, thus, a nonlinear stress distribution appears and the location of the neutral axis moves away from the geometrical center of the cross section. The main advantage of the proposed approach is that it can be used to simulate experimental creep bending tests in the presence of moisture content gradients. Accordingly, bending tests should be appropriate to identify both viscoelastic and mechano-sorptive creep parameters.

Keywords : Cantilever, equilibrium equations, rheological model, wood drying, creep, parameter identification, bending stress, deflection.

2.1 Introduction

The drying operation of wood involves three fundamental coupling mechanisms evolving with time: heat transfer, moisture content variation and volumetric change. The development of stresses and deformations during wood drying is the consequence of these three coupling mechanisms. The complexity of the material characteristics of wood (structural heterogeneity and anisotropy, biological variability, rheological behavior, etc.) and their dependence on moisture content and temperature make difficult the elaboration of a realistic mathematical description of drying induced stresses and deformations.

At the beginning of drying, the entire board remains in the domain of free water and only temperature induced stresses can develop. As soon as the moisture content of the surface layers of the board drops below the fiber saturation point (FSP), the shell (the outer portion

of the board) attempts to shrink. But as the core is still green it prevents the shell from shrinking (Simpson 1991). At this moment, if a board section is removed and cut into slices parallel to the wide face, the external slices will have a shorter length than the inner ones. This displacement field is not compatible and induces, in the actual section, tensile stresses in the shell and compressive stresses in the core. When the tensile stress in the outer layers exceeds the ultimate strength of the wood, this results in surface checking.

If wood were a perfect elastic material, the stresses developed during drying would disappear as soon as moisture content and temperature profiles would become uniform through the thickness of the board. However, the mechanical behavior of wood is in reality inelastic and the shell, early in the drying process, tends toward a permanently stretched condition, called tension set. This leads to the stress reversal phenomenon which takes place when the average moisture content of the board is near FSP (McMillen 1955, Cech 1964). The permanent stretched condition of the shell prevents then normal shrinkage of the core. This stress pattern, named casehardening, persists until the end of drying, even after the disappearance of the moisture content and temperature gradients. A conditioning phase is normally introduced at the end of the drying process in order to relieve these residual stresses. However, conditioning does not always lead to complete stress relief and wood distortion is then likely to occur in subsequent storage or machining. Internal checking (honeycomb) is another stress-related defect that usually occurs in the wood rays due to excessive tensile stresses in the core following stress reversal. All these stressrelated drying defects can lead to important raw material and economic losses if the drying process is not properly controlled.

The study of the rheological properties of wood in situations similar to kiln drying and the development of stress models are necessary steps toward a better understanding of the mechanical behavior of wood in drying and the control of stress-related defects. In spite of the fact that a great deal of research has been carried out in this field during the last two decades (e.g. Hisada 1986, Rice and Youngs 1990, Salin 1992, Ranta-Maunus 1992, 1993, Morén et al. 1993, Svensson 1995, 1996, Wu and Milota 1995, Perré 1996, Mårtensson and Svensson 1997, Haque et al. 2000, Ormarsson et al. 1999, Dahlblom et al. 2001, Pang 2001, Muszyński et al. 2003), more work has yet to be done to define more accurate

constitutive relations between stresses and strains and to determine the viscoelastic and mechano-sorptive creep material characteristics for a wider range of species and drying conditions.

The experimental determination of the viscoelastic and mechano-sorptive creep characteristics is time consuming and requires sophisticated procedures because of the wide range of hygrothermal conditions relevant to wood drying. Ideally, creep tests should be conducted in the three structural directions of wood and under both compression and tension loading. Mechano-sorptive tests, which are performed on specimens subjected to varying moisture conditions, must be analyzed very carefully because of the build-up of quasi-inevitable moisture gradients across the thickness of the specimens. These moisture gradients induce a nonlinear stress pattern through the thickness, making then difficult the interpretation on the material level of the creep data obtained under such conditions. This is particularly true in the case of flexural tests because the larger dimensions of the test specimens prevent uniform moisture losses (Muszyński et al. 2003).

Most experimental works on the rheological properties of wood related to drying applications were based on tension test setups (Ranta Maunus 1975, Hisada 1986, Mårtensson 1988, Castera 1989, Hunt 1997, Hanhijärvi 1999, 2000a). This allows the use of thin samples, which helps to minimize the effect of moisture gradients during mechanosorptive tests. A few authors have conducted creep tests on both tension and compression specimens (Hisada 1979, 1980, Wu and Milota 1995). In most cases the creep behavior of wood was found to be different for the two loading modes. As the equilibrium moisture content under load is different in tension and in compression, and because of the several factors that can affect the compression test (slenderness ratio, bulking effect, stress distribution, etc.), much care must be taken in comparing creep test results between these two loading modes. Moreover, a few studies indicated small differences in mechanosorptive creep behavior in compression and tension (Bengtsson 1999, Svensson and Toratti 2002).

Although flexural creep tests in relation to wood drying are more prone to moisture gradient induced stresses, they remain of great interest because of the close analogy with the mechanical behavior of wood during drying. Indeed, as above-mentioned, a piece of

wood at the beginning of drying has the shell in tension and the core in compression, and *vice versa* at the end of drying. Likewise, when a cantilever is subjected to a concentrated load at its free end, the upper face is in tension whereas the lower face is in compression. The experimental setup for a cantilever creep test is simple, reliable and is easily adaptable for parameter determination in the three structural directions of wood (Moutee et al. 2002). This test procedure also allows creep measurements in both tension and compression modes using bonded strain gages or optical techniques. Passard and Perré (2001b) conducted bending tests under constant load on small isostress (V-shape) cantilever specimens. Deflection has been studied using elastic cantilever beam theory only, based on the hypothesis of linearity of stress distribution through the thickness of the specimen. This is obviously a very restrictive hypothesis when applying the technique in varying moisture conditions.

The objective of this study is to develop a new cantilever beam theory to model the creep behavior of wood in relation to wood drying without any assumption on the stress distribution through the thickness of the cantilever. This will allow the use of the cantilever technique for creep measurements in both constant and varying moisture content conditions. Creep modeling is based on a simple four-element rheological model (Burger model) which considers the presence of a moisture content gradient through the thickness of the cantilever. The proposed approach can be easily extended to any type of rheological model.

2.2 Cantilever Beam Theory

2.2.1 Problem design

This paper presents the theory of a cantilever subjected to a punctual load at free end in which the moisture content gradient effect on stress distribution is taken into account. A cantilever in its simplest form is adopted, that is a parallel-sided bar of a constant cross section, rigidly clamped at its fixed end and loaded by a single load P at the free end acting perpendicular to the bar axis. The cantilever is analyzed using small deformation theory, which makes the problem isostatic.

The basic approach consists in modeling the mechanical behavior of the cantilever without any assumption on the stress distribution through the thickness using two equilibrium equations. These equilibrium equations should be satisfied all along the length of the cantilever. The stresses obtained from the time-dependent rheological model will be integrated over the thickness of the cantilever and used in the two global equilibrium equations. The curvature of the cantilever will be estimated from the assumed linear strain distribution over the thickness and the neutral axis position of this profile (Euler-Bernoulli hypothesis). Knowing the curvature in function of time, the deflection of any point along the cantilever will be calculated. Thus, from laboratory test displacement measurements (surface strain or deflection) in drying or non-drying conditions, this mathematical model in conjunction with an optimization algorithm could be used to estimate the parameters of the model by minimizing the difference between the measured displacements and the computed ones.

Considering an orthotropic cantilever with dimension $l \times b \times h$ (length \times width \times thickness) (Fig. 2.1), a Cartesian coordinate system (x, y, z) is used, where x is the axial coordinate, z the thickness coordinate, and y is normal to the symmetrical xz-plane. Fixed at x = 0 and loaded at x = l, the material properties, stresses and strains are assumed to be dependent only on the z-coordinate and the relationship between stress and strain is assumed to be nonlinear. The externally induced strain, function of the x-coordinate, forces the cantilever to bend in xz-plane. For slender cantilevers $\binom{l}{h} > 10$ the influence of shear is neglected and the normal stress components σ_{yy}, σ_{zz} are assumed to be negligible when compared to the axial stress σ_{xx} . Hence a uniaxial state of stress is considered.

The out-of-plane displacement w (deflection) which is defined as the distance between the cantilever neutral plane and its unloaded position is accompanied by a rotation of the cantilever neutral plane, defined as θ (Fig. 2.2). The function u(x,z) is the displacement in the x-direction across the thickness, which is linked to strain $\varepsilon(x,z)$ by the equation, $\varepsilon(x,z) = du(x,z)/dx$. Using the small deformation theory, we can write $\sin \theta \approx \theta$ and

$$u(x,z) = -\theta(x) \cdot z \tag{2.1}$$



Figure 2.1 Orthotropic cantilever (l= length; b= width and h= thickness) subjected to a punctual load P at free end.



Figure 2.2 Kinematic assumptions of Euler-Bernoulli.

2.2.2 Derivation of deflection curve

According to the Euler-Bernoulli beam assumption, a cross section which is plane and perpendicular to the axis of the undeformed beam remains plane and perpendicular to the deflection curve of the deformed beam (Batoz and Dhatt 1990). Using this assumption and Eq. (2.1), we can safely assume that there is negligible strain in the z direction ($\varepsilon_z = 0$); the strain distribution throughout the cantilever is

$$\mathcal{E}(x,z) = \frac{d}{dx}u(x,z) = \chi(x) \cdot z \tag{2.2}$$

where $\chi(x)$ represents the curvature radius of the cantilever

$$\chi(x) = -\frac{d\theta(x)}{dx}$$
(2.3)

With the assumption that a plane cross section remains plane after deformation, we have

()

$$\theta(x) = \frac{dw(x)}{dx} \tag{2.4}$$

where w(x) is the cantilever deflection. Combining Eqs. (2.3) and (2.4) we obtain

$$\chi(x) = -\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \tag{2.5}$$

Finally, with boundary conditions at fixed end, $w(x)|_{x=0} = 0$ and $\theta(x)|_{x=0} = \frac{d}{dx}w(x)|_{x=0} = 0$,

the deflection curve all along the cantilever can be calculated using the following equation:

$$w(x) = \int_{0}^{x} \int_{0}^{x} \chi(u) \, du \tag{2.6}$$

For elastic material, the stress-strain relationship is given by Hooke's law

$$\mathcal{E}(x,z) = \frac{\sigma(x,z)}{E}$$

where *E* is the Young's modulus. In the elastic cantilever beam theory, since the strain is assumed linear through the thickness, the stress is also linear through thickness due to Hooke's law and the maximum tensile and compressive stresses, σ^t and σ^c at $z = \pm h/2$ are equal in absolute value

$$\sigma^{t} = \left|\sigma^{c}\right| = \frac{\mathcal{M}}{I_{z}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{P(l-x)}{I_{z}} \cdot \frac{h}{2}$$
(2.7)

where $I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$, \mathcal{M} is the resulting bending moment of load *P*, and *h* the thickness. Thus,

from the two later equations, we obtain the relation

$$\mathcal{E}(z) = \frac{\sigma(z)}{E} = \frac{\mathcal{M}}{EI_z} \cdot z$$

Regarding Eq. (2.2), we can write

$$\chi(x) = \frac{\mathcal{M}}{EI_z}$$

and from Eq. (2.6), we obtain the well known elastic deflection at free end

$$\delta_{\max} = w(x)\big|_{x=l} = Pl^3 / 3EI_z$$

The bending deflection of a cantilever is generally considered as being proportional to the applied load. This assumption of elastic behavior is sufficient for the analysis of wood structure, but this is true only for short term observation and low load level. Even when submitted to a constant load, the cantilever deflection increases with time. This is the creep phenomenon. The magnitude of creep depends on moisture content, temperature and load level. This will be developed later in the text.

2.2.3 Cantilever equilibrium equations

Figure 2.3 shows the strain distribution at coordinate x, using the Euler-Bernoulli assumption; the total strain distribution is linear through the thickness, and we can write

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_{uf} \times \frac{z - z_0}{h/2 - z_0} \tag{2.8}$$

where ε_{uf} is the strain at z=h/2 and z_0 is the position of the neutral axis (*n.a.*) relative to the geometric axis where the total strain is zero. Therefore, we have two unknown variables (ε_{uf} and z_0), meaning that two equations are required to determine the two values. These equations are equilibrium equations of cantilever beam theory (Batoz and Dhatt 1990). Assuming that the neutral axis does not coincide with the geometric axis, the cantilever equilibrium equations are:

$$R_{\mathcal{M}} \equiv b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(x, z) \cdot (z - z_0) dz - \mathcal{M}(x) = 0$$
(2.9a)

$$R_{N} \equiv b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(x, z) \, dz = 0$$
 (2.9b)

where σ is the stress distribution through the thickness, z_0 is the position of the neutral axis and $\mathcal{M} = P(l-x)$ is the resulting bending moment at coordinate *x* due to the applied load *P*.

Because no axial load was assumed, the integral of all stresses through the cantilever cross section must be equal to zero (Eq. 2.9b). The sign of z is positive when locating fibers above the neutral axis and negative for fibers beneath the neutral axis. The load will provide tensile stresses σ_t^+ in all fibers lying on the positive side of the neutral axis. Compressive stresses σ_c^- exist in all fibers beneath the neutral axis, where z is negative.



Figure 2.3 Schematic of cantilever thickness (xz-plan) at given x-position, z0 is the location of the neutral axis (n.a.).

Up to this point, the cantilever beam theory was established without taking into account the stress-strain relation. If the stress-strain relation is established adopting rheological mathematical models, Eqs. (2.9) can be solved numerically and simultaneously for ε_{uf} and z_0 . This is done by a simple time stepping procedure, where iterations are made for each time step until equilibrium is obtained. This means that, when constitutive equations describing the linear or nonlinear stress-strain relation are established, the determination of stress field can be done by numerical integration of Eqs (2.9).

For a given time and for a given position x, the values of ε_{uf} and z_0 are computed iteratively. An integration scheme through the thickness of the cantilever is used to estimate the two equilibrium equations. Thus, these equations can be rewritten as:

$$R_{M} = b \sum_{n=1}^{N_{layer}} [\sigma(x, z_{n}) \cdot (z_{n} - z_{0}) W_{n}] - \mathcal{M}(x) = 0$$
(2.10a)

$$R_{N} = b \sum_{n=1}^{N_{layer}} \sigma(x, z_{n}) W_{n} = 0$$
 (2.10b)

where W_n is the weight relied to the integration scheme and z_n is the location of the layer at which the stress is evaluated using an appropriate rheological model.

If Eqs. (2.9) are satisfied along the cantilever, we know the value of ε_{uf} and z_0 at any coordinate x and at any time t. Thus, we can calculate the curvature from the following equation:

$$\chi = \frac{\varepsilon_{uf}(x,t)}{h/2 - z_0(x,t)}$$

Using Eq. (2.6), the deflection of the cantilever will be known at any position and at any time.

The main advantage of the above described approach is that the proposed cantilever beam theory is completely independent of the stress-strain relation. The stress-strain relation could be linear or non-linear and time dependent or not. We only need to solve the constitutive model to estimate the stress at the given location in time and space (t, x, z). No assumption is needed on the stress distribution through the thickness. The proposed approach is therefore more general.

2.3 Rheological model

Since the aim of this paper is not to develop a new rheological model as such, creep modeling will be restrained to a modified Burger model in which moisture content change in wood is taken into account as well as shrinkage strain (Fig. 2.4).

2.3.1 Burger model (viscoelastic creep model)

For the purpose of this study, it is assumed that the four-element Burger model is adequate to predict the creep response of wood (Senft and Suddarth 1970; Hoyle et al. 1986; Fridley et al. 1992). The Burger model will, however, be modified to account for moisture change effects. It should be noted that the Burger model is valid only for primary and secondary creep behavior, and that tertiary creep is not predicted by the model (Fridley et al. 1992).



Figure 2.4 Four-element rheological model (Burger model) with shrinkage component.

Constitutive equations in 1-D

In an uniaxial Burger rheological behavior (1-D), it is assumed that the total strain $\varepsilon = \varepsilon(t,T,M)$ is composed of three components: elastic strain (ε_e), viscoelastic strain (ε_v) (completely recoverable) and "viscoplastic" strain (ε_p) (permanent deformation), in addition to the deformation due to free shrinkage (ε_M) and temperature change (ε_T). The total strain ε is written as follows:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v + \varepsilon_n + \varepsilon_M + \varepsilon_T \tag{2.11}$$

The mathematical expressions for the three first components of strain (Burger) are:

$$\sigma = E_e \varepsilon_e \tag{2.12}$$

$$\sigma = E_{\nu}\varepsilon_{\nu} + \eta_{\nu}\dot{\varepsilon}_{\nu} \tag{2.13}$$

$$\sigma = \eta_p \dot{\varepsilon}_p \tag{2.14}$$

where σ is the applied stress, E_e the Hookean spring constant associated with elastic deformation, E_v and η_v the Hookean spring constant and viscosity of the Newtonian dashpot, respectively, of the Kelvin element, and η_p the viscosity of the Newtonian dashpot associated with unrecoverable strain. The over-dot represents the time derivative.

In constant moisture content conditions the analytical formulation of strain-stress relationship of Burger model is (Bodig and Jane 1982):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_e} + \frac{\sigma}{E_v} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_v}{\eta_v} \cdot t\right) \right) + \frac{\sigma}{\eta_p} \cdot t$$
(2.15)

Free shrinkage strain rate

Shrinkage appears in all parts of the board for which the moisture content (MC) is within the hygroscopic range.

$$\dot{\varepsilon}_{M} = \frac{d\varepsilon_{M}}{dt} = \beta \frac{dM_{fsp}}{dt}$$
(2.16)

where β is the shrinkage/swelling coefficient (independent of moisture) and dM_{fsp}/dt is the drying rate below FSP.

2.3.2 Hygrothermal effects

Moisture content and temperature are known to affect the mechanical properties of wood. In the case of the four-elements model defined previously, the values of E_e , E_v , η_v and η_p must be adjusted for their hygrothermal state. Only the moisture effect was considered in this study. The elastic modulus depends on moisture content according to the formulation proposed by Guitard (1987):

$$E_i^M = E_i^{12} [1 - 0.015(M - 12)]$$
(2.17)

where E_i^M is the elastic modulus at the actual MC (*i=e*, *v*); E_i^{12} is the elastic modulus at 12% MC. Eq. (2.17) is valid for moisture content between 6% and FSP. As no information was available about moisture content effect on viscous parameters (η_v and η_p), we adopted the same relation as in Eq. (2.17), i.e.

$$\eta_i^M = \eta_i^{12} [1 - 0.015(M - 12)]$$
(2.18)

2.4 Numerical methods

The cantilever beam theory and the creep model presented in the previous sections can be combined to perform simulations of the cantilever under various loading and moisture conditions. In order to do so the overall model has to be implemented into a computer program.

Whether the simulation used is one or two dimensional, there are some aspects that have to be recognized. The implemented model is non-linear and the description of the development of stresses and strains is history dependent. This means that an incremental formulation must be used.

Having a given constitutive model (Burger model), we can solve the cantilever equilibrium Eqs. (2.10a) and (2.10b). Therefore, we need to reformulate Eqs. (2.11) to (2.14) into stress at x and z position of a cantilever subjected to a single load P at the free end. Eq. (2.11), can be written as

$$\varepsilon_{e} = \varepsilon - \varepsilon_{v} - \varepsilon_{p} - \varepsilon_{M} = \sigma/E_{e}$$

$$\Rightarrow \sigma = E_{e} \cdot \left(\varepsilon - \varepsilon_{v} - \varepsilon_{p} - \varepsilon_{M}\right)$$
(2.19)

Substituting (2.19) into Eqs. (2.13) and (2.14), we obtain

$$\begin{cases} \eta_{v} \dot{\varepsilon}_{v} + (E_{e} + E_{v}) \cdot \varepsilon_{v} + E_{e} \cdot \varepsilon_{p} = E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \\ \eta_{p} \dot{\varepsilon}_{p} + E_{e} \varepsilon_{p} + E_{e} \varepsilon_{v} = E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \end{cases}$$

In matrix notation we have:

$$\begin{bmatrix} \eta_{v} & 0\\ 0 & \eta_{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{v}\\ \dot{\varepsilon}_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{e} + E_{v} & E_{e}\\ E_{e} & E_{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{v}\\ \varepsilon_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \\ E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \end{bmatrix}$$
(2.20)

We adopt the α -scheme for time discretization:

$$\left\{\varepsilon_{i}\right\}^{k+1} = \left\{\varepsilon_{i}\right\}^{k} + \Delta t \left[\left(1 - \alpha\right)\left\{\dot{\varepsilon}_{i}\right\}^{k} + \theta\left\{\dot{\varepsilon}_{i}\right\}^{k+1}\right]$$

$$(2.21)$$

where i = v, p and k is the time step number. Using an implicit scheme $\alpha = 1$, Eq. (2.20) becomes:

$$\begin{bmatrix} \frac{\eta_{\nu}}{\Delta t} + E_e + E_{\nu} & E_e \\ E_e & \frac{\eta_p}{\Delta t} + E_e \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{\nu} \\ \varepsilon_{p} \end{cases}^{k+1} = \begin{bmatrix} \frac{\eta_{\nu}}{\Delta t} & 0 \\ 0 & \frac{\eta_p}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{\nu} \\ \varepsilon_{p} \end{cases}^{k} + \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} E_e \cdot (\varepsilon - \varepsilon_M)^{k+1} \tag{2.22}$$

Note that all physical parameters in Eq. (2.22) must be evaluated at time k+1 using Eqs. (2.17) and (2.18). The numerical procedure consists to solve Eqs. (2.10a) and (2.10b) for ε_{uf} and z_0 . This is done by dividing the board into *n* layers of equal thickness, and by means of a simple time stepping procedure, iterations are made for each time step until equilibrium is obtained. Therefore the strain field $\varepsilon(z)$ and stress field $\sigma(z)$ are simultaneously computed at (x, z) position.

For a cantilever in drying conditions, we need a one-dimensional water transport history to be used as input for drying stress simulations. Thus, a parabolic function was chosen to simulate theoretical moisture content profiles through thickness with respect to time (Fig. 2.5):

$$M(z,t) = a(t) \cdot z^{2} + b(t) \cdot z + c(t)$$

where a(t), b(t) and c(t) are polynomial coefficients evolving with time. The total drying time from 38% to 10% MC was assumed to be 10 h with a constant drying rate from start to finish. The numerical procedure was developed using Maple 9 Engineering Software under Windows 32-bits platform.



Figure 2.5 Moisture content profiles through thickness *z* for a drying of 10 h.

2.5 Results and discussion

A longitudinal oriented specimen of dimensions l = 100 mm, h = 3 mm, b = 25 mm was considered for the simulations. Burger model parameters at 12% MC were taken as: $E_e = 10,400 \text{ MPa}$, $E_v = 10,000 \text{ MPa}$, $\eta_v = 10,000 \text{ MPa.h}$, and $\eta_p = 239,000 \text{ MPa.h}$. Longitudinal shrinkage was assumed to be linear with a total shrinkage coefficient $\beta = 0.3\%$. Note that except for Young's modulus which is representative of white spruce (*Picea glauca* (Moench.) Voss.) wood at ambient temperature, the above Burger parameter values are only very rough estimates deduced from preliminary creep tests. Furthermore, the value of η_v was deliberately lowered in order to amplify for graphical representation the viscoelastic creep deformation which is normally very small at ambient temperature. All the simulations were run at constant temperature.

2.5.1 Creep in constant conditions

The first analysis consists in simulating the creep in constant moisture conditions (18% MC) under the load levels of 742 g and 247 g, corresponding to 30% and 10% of bending strength (MOR) at quarter span (x = l/4), respectively. The loading time is 300 min. The same time period is used for the recovery part. The simulation results are shown in Figs. 2.6a (surface stress) and 2.6b (surface strain). The analytical solution of creep (Eqs. 2.7 and 2.15) for the load of 742 g is reported for comparison with the numerical simulation.

The computed stress is the same as the one using elastic cantilever beam theory equation (Eq. 2.7) for each given load. As expected, total surface creep increases with increasing stress level. For the load of 742 g, the surface creep and creep recovery computed from the simulation model are identical to the analytical calculations from Eq. (2.15), which proves the accuracy of the simulation model. As moisture content is constant, there are no drying induced stresses; thus, the stress distribution through the thickness is linear and the neutral axis coincides with the geometrical center of the cross section.

Figure 2.7 presents the computed deflection time dependent w(t) at free end (x = l) for a load of 742 g. The deflection curve exhibits a similar shape as the surface strain curve (Fig. 2.6b) since the deflection is inferred from the axial strain. One must recall that deflection in function of time can be estimated at any position along the cantilever.



Figure 2.6 Simulations of stress and tensile surface creep/recovery creep at x = l/4 from fixed end for two loads (742 g and 247 g) at 18% MC, unloaded after 300 min. a) Surface stress and; b) Surface strain.



Figure 2.7 Deflection at free end (x = l) for a load of 742 g (30% SL) and 18% MC.

2.5.2 Creep in drying conditions

The creep behavior of the cantilever under load is affected during drying. The moisture content history imposed for this test was given in Fig. 2.5. Under such conditions, the shrinkage strain must be added to the Burger model. In order to have the same surface stress (14.57 MPa) than in constant moisture conditions (Fig. 2.6a), a load of 557 g was considered for the simulation, which corresponds to about 50% MOR for green white spruce wood. The drying procedure begins 5 min after load application. The simulation results obtained at quarter span are shown in Fig. 2.8.

Figure 2.8a compares the computed stress vs. time for constant and varying moisture conditions. As the drying of wood induces shrinkage below FSP, drying stresses appear. Reporting the stress profile through the thickness for both conditions after 120 min of drying (Fig. 2.8b), we can see that in drying conditions the stress is non linear and the location of the neutral axis moves away from the geometric center of the cross section. Thus, it is clear that under drying conditions, the stress field cannot be estimated from the classical elastic cantilever beam theory.



Figure 2.8 Computed stress at x = l/4 under constant moisture conditions (18% MC and 30% SL); and under drying conditions (drying from 38% to 10% MC and 50% SL). a) Surface stress with time; b) Stress profile through thickness after 2 h of drying.

Figure 2.9 shows for the same simulation the total strain, the shrinkage strain and the pure creep strain at the upper face of the cantilever. The creep strain is obtained by subtracting shrinkage strain from total strain. Shrinkage strain is negative deformation whereas creep strain at the upper face is positive due to the applied load. Thus, at the upper face the shrinkage decreases the total strain during load application and *vice versa* after unloading.

2.5.3 Drying stress without load

Another simulation was run to study stress and strain evolution in the cantilever during drying but with no load applied at free end. This represents the case of purely drying-induced stresses as a result of moisture content change. The drying schedule imposed for this test was given in Fig. 2.5, except that in this case the initial moisture content was set at 35% so as to shorten the drying above FSP. Figure 2.10 shows the result of stress simulation at the surface and at the centre of the board during drying. After about 30 min the moisture content at the wood surface drops below FSP. With further drying, the surface attempts to shrink but is restrained by the interior of the beam which is still above FSP. This constraint state of deformation induces tensile stresses within the surface layers and compressive stresses in the center of the cantilever.



Figure 2.9 Computed tensile surface strain in drying conditions (drying from 38% to 10% MC) for a 300 min loading (557 g) and unloading time.



Figure 2.10 Development of stress in the surface and center layers of the board during drying (from 35% to 10% MC).

The maximum tensile stress at the surface of the beam is approximately 2.1 MPa. This stress level is reached after 2.5 h of drying. The maximum compressive stress at the centre in the same cross section is approximately 1.2 MPa, and this after 3 h of drying. Stress reversal caused by the tension set at the surface appears after approximately 9 h of drying. These results are in good agreement with the experimental data reported in the literature (McMillen 1955, Cech 1964). Stress reversal takes place at too low moisture content but this would be in great part due to the inaccuracy of the parameter values used for the rheological model.

2.6 Conclusions

The objective of this study was to develop a new approach of modeling the creep behavior of wood in a cantilever loaded at free end in relation to wood drying. The following conclusions can be drawn from this work:

- Using a rheological model and the proposed approach for the cantilever beam behavior under load, it is possible to estimate the strain and stress profiles at any position along the cantilever span without any assumption on the stress distribution through the thickness.
- The main advantage of the proposed approach is that it can be used to simulate experimental creep bending tests in the presence of moisture content gradients, and thus the nonlinear stress distribution. This allows the estimation of the parameters of any adopted rheological model using an optimization technique which minimizes the difference between experimental data (surface strain or deflection measurements) and numerical predictions.
- The cantilever technique allows simultaneous creep measurements in tension and in compression through surface strain measurements.
- Under no load conditions, the proposed modeling approach for the cantilever becomes a simple drying stress simulation model which can predict drying stresses development in wood throughout the process.

Work is ongoing to test a more complete rheological model for the cantilever subjected to various moisture conditions.

Acknowledgments

The authors are grateful for the financial support of this research from Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (No. 224297) and Forintek Canada Corp.

Chapitre 3

A global rheological model of wood cantilever as applied to wood drying

Résumé

Dans un procédé de séchage du bois, des contraintes sont inévitablement induites. Ceci mène souvent à des déformations peu désirées qui peuvent considérablement affecter la qualité du produit sec. Le but de cette étude était de proposer une nouvelle représentation de modèle rhéologique capable de prévoir l'évolution des contraintes et déformations dans le bois en flexion porte-à-faux applicable au séchage du bois. Le modèle rhéologique prend en compte le retrait libre, la relation contrainte-déformation instantanée, le fluage induit par le temps et le fluage mécanosorptif. La loi constitutive est basée sur un modèle élastoviscoplastique qui tient compte du gradient d'humidité dans le bois, de l'effet de la charge externe, et d'une contrainte seuil des déformations viscoplastiques (déformations permanentes) qui dépend du niveau de charge. Le modèle a été implanté dans un code numérique qui calcule les contraintes et déformations d'une pièce de bois en flexion porteà-faux soumis à une charge constante dans différentes conditions de teneur en humidité. Les résultats obtenus indiquent que le comportement linéaire et non linéaire du fluage du bois en porte-à-faux sous divers niveaux de charge peut être simulé en utilisant seulement un élément de Kelvin combiné avec un élément de type seuil viscoplastique. Le modèle rhéologique proposé a été développé en vue de l'identification des paramètres du modèle à partir des essais de fluage en porte-à-faux, mais il peut être facilement utilisé pour simuler les contraintes de séchage d'une pièce de bois soumis à aucune charge externe. Il peut donc prévoir le phénomène d'inversion d'effort, les contraintes résiduelles et la contrainte maximale à travers l'épaisseur au cours d'un processus de séchage typique.

Abstract

In the process of wood drying inevitable stresses are induced. This often leads to checking and undesired deformations that may greatly affect the quality of the dried product. The purpose of this study was to propose a new rheological model representation capable to predict the evolution of stresses and deformations in wood cantilever as applied to wood drying. The rheological model considers wood shrinkage, instantaneous stress-strain relationships, time induced creep, and mechano-sorptive creep. The constitutive law is based on an elasto-viscoplastic model that takes into account the moisture content gradient in wood, the effect of external load, and a threshold viscoplastic (permanent) strain which is dependent on stress level and time. The model was implanted into a numerical program that computes stresses and strains of wood cantilever under constant load for various moisture content conditions. The results indicate that linear and nonlinear creep behavior of wood cantilever under various load levels can be simulated using only one Kelvin element model in combination with a threshold-type viscoplastic element. The proposed rheological model was first developed for the identification of model parameters from cantilever creep tests, but it can be easily used to simulate drying stresses of a piece of wood subjected to no external load. It can therefore predict the stress reversal phenomenon, residual stresses and maximum stress through thickness during a typical drying process.

Keywords: Rheological model; Viscoplasticity; Mechano–sorption; Cantilever; Wood creep; Drying stresses

3.1 Introduction

In the process of wood drying inevitable stresses are produced. The stress level depends on several factors such as the drying process, drying schedule, wood species, sawing pattern, and board thickness. Checking and undesired deformations are the most detrimental defects caused by drying stresses. If not properly relieved through conditioning, residual drying stresses may have a great impact on the quality of manufactured wood products. The detection or on-line monitoring of drying stresses in wood during drying is very difficult to perform in practice, even in closely controlled laboratory experiments. In order to avoid the formation of surface or internal checks in wood, the usual approach in commercial kilns is

the use of conservative drying schedules that keep the drying stresses below the strength of the wood at any given temperature and moisture content. Unfortunately, this is generally done at the expense of time and energy and any modification to be brought to the drying schedule is a risky adventure. Therefore, there is a need for the development of predictive mathematical models describing the mechanism of stress development in wood during drying so as to build optimized drying schedules that can minimize drying stresses and deformations.

In order to analyze the mechanical behavior of wood during drying, it is important to understand the basic characteristics of heat and mass transfer in wood and their effect on stress development. The typical pattern of stress development during wood drying exhibits a state of tensile stresses at the board surface and compression stresses in the core at the beginning of drying, and *vice versa* at the end of drying. The stress reversal phenomenon occurs because in the early stages of drying a state of permanent or sub-permanent wood deformation takes place at the board surface (tension set) and in the interior zones. The mechanical behavior of wood is very complex, exhibiting immediate creep characteristics upon application of an external load or internal induced stress. This "memory" effect of wood has to be taken into account for a good understanding of the mechanical behavior of wood during drying. Another phenomenon that occurs when wood is subjected to both stresses and moisture losses is a complementary deformation known as mechano-sorptive (MS) deformation. This deformation is generally considered to be larger than the creep deformation occurring under constant moisture content conditions (Ranta-Maunus 1992; Mårtensson 1994; Dinwoodie et al. 1995; Wu and Milota 1995; Hanhijärvi 2000).

A number of rheological models of wood drying have been proposed during the last two decades (Rice and Youngs 1990, Salin 1992, Ranta-Maunus 1992, 1993, Svensson 1995, 1996, Wu and Milota 1995, Mårtensson and Svensson 1997, Ormarsson et al. 1999, Haque et al. 2000, Dahlblom et al. 2001, Pang 2001). Salin (1989) and Rice and Youngs (1990) mentioned that the Burger model used for describing viscoelastic strain could not fully account for the observed stress levels in the timber. The Kelvin model, or N Kelvin associated elements model, has been the most commonly used mechanical analogue to describe viscoelastic behavior in wood (Hanhijärvi 2000a, Haque et al. 2000, Allegretti et

al. 2003, Perré and Passard 2004). However, using N Kelvin elements model increases the number of rheological parameters that need to be computed, thus bringing more difficulty into the solution or more dispersion in the solved rheological parameter values. Furthermore, the determination of each group of parameters requires a different load level.

A few studies have been carried out on the effect of stress level on the creep properties of wood. It is generally thought that wood at low stress level is a linear viscoelastic material; otherwise, it is a nonlinear viscoelastic material. A nonlinearity of creep at about 50% of the bending strength and at about 70% of the maximum strength in compression was reported by Kingston and Budgen (1972). Miller and George (1974) observed that spruce wood in simple beam bending becomes a nonlinear viscoelastic material at a stress level of 40%. A similar study on four tropical hardwoods from Cameroon reported a nonlinear creep behavior in bending at a stress level as low as 35% (Foudjet and Bremond 1989).

It has often been asked whether the mechano-sorptive creep is an independent phenomenon, or whether the intensified creep is a result of high stresses caused by moisture gradients. In some rheological models, considering that viscoelastic creep at constant moisture content (MC) is negligible compared to the mechano-sorptive one, the viscoelastic creep component is deliberately omitted (Ranta-Maunus 1990, Ormarsson et al. 1999). However, the basic mechanism of mechano-sorption remains unclear and the diversity of experimental methods makes difficult the comparison of published results. Despite the progress made during the last two decades in the development of mechanical models with respect to wood drying, there is still room for improvement, and much remains to be done in the determination of model parameters.

This paper presents a wood drying model based on classical rheology as applied to a cantilever specimen used to determine model parameters. The model exhibits the elastic behavior, the "memory" effect of wood (creep), the permanent deformation by introducing the concept of a "threshold" viscoplastic strain, the combined effect of drying rate and load (mechano-sorptive strain), and the free shrinkage strain. The main originality of the proposed rheological model is that it takes into account any non linear viscoelastic behavior of the wood cantilever. The material properties are assumed to be affected by moisture content and temperature variations during drying. The rheological model is implemented

into an applicable program that simulates the creep of a cantilever loaded at free end under constant moisture content conditions and under drying conditions (Moutee et al. 2005). The effect of viscoelastic creep and the effect of mechano-sorptive creep are first considered separately, and then where both are effective.

3.2 Background theory

3.2.1 Cantilever equilibrium equations

The creep modeling approach is based on the theory of a cantilever subjected to a punctual load at free end in which the moisture content effect on stress distribution is taken into account. The mathematical development of the cantilever theory is given in Moutee et al. (2005). Only the main strain and stress equations will therefore be recalled here. Considering an orthotropic wood cantilever beam with dimensions l: length $\times b$: width $\times h$: thickness (Fig. 3.1a), the total strain distribution at coordinate x is, according to the Euler-Bernoulli assumption, linear through the thickness (Fig. 3.1b):

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_{uf} \times \frac{z - z_0}{(h/2) - z_0} \tag{3.1}$$

where ε_{uf} is the strain at surface layer z = h/2 and z_0 is the position of the neutral axis (where the total strain is zero) relative to the geometric axis. There are two unknown variables (ε_{uf} and z_0), meaning that two equations are required to determine the two values. The equilibrium equations of cantilever beam theory are:

$$R_{\mathcal{M}} \equiv b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(x, z) \cdot (z - z_0) dz - \mathcal{M}(x) = 0$$
(3.2a)

$$R_N \equiv b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(x, z) dz = 0$$
(3.2b)

where σ is the stress distribution through the thickness, z_0 is the position of the neutral axis and $\mathcal{M} = P(l-x)$ is the bending moment at coordinate *x* due to the applied load *P*. In

the absence of an axial load, the load *P* will induce tensile stresses σ_t^+ in all fibers lying on the positive side of the neutral axis, and compressive stresses σ_c^- in all fibers beneath the neutral axis (Fig. 3.1b).



Figure 3.1 **a** wood cantilever; **b** schematic of strain distribution through cantilever thickness (*xz*-plan) at *x* position (z_0) is the neutral axis location).

Substituting into Eqs. (3.2) the strain-stress relation of the rheological constitutive model, the stress field at the given location in time and space (t, x, z) can be easily estimated. No assumption is needed on the stress distribution through the thickness. For a given time *t* and for a given position *x*, the values of ε_{uf} and z_0 are computed through an iterative procedure and then the stress field through the beam thickness. The curvature of the cantilever is given by:

$$\chi(x,t) = \frac{\varepsilon_{uf}(x,t)}{(h/2) - z_0(x,t)}$$
(3.3)

and the deflection by:

$$w(x,t) = \int_{0}^{x} \int_{0}^{x} \chi(u,t) \, du \tag{3.4}$$

For the modeling of induced drying stresses only, the cantilever is free of load and the bending moment \mathcal{M} of Eq. (3.2a) is set equal to zero.

3.3 Rheological model

Rheological processes in wood are very complex, and care must be taken to avoid oversimplification. However, the various phenomena in the rheological processes can be described fairly accurately through a combination of spring and viscous dashpot elements. Under constant moisture content conditions the mechanical behavior of wood is usually assumed to be viscoelastic. Models of pure viscoelastic creep in wood often consist of series or parallel combinations of spring and dashpot elements, such as the Maxwell and Kelvin models. In the Burger model, a Maxwell and a Kelvin model are connected in series. Purely mathematical power-law expressions are also used to fit creep data (Haque et al. 2000).

3.3.1 Global hygro-mechanical constitutive model

In situation of drying and in uniaxial rheological behavior, the total strain is composed of the elastic strain (ε_e), viscoelastic strain (ε_v) (totally recoverable), "viscoplastic" strain (ε_p) (permanent deformation), and mechano-sorptive strain (ε_{ms}), in addition to the deformation due to free shrinkage (ε_M) (Fig. 3.2):

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v + \varepsilon_p + \varepsilon_{ms} + \varepsilon_M \tag{3.5}$$

The arrows in Fig. 3.2 represent the direct effect of drying on wood mechanical behavior. A rate formulation of Eq. (3.5) is more convenient for the mathematical representation of these mechanical phenomena. The total strain rate formulation can be written as:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_v + \dot{\varepsilon}_p + \dot{\varepsilon}_{ms} + \dot{\varepsilon}_M \tag{3.6}$$

where the overdot represents the time derivative. Mathematical modeling of internal stress development in wood during drying requires detailed knowledge about each strain component. Each strain component is developed hereinafter in one-dimensional formulation.



Figure 3.2 Schematic representation of the proposed rheological model.

Instantaneous strain rate is related to stress rate by:

$$\dot{\mathcal{E}}_{e} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sigma}{E_{e}} \right) \tag{3.7}$$

where σ is the applied stress (or drying stress), and E_e the Hookean spring constant (Young's modulus).

Kelvin model is used to represent the total recoverable strain after unloading. The viscoelastic stress-strain relationship is given by:

$$\sigma = E_v \cdot \varepsilon_v + \eta_v \cdot \dot{\varepsilon}_v \tag{3.8}$$

where σ is the applied stress, E_{ν} and η_{ν} the Hookean spring constant and viscosity of the Newtonian dashpot of the Kelvin element, respectively.

The viscoplastic model consists of a slider and dashpot elements in parallel. The viscoplastic component is based on Bingham model (Bingham 1922) where the viscoplastic stress-strain relationship is given by:

$$\dot{\varepsilon}_{p} = \frac{d\varepsilon_{p}}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{if } \sigma \leq \sigma_{p} \\ \frac{1 - \frac{\sigma_{p}}{|\sigma|}}{\eta_{p}} \sigma & \text{if } |\sigma| > \sigma_{p} \end{cases}$$
(3.9)

where η_p is the viscosity of the Newtonian dashpot associated with unrecoverable strain.

The mechano-sorptive effect starts to take place below fiber saturation point (FSP), and occurs as soon as the moisture content changes during drying. The proposed mechano-sorptive model is the one presented by Salin (1992):

$$\dot{\varepsilon}_{ms} = \frac{d\varepsilon_{ms}}{dt} = \frac{1}{\eta_{ms}} \left| \frac{dM}{dt} \right| (\sigma - E_{ms} \cdot \varepsilon_{ms})$$
(3.10)
where $\frac{1}{\eta_{ms}}$ is the mechano-sorptive coefficient (MPa⁻¹), E_{ms} the apparent mechanosorptive modulus, and $\left|\frac{dM}{dt}\right|$ is the absolute value of the drying rate.

From Eq. (3.10), we have

$$\sigma = \eta_{ms} \frac{1}{\left|\frac{dM}{dt}\right|} \dot{\varepsilon}_{ms} + E_{ms} \,\varepsilon_{ms} \tag{3.11}$$

This equation is analogous to the Kelvin model for viscoelastic creep (Eq. 3.8) except for the change of the variable "time" t for "moisture content" M, the effect of time being implicitly taken into account in the value of M. The material constants describing the interaction of stress and moisture change are assumed to be independent of stress for the specified sorption and loading conditions (Wu and Milota 1996).

Shrinkage appears in all parts of the board for which the MC is within the hygroscopic range:

$$\dot{\varepsilon}_{M} = \frac{d\varepsilon_{M}}{dt} = \beta \cdot \frac{dM}{dt} \bigg|_{M \le fsp}$$
(3.12)

where β is the shrinkage/swelling coefficient (independent of moisture) and $\frac{dM}{dt}$ is the drying rate below FSP.

The model of Fig. 3.2, which describes uniaxial behavior only, consists of nine unknown parameters. The model can be expanded for two-dimensional or three-dimensional studies. In the three-dimensional case and considering orthotropy of wood, we need a fourth order tensor for each parameter, except for shrinkage and thermal expansion that need second order tensor (Moutee et al. 2002).

3.4 Global model decomposition and simulation considerations

In order to exhibit the behavior of each component and their relative importance in the proposed global rheological model, various combinations of the model parameters (Table 3.1) were considered separately using the cantilever as loading mode.

3.4.1 Elasto–viscoplastic model in constant hygrothermal conditions (Model 1)

For the elasto-viscoplastic model (i.e. the three first components of global rheological model of Fig. 3.2), if stresses developed in the material upon application of the load are smaller than the threshold stress, the deformation of the body can be divided into instantaneous elastic and delayed elastic components (viscoelastic creep). The instantaneous elastic and delayed elastic deformations are totally recoverable on removal of load, providing the delayed elastic deformation is allowed sufficient time. If the applied load causes stresses that exceed the threshold stress (high stress level), permanent deformation will take place immediately, and later, after unloading, the deformation will not be totally recoverable. The magnitude of the non recoverable strain depends on applied load level and time.

For a cantilever, the maximum stress is located at the surface (tensile stress at the upper face and compressive stress at lower face) and the zero stress is located at mid-thickness (neutral axis). If the stress at surface is above the threshold, this means that somewhere in the cantilever thickness the stress is under the threshold and a nonlinear stress pattern develops (Fig. 3.3). Model 1 is therefore adequate to simulate creep and creep recovery both at low and high stress levels.

Material	Elastic	Recoverable	Unrecoverable	Shrinkage	Mechano-sorptive
assumption	strain	strain	strain	strain	strain
Model 1	$\dot{\mathcal{E}}_{e}$	$\dot{\mathcal{E}}_{v}$	$\dot{m{arepsilon}}_p$		
Model 2	$\dot{\mathcal{E}}_{e}$	$\dot{\mathcal{E}}_{v}$	$\dot{m{arepsilon}}_p$	$\dot{oldsymbol{arepsilon}}_M$	
Model 3	$\dot{\mathcal{E}}_{e}$	$\dot{\mathcal{E}}_{_{\mathcal{V}}}$	$\dot{\mathcal{E}}_p$	$\dot{m{arepsilon}}_M$	$\dot{\mathcal{E}}_{ms}$

Table 3.1Alternative models.



Figure 3.3 Localization of plastic threshold through board thickness in numerical procedure and the resulting nonlinear stress profile.

3.4.2 Elasto-viscoplastic model in drying conditions (Model 2)

For stress modeling in drying conditions, the shrinkage component is added to Model 1 to give Model 2. This combination is further complicated by the fact that the elastic and creep parameters vary with time since they are moisture content dependent. Model 2 is used hereinafter for stress pattern calculation in isothermal drying conditions under load, and without load (real drying).

3.4.3 Global rheological model (Model 3)

Model 3 represents the global rheological model described previously. Model 2 describes the effect of viscoelastic creep behavior only. By adding the mechano-sorptive component, Model 3 allows us to simulate the overall effect of drying on stress development in wood. The study of various combinations of the proposed global model is useful for the elaboration of an experimental setup that makes easier the step by step determination of global rheological model parameters. This also exhibits the consequence on drying stress patterns of considering the viscoelastic creep and the mechano-sorptive creep either separately or together.

3.4.4 Moisture content effects on model parameters

In drying conditions, mechanical properties of wood are affected by moisture content and temperature changes. Therefore, the parameters of rheological model must be adjusted for their hygrothermal state. As mentioned above, the temperature effect was not considered in this study. The elastic modulus dependency on moisture content was based on the formulation proposed by Guitard (1987). As no information was available for the moisture content effect on viscous parameters, we assumed that the elastic formulation was applicable:

$$E_i^M = E_i^{12} [1 - 0.015 (M - 12)]$$
(3.13)

$$\eta_j^M = \eta_j^{12} [1 - 0.015(M - 12)]$$
(3.14)

where E_i^M is the elastic modulus at the actual MC (i = e, v); E_i^{12} is the elastic modulus at 12% MC; η_j^M is the viscous coefficient at the actual MC (j = v, p); and η_j^{12} is the viscous coefficient at 12% MC. Equations (3.13) and (3.14) are valid for moisture content between 6% and FSP. In this study, we consider that the mechano-sorptive coefficients (E_{ms} and η_{ms}) are not affected by moisture content change as no published data seem to be available on the subject.

3.4.5 Moisture content gradient development

This paper is not aimed at modeling the heat and mass transfer in wood during drying. However, for the application of the proposed rheological model in drying conditions, we need a one dimensional water transport history to be used as input for drying stress-strain simulation. Thus, a numerical algorithm was built to reproduce moisture content profiles representative of a conventional drying program:

$$M(z,t) = a(t)z^{3} + b(t)z^{2} + c(t)z + d(t)$$

where a(t), b(t), c(t), and d(t) are second order polynomial function of time. Figure 3.4 shows the evolution of the moisture content profiles over thickness. The total drying time from 40% to 10% MC was assumed to be 8 h for a longitudinally oriented 3-mm thick cantilever (Fig. 3.1).



Figure 3.4 Moisture content evolution with time. **a** center, surface and average moisture content; **b** moisture content profiles through thickness at different drying times.

3.5 Numerical procedure

For the numerical simulation of creep and creep recovery of wood under load, the global model has to be implemented into a computer program. The implemented model is nonlinear and the description of the development of stresses and strains is history

dependent. Therefore, an implicit integration scheme technique is used to reduce numerical errors introduced in each time step, and to perform iterations of the solution during each time increment. Note that, in this section, only the numerical procedure of the global mathematical model is presented. The same formulation technique is used for all alternative models presented in Table 3.1.

For the implementation of the numerical procedure, Eqs. 3.5 to 3.11 must be rewritten into stress formulation at position x and z of a cantilever beam subjected to a single load P at the free end. If thermal dilatation strain is not taken into account, Eq. (3.5) can be rewritten as:

$$\sigma = E_e \cdot \left(\varepsilon - \varepsilon_v - \varepsilon_p - \varepsilon_{ms} - \varepsilon_M \right)$$
(3.15)

Substituting (3.15) into Eqs. (3.8), (3.9) and (3.11), we obtain

$$\begin{cases} \eta_{v}\dot{\varepsilon}_{v} + (E_{e} + E_{v})\cdot\varepsilon_{v} + E_{e}\cdot\varepsilon_{p} + E_{e}\cdot\varepsilon_{ms} = E_{e}\cdot(\varepsilon - \varepsilon_{M}) \\ \eta_{p}\dot{\varepsilon}_{p} + E_{e}\varepsilon_{p} + E_{e}\varepsilon_{v} + E_{e}\cdot\varepsilon_{ms} = E_{e}\cdot(\varepsilon - \varepsilon_{M}) - sign(\sigma)\cdot\sigma_{p} \\ \frac{\eta_{ms}}{|\dot{M}|}\cdot\dot{\varepsilon}_{ms} + E_{e}\varepsilon_{v} + E_{e}\varepsilon_{p} + (E_{e} + E_{ms})\cdot\varepsilon_{ms} = E_{e}\cdot(\varepsilon - \varepsilon_{M}) \end{cases}$$
(3.16)

where
$$sign(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma|} = \begin{cases} +1 & \text{if } \sigma > 0\\ -1 & \text{if } \sigma < 0 \end{cases}$$

In matrix notation we have:

_

ſ

$$\begin{bmatrix} \eta_{v} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{p} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta_{ms}}{|\dot{M}|} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{v} \\ \dot{\varepsilon}_{p} \\ \dot{\varepsilon}_{ms} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} E_{e} + E_{v} & E_{e} & E_{e} \\ E_{e} & E_{e} & E_{e} \\ E_{e} & E_{e} & E_{e} + E_{ms} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{v} \\ \varepsilon_{p} \\ \varepsilon_{ms} \end{pmatrix} = \begin{cases} E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \\ E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \\ E_{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{M}) \end{pmatrix} - sign(\sigma) \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{p} \\ 0 \end{pmatrix} (3.17)$$

Using an implicit integration scheme, Eq. (3.17) becomes:

$$[A]^{k+1} \begin{cases} \varepsilon_{\nu} \\ \varepsilon_{p} \\ \varepsilon_{ms} \end{cases}^{k+1} = [B]^{k+1} \begin{cases} \varepsilon_{\nu} \\ \varepsilon_{p} \\ \varepsilon_{ms} \end{cases}^{k} + \begin{cases} 1 \\ 1 \\ 1 \end{cases} E_{e}^{k+1} \cdot (\varepsilon^{k+1} - \varepsilon_{M}^{k+1}) - sign(\sigma) \begin{cases} 0 \\ \sigma_{p} \\ 0 \end{cases}^{k+1}$$
(3.18)

where

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\eta_v}{\Delta t} + (E_e + E_v) & E_e & E_e \\ E_e & \frac{\eta_p}{\Delta t} + E_e & E_e \\ E_e & E_e & \frac{\eta_{ms}}{|\Delta M|} + E_e + E_{ms} \end{bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} \frac{\eta_v}{\Delta t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\eta_p}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta_{ms}}{|\Delta M|} \end{bmatrix}$$

Matrices [A] and [B] represent material parameters which are evaluated at time k+1 using Eqs. (3.13) and (3.14), except for the mechano-sorptive coefficient (E_{ms} and η_{ms}). The numerical solution of Eq. (3.18) was obtained using the "LinearSolve" command in Maple Engineering Software.

By dividing the board into *n*-layers of equal thickness and using linearization technique where iterations are made for each time step until equilibrium is reached, the strain field $\varepsilon(z)$ and stress field $\sigma(z)$ are simultaneously computed at (x, z) position. Thus the deflection at any position x of the beam length (Eq. 3.4) can be obtained. The developed numerical procedure is able to locate where the threshold stress is reached into the thickness.

3.6 Material data

The material parameters used for the simulations are assumed to be representative of white spruce (*Picea glauca* (Moench.) Voss.) wood in the longitudinal direction at a temperature of 60°C and at 12% MC: $E_e = 6,200 \text{ MPa}$, $E_v = 40,450 \text{ MPa}$, $\eta_v = 52,834 \text{ MPa.h}$, $\eta_p = 40,510 \text{ MPa.h}$, $E_{ms} = 2,000 \text{ MPa}$ and $\eta_{ms} = 1,000 \text{ MPa}$. These parameters were inferred from experimental creep data obtained on a cantilever of 100 mm span (longitudinal direction), 25 mm width and 3 mm thickness (Fortin et al. 1999).

Longitudinal shrinkage was assumed to be linear with a total shrinkage coefficient $\beta = 0.3\%$. The threshold value of viscoplastic strain was assumed to correspond to 30% of the bending strength. As the bending strength is affected by moisture content, obtained from experimental investigation, the threshold value was evaluated at actual moisture content during drying (Fig. 3.5).

3.7 Results and discussion

3.7.1 Load level effects in constant hygrothermal conditions (Model 1)

The first simulation consists in modeling the creep in constant hygrothermal conditions (MC = 15%; T = 60°C) under three various constant stress levels calculated at the cantilever fixed-end. The stress levels (SL) are 30%, 50% and 70% of bending strength, the corresponding load being 500 g, 835 g and 1170 g, respectively. The results are analyzed at quarter span (x = l/4) for a loading time of 8 h. The same time period is used for the recovery part. The threshold stress value (30% of the bending strength) is 13.1 MPa.



Figure 3.5 Viscoplastic threshold stress and moisture content as a function of time during drying and relaxing phase.

Figure 3.6a shows the computed tensile stress at the upper fiber located at x = l/4 of cantilever length. It can be seen that for a constant load less than or equal to the viscoplastic threshold, the stress is constant during the loading period and becomes null after unloading. This is not, however the case when the stress level is above the viscoplastic threshold. In such condition, even when the cantilever is under constant load, the stress decreases during loading time and a residual stress remains in wood after unloading. This phenomenon is well known in plastic behavior of beams (Shames and Cozzarelli 1992). Thus, in the presence of a viscoplastic threshold, the usual classical elastic beam theory used for the evaluation of stresses induced by a constant load is not correct for creep studies at high load level. The strain-time evolutions of Fig. 3.6b reflect the well known creep and creep recovery curves of wood material under load and after unloading. As expected, total surface creep increases with increasing stress level. It can also be observed that as long as the viscoplastic threshold is not reached, creep deformation is totally recoverable after unloading. However, when the load level is above the viscoplastic threshold, creep deformation is unrecoverable after unloading and its magnitude depends on stress level and loading time.

Figures 3.7a and 3.7b show the stress profile through cantilever thickness at x = l/4 after 8 h of loading and 8 h after removal of the load, respectively. It can be seen that the stress distribution through thickness (Fig. 3.7a) is linear at "low" stress level (\leq 30% SL). However, at "high" stress level, the stress pattern through thickness is nonlinear, and after unloading, residual stresses are present in the cantilever (Fig. 3.7b). Residual stresses at upper face (h = +1.5 mm) are in compression and those at the lower face (h = -1.5 mm) are in tension. The latter phenomenon can be explained by the fact that when the cantilever is loaded above the threshold stress level (Fig. 3.6a), the first layers close to the upper and bottom faces undergo viscoplastic behavior, thus inducing permanent deformations. Fibers located at the upper face show positive permanent deformations and those at the bottom face, negative permanent deformations. The inner layers remaining viscoelastic, no permanent deformations are induced. After unloading, the inner layers tend to return to their initial position, but the external fibers having been permanently deformed restrain the movement, which in turn induces compressive stresses at the top face and tensile stresses at the bottom face.

🗕 70% SL 🛨 50% SL Surface stress (MPa) 🔶 30% SL -5 Time (h)

(a)



Figure 3.6 Evolution of stress and tensile surface creep/recovery creep at x = l/4 for three stress levels at 15% MC (cantilever unloaded after 8 h). **a** surface stress; **b** surface strain.



Figure 3.7 Computed stress profile through thickness at x = l/4 for three stress levels at 15% MC. **a** under load (at 8 h); **b** after relaxation (at 16 h).

For an experimental point of view, deflection measurement of cantilever is generally much easier to conduct than surface deformation measurement, especially at high temperature and high relative humidity conditions. Figure 3.8 shows the computation of the time dependent deflection at free end (x = l) of the cantilever. Of course, the deflection curve exhibits a similar shape as the surface deformation curve (Fig. 3.6b) since the deflection is inferred from axial deformation. This theoretical equivalence would have, however, to be verified by laboratory tests before limiting the measurements to free end deflection.

Figure 3.9 shows the computed stress *vs.* the classical evaluation of stress using elastic beam theory equation $\left(\sigma(x) = \frac{h \cdot P(l-x)}{2I_z}\right)$ along the beam length after 8 h of constant load. It can be seen that the classical elastic beam theory overestimates for the first half of the

cantilever span the induced stress due to applied bending load once the viscoplastic threshold is reached. It can therefore be erroneous to identify viscous parameters from laboratory tests when stress estimation is based on elastic beam theory.



Figure 3.8 Computed deflection at free end (x = l) for three stress levels at 15% MC.



Figure 3.9 Computed stress along the cantilever span *vs.* stress based on bending classical theory (dashed line) for three stress levels at 15% MC (after 8 h of loading).

3.7.2 Stress and strain in cantilever loaded at free end during drying (Models 2 and 3)

The next simulations show the stress and strain evolution in a cantilever loaded at free end during drying. In order to examine the mechano-sorptive effect on the behavior of the cantilever, simulations were run without (Model 2) and with (Model 3) the rheological mechanism representing the mechano-sorptive behavior. The moisture content history imposed for these simulations is given in Fig. 3.4. The load imposed at free end was equal to 554 g, which corresponds to a stress level of 70%. The shrinkage due to drying was supposed to be initiated at 30% MC.

The mechanical behavior of the cantilever without taking into account the mechanosorptive mechanism is shown in Fig. 3.10. As we can see, except for the first one-half hour where the MC is above FSP the top and bottom fibers exhibit a different behavior both for the evolution of stress (Fig. 3.10a) and deformation (Fig. 3.10b). Immediately after the application of the load, the stress reaches a value of 10.9 MPa, which is above the viscoplastic threshold. The moisture content at the two faces drops below FSP (Fig. 3.4) after the first half-hour and shrinkage starts to take place, inducing tensile stresses in the surface layers and compressive stresses in the core. This leads within the first two hours of drying to an increase of the tensile stress at the top surface, up to a maximum of 13.8 MPa, and to a decrease of the compressive stress at the bottom surface, down to 8.9 MPa. These trends are reversed after two hours, which point corresponds to the beginning of the stress reversal phenomenon. The moisture content is then about 21% and the corresponding threshold stress is 9.8 MPa (Fig. 3.5). This means that the stress at the top surface is well above the plasticity limit (Fig. 3.5), whereas the stress at the bottom surface is below that limit.

At the end of drying (8 h), the stress at the top surface has decreased to 9.6 MPa and the stress at the bottom surface has increased to 10.9 MPa. This can be explained by the stress reversal phenomenon which contributes to decrease the stress on the tensile face and to increase it on the compressive face. After the load is removed, the top fiber undergoes a permanent residual compressive stress of about 1.3 MPa and the bottom fiber returns to almost zero stress. This is a direct result of the higher plastic deformation on the top fiber, which after unloading causes a higher residual stress.

In terms of deformation (Fig 3.10b), the shrinkage under load decreases the total deformation of the tensile top surface and increases that of the compressive bottom surface. After unloading and relaxing (16 h), the total deformation on the top surface is slightly smaller than free shrinkage and *vice versa* for the total deformation on the bottom surface. This is caused by the differences in plastic deformation on the cantilever faces in the beginning of drying.

Figure 3.10c shows the stress distribution through thickness under load at the end of drying and after unloading and relaxing (16 h). We can see that the stress distribution through thickness at 8 h is nonlinear. At 16 h, the residual stress profile is highly non symmetrical with respect to the geometrical axis. It is obvious that this behavior is due to the drying induced stresses when we compare Fig. 3.10c to Fig. 3.7b which represents the residual stress profile under constant moisture content conditions. Despite that, these stress distributions satisfy the two equilibrium equations presented at Eqs. 3.2a and 3.2b.



Figure 3.10 Simulation results with Model 2 as applied to a cantilever at x = l/4 under 70% SL during drying and after unloading. **a** surface stress; **b** surface deformation; and **c** stress profile through thickness at 8 h (loaded) and 16 h (unloaded).

Figure 3.11 reproduces the previous simulation except that we added the mechano-sorptive mechanism (Model 3). The results show the same trend as the previous simulation with Model 2, but as expected the mechano-sorptive effect has decreased the maximum stress for both the top surface (13.8 to 12.0 MPa) and bottom surface (8.9 to 7.8 MPa) (Fig. 3.11a) in the first stage of drying. However, at the end of drying, just before load removal, the stress level is slightly higher than it was for Model 2. This is explained by the complementary mechano-sorptive deformation in the beginning of drying. After unloading and relaxing, the two surfaces show non negligible residual stresses.

The mechano-sorptive behavior has an interesting effect on the evolution of the total deformation (Fig. 3.11b). In tension, the MS deformation has almost cancelled the shrinkage deformation, as it can be observed in comparing Fig 3.11.b to Fig. 3.10b. In compression, the MS deformation increases the total deformation (-0.004 to -0.006) since it is of the same sign as shrinkage deformation. Moreover, this is reflected in the residual deformation observed after unloading and relaxing.

Figure 3.11c shows the stress distribution through thickness at 8 h and 16 h. The stress distribution after 8 h is nearly the same as the one observed for Model 2 (Fig. 3.10c) except for the bottom surface where the stress is slightly higher. After 16 h, the residual stresses on both the top and bottom surfaces are in this case in compression. The fact that the MS induced stress is more important than the residual viscoplastic load induced stress explains why the bottom face becomes in compression.

3.7.3 Drying stress without load (real drying)

Another simulation was done to study the stress evolution in the cantilever during drying without any external load. This represents a real drying case where the stresses are only induced by the variation of moisture content. The moisture content history used in this simulation was the same as the one used in previous simulations (Fig. 3.4). Here again, the drying time is 8 h and the total simulation time is 16 h in order to represent the relaxation phase. The results presented in Fig. 3.12 are based on Model 2 (without MS mechanism) and those in Fig. 3.13 are based on Model 3.



Figure 3.11 Simulation results with Model 3 as applied to a cantilever at x = l/4 under 70% SL during drying and after unloading. **a** surface stress; **b** surface deformation; and **c** stress profile through thickness at 8 h (loaded) and 16 h (unloaded).



Figure 3.12 Simulation results with Model 2 as applied to a cantilever at x = l/4 free of load during drying (real drying). **a** stress at surface and center vs. time; **b** stress profile through thickness at different drying times.

Figure 3.12a shows the simulated stress evolution at the surface and at the centre of the board during drying for a section located at the quarter span of the cantilever. After about one-half hour of drying, the moisture content at the wood surface drops below FSP (Fig. 3.5). With further drying, the surface attempts to shrink but is restrained by the interior of the beam which is still above FSP. This constrained state of deformation induces tensile stresses within the surface layers and compressive stresses in the center of the cantilever. After 2 h of drying, the tensile stress at surface reaches a maximum of 2.7 MPa and the compressive stress at the center reached a maximum of 0.8 MPa. These two maximum stresses are well below the plasticity threshold (Fig. 3.5). Towards the end stage of drying (8 h), a short stress inversion period is observed but the stresses are totally relaxed immediately after the drying is completed since the viscoplastic threshold was not reached. Figure 3.12b shows the stress profile through thickness at various drying times. It can be observed that much of the board section is under compressive stresses.

When we examine the simulation results with the activated MS mechanism (Fig. 3.13), it can be seen that the maximum stress at the surface and in the core is lower than the one observed in Fig. 3.12a. Furthermore, the stress reversal phenomenon appears earlier in the drying process and a permanent residual stress is present at the end of drying even if the plasticity threshold was not reached. This shows the importance of the conditioning treatment at the end of drying. If the MS mechanism contributes to decrease the risk of check formation at the surface in the beginning of drying, conversely it increases the level of residual stresses after drying for both the core and the shell. By comparing Fig. 3.13b to Fig. 3.12b, we can also conclude that the mechano-sorptive effect has not changed much the stress profiles through thickness, except for the maximum values of the tensile and compressive stresses.



Figure 3.13 Simulation results with Model 3 as applied to a cantilever at x = l/4 free of load during drying (real drying). **a** stress at surface and center vs. time; **b** stress profile through thickness at different drying times.

3.8 Conclusions

The objective of this study was to develop a rheological model of wood cantilever for modeling the creep behavior and stress in various moisture content conditions and various load levels. The following conclusions can be drawn from this work:

- In bending test configuration, the nonlinear stress due to the load level effect can be accurately predicted with the proposed elasto-viscoplastic model. The resolution of the strain and stress fields across the cantilever thickness does not rely on the hypothesis of linear stress distribution. Thus, the usual errors associated to the flexure creep tests are in great part eliminated.
- The cantilever beam configuration under load in constant or varying moisture content conditions allows simultaneous creep study in tension and in compression, and easy experimental identification of rheological model parameters.
- Classical viscoelastic rheological stress model is not sufficient to modeling drying stress in varying moisture content conditions. The mechano-sorptive effect must be considered in drying stress models even if the later has still not been fully understood.
- Drying stress simulation models can be used for the better understanding of the various viscoelastic and mechano-sorptive mechanisms which are difficult and cumbersome to study in the laboratory.

Work is ongoing to identify material properties of wood in radial oriented cantilever specimens and to modeling the transverse drying stresses in various moisture conditions.

Acknowledgments

The authors are grateful for the financial support of this research from Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (No. 224297) and Forintek Canada Corp.

Chapitre 4

Cantilever experimental setup for rheological parameter identification in relation to wood drying

Résumé

Le bois a un comportement mécanique qui dépend du temps et qui est habituellement divisé en fluage viscoélastique à teneur en humidité constante et en fluage mécanosorptif dans des conditions d'humidité variables. La détermination expérimentale des paramètres rhéologiques de base au niveau du matériau reste un défi sérieux. La diversité des méthodes expérimentales rend difficile la comparaison des résultats publiés dans la littérature. Un dispositif expérimental de flexion en porte-à-faux est proposé pour des essais de fluage en raison de son analogie étroite avec le comportement mécanique du bois au cours du séchage. Dans cette étude, des mesures de fluage ont été faites sur l'évolution de la flèche à l'extrémité libre du porte-à-faux à différents niveaux de charge et dans des conditions de température et d'humidité contrôlées. Des éprouvettes radiales d'épinette blanche (Picea glauca (Moench.) Voss.) de dimensions de 110 mm en longueur (R), 25 mm en largeur (T), et 7 mm en épaisseur (L) ont été utilisées. À humidité constante, peu de différence entre le fluage des faces en compression et en tension a été observée. Pour des niveaux de charge inférieur à 50% de la charge de rupture, le fluage montre un comportement viscoélastique linéaire pour les trois teneurs en humidité étudiées. Le fluage mécanosorptif est sensiblement plus élevé que le fluage à humidité constante. Les résultats expérimentaux ont été combinés aux résultats de simulation numérique à partir du modèle rhéologique global développé par les auteurs pour l'identification des paramètres du modèle.

Abstract

Wood exhibits a pronounced time dependent deformation behavior which is usually split into 'viscoelastic' creep at constant moisture content and 'mechano-sorptive' creep in varying moisture content conditions. Experimental determination of basic rheological parameters on a material level remains a serious challenge. Diversity of experimental methods makes published results difficult to compare. In this study, a cantilever experimental setup is proposed for creep tests because of its close analogy with the mechanical behavior of wood during drying. Creep measurements were conducted at different load levels under controlled temperature and humidity conditions. Radial specimens of white spruce wood (*Picea glauca* (Moench.) Voss.) with dimensions of 110 mm in length (R), 25 mm in width (T), and 7 mm in thickness (L) were used. The influence of load level and moisture content on creep behavior of wood was exhibited. In constant moisture content condition, no great difference was observed between creep of tensile surface and compressive one of wood cantilever. For load not greater than 50% of the ultimate load, for the three equilibrium moisture contents considered in the study, the material exhibits a linear viscoelastic creep behavior. The mechano-sorptive creep is several times greater than creep at constant moisture condition. Experimental data were fitted with numerical simulation of the global rheological model developed by authors for rheological parameter identification.

Keywords : Cantilever bending; Creep measurement; Free-end deflection; Viscoelastic creep; Mechano-sorptive creep; Wood drying; Rheological parameter identification.

4.1 Introduction

From the mechanical point of view, wood exhibits a pronounced orthotropic behavior with large ratios of material properties between the respective values parallel and perpendicular to the grain direction. Because wood is a biological material and the tree is subjected to many constantly changing influences such as moisture level, soil conditions, and growing space, wood properties in a given structural direction also vary considerably, even in clear material. Furthermore, wood exhibits a pronounced time dependent deformation behavior which is usually split into 'viscoelastic' creep (constant moisture content conditions) and

'mechano-sorptive' creep (varying moisture content conditions) (Ranta-Maunus 1975; Martensson 1988; Toratti and Svensson 2000, Hanhijärvi 1999, 2000a).

In creep studies of wood, several rheological models have been proposed by combination of spring and dashpot elements (Leicester 1971; Bodig and Jayne 1982; Bazant 1985; Hanhijärvi 2000b; Zhuoping 2005; Moutee et al. 2006). In general, the proposed models were built to reproduce observations made on a specific experimental setup (compression, tension or bending tests) under various hygrothermal conditions. Most models have been presented only in uniaxial formulation. The challenge in the development of such mechanical models is to be representative of the real material behavior, which includes many complexities. Since rheological studies are difficult to conduct, a limited amount of experimental data is available. Experimental rheological studies relevant to wood drying have been undertaken by several authors (Hisada 1979, 1980, Ranta-Maunus 1993, Svensson 1995, 1996, Wu and Milota 1996, Hanhijarvi 1999, 2000a). Svensson and Martensson (1999) carried out a comparison between one- and two-dimensional modeling for the analysis of drying stresses. They concluded that, if merely the maximum stress is of interest, uniaxial analysis is enough to enable practical conclusions.

The experimentally observed viscoelastic creep is very sensitive to temperature and moisture content. Creep of moist wood at high temperature is much faster than creep of dry wood at low temperature. Viscoelastic creep is also very sensitive to stress level. Therefore, modeling viscoelastic creep already constitutes a big challenge in itself. Adding to that the modeling of mechano-sorptive creep is a challenge even more difficult to overcome. The mechano-sorptive phenomenon was first described as the effect of MC changes on creep behavior of wooden beams (Armstrong and Kingston 1962; Schniewind 1968), but Grossman (1976) has considered that mechano-sorptive was a separate phenomenon. Despite of various attempts for qualitative descriptions of rheological models and mathematical formulations, the mechano-sorptive phenomenon is still not clearly understood. Diversity of experimental methods make already published results difficult to compare. It is apparent that the experimental determination of basic mechano-sorptive parameters on a material level remains a serious problem (Morlier 1994).

The experimental determination of the viscoelastic and mechano-sorptive creep characteristics is time consuming and requires sophisticated procedures because of the wide range of hygrothermal conditions relevant to wood drying. Nevertheless, experimental investigations become a must for the validation of the rheological and mathematical models. Ideally, creep tests should be conducted in the three structural directions of wood. Mechano-sorptive tests, which are performed on specimens subjected to varying moisture conditions, must be analyzed very carefully because of the build-up of inevitable moisture gradients across the thickness of the specimens. These moisture gradients induce a nonlinear stress pattern through the thickness, making then difficult the interpretation on the material level of the creep data obtained under such conditions (Muszyński et al. 2005).

When a cantilever is subjected to a concentrated load at its free end, the upper face is in tension whereas the lower face is in compression. This test procedure allows simultaneous creep measurements in both tension and compression modes, using bonded strain gauges or optical techniques. It makes also easier the achievement of creep tests in the three structural directions of wood.

The main objective of this work was to validate a cantilever experimental setup for the identification of rheological model parameters in relation to wood drying. Creep tests were first conducted at different stress levels in constant moisture conditions (viscoelastic creep) and under varying moisture conditions (mechano-sorptive creep) in order to examine the creep behavior of the cantilever specimens. Then, the rheological model parameters were inferred from a curve fitting technique where experimental data were compared to simulation data obtained from the proposed rheological model (Moutee et al. 2006).

4.2 Material and methods

4.2.1 Test specimen

The experimental creep investigations were carried out on white spruce wood (*Picea glauca* (Moench.) Voss.) radially oriented cantilever specimens of 110 mm in length (R), 25 mm in width (T), and 7 mm in thickness (L) (Fig. 4.1). All the radially oriented specimens used for the creep tests were obtained from the same quarter sawn block which

had been stored for several years in a conditioning room set at 21°C and 12% equilibrium moisture content (EMC). The wood block was first sawn in three boards of 25 mm (T) x 110 mm (R) in cross section, and then three series of 7 mm-thick end-matched specimens were cut using a high quality circular sawn. Each series of specimens was used for tests at a different EMC. The conditioning of the specimens was conducted inside sorption vats over saturated salt solutions. The two first specimens of each series were assigned to rupture load tests and a few others (zero-load specimens) were used for thermal compensation of strain gauges and to measure free-shrinkage or free-swelling during mechano-sorptive tests. The effective span of the cantilever loaded at free end was 75 mm. For some of the specimens conditioned at 12% EMC, strain gauges were bonded on the upper and bottom faces of the cantilever at third span (25 mm).



Figure 4.1 Specimen shape and dimensions.

4.2.2 Experimental setup

The cantilever experimental setup (Fig. 4.2a) consists of a jaw clamping system with tightening screws where the specimen is embedded. The clamping system device is assembled on the top end of a vertical rigid metal rod which is fixed at the bottom to a supporting plate. Another vertical rod fixed to the same supporting plate is used to accommodate an LVDT sensor positioned at the free-end of the wood cantilever. Three of these cantilever setups were installed side by side in a homemade controlled temperature and humidity (CTH) chamber.

One of the three cantilever setups was used with the zero-load specimen for thermal compensation of the strain gauges or for free-shrinkage or free-swelling measurements.

The relative humidity (RH) and temperature in the CTH chamber were monitored by an external vapor saturator type conditioning system heated by two thermostatic water baths. Dry and wet bulb temperatures were measured by thermocouples (Fig. 4.2b). The variation of temperature was within $\pm 0.5^{\circ}$ C of the set point, which ensured a control of RH within \pm 2%. Thermocouples, strains gauges and LVDT sensors were connected to a MTS data acquisition system (Stress Analysis Data System 5000) allowing real-time visualization of the measured data and computer storage to one second interval. The conditioned test specimens were exposed to the CTH chamber atmosphere 24 h prior to each creep test in order to ensure hygrothermal equilibrium.

4.2.3 Experimental procedure

4.2.3.1 Creep tests under constant moisture conditions (viscoelastic creep)

The viscoelastic creep tests were conducted at three constant equilibrium moisture contents (7%, 12% and 17%), one temperature (60°C), and various load levels (ratio of the applied load to the ultimate rupture load) ranging from 5% to 46%. The rupture load test was performed by increasing progressively the static load at the free end of the cantilever until the rupture point (at the fixed end). Note that the term load level (LL) is comparable in magnitude to the term stress level used by many authors but from an experimental point of view, we feel it is more appropriate since its calculation does not rely on any elastic theory.



Figure 4.2 Experimental setup: a) Cantilever arrangement; b) Environmental chamber and conditioning system.

The experimental conditions for the viscoelastic creep are given in Table 4.1. The CTH chamber was set at the RH values of 49%, 73%, and 88% (60°C) for the creep tests at 7%, 12%, and 17% EMC, respectively. The loading time was 6 h for the specimen series conditioned at 12% and 17% EMC and 5 h for the specimen series conditioned at 7% EMC. Recovery time was about 10 h after unloading. Only free-end deflection was measured for creep tests at 7% and 17% EMC and both free-end deflection and surface strain were measured for creep tests at 12% EMC. It is worth noting that the rupture load at 7% EMC was less than that at 12% EMC. The fact that the two series of test specimens used at 7% and 12% EMC were not perfectly matched, the two series originating from two different boards, would be the main explanation of this discrepancy.

4.2.3.2 Creep tests under varying moisture conditions (mechano-sorptive creep)

The experimental conditions for the mechano-sorptive creep are given in Table 4.2. Two tests of humidity variations were performed at constant temperature (60°C). The first test started with a 4 h period of creep at 73% RH (EMC = 12%) and then the cantilever was exposed to a drying atmosphere at 49% RH (EMC = 7%). The second test consisted in exposing the cantilever specimen to a cycle of rehumidification and drying under two different loads (150 g and 270 g). Following a 4 h period of creep at 73% RH, the humidity of the CTH chamber was increased from 73% to 88%, then decreased to 49%, and finally increased again to about 73%. For both tests, tensile surface strain at third span and free-end deflection were recorded.

EMC		I Loc	Rupture load (g)			
7%	109 5	202 10	455 21	619 <i>29</i>	940 <i>44</i>	2,140
12%	130 6	330 15	580 <i>26</i>	780 <i>35</i>	990 <i>45</i>	2,200
17%	130 8	330 20	580 <i>34</i>	780 <i>46</i>		1,710

 Table 4.1
 Experimental test conditions for creep test under constant moisture conditions.

	Load (g)	Relative humidity (%)
Test I	480	73 →49 (drying)
Test II	150 270	$73 \rightarrow 88$ (rehumidification) $88 \rightarrow 49$ (drying) $49 \rightarrow 73$ (rehumidification)

 Table 4.2
 Experimental test conditions for creep tests under varying moisture conditions.

4.3 Results and discussion

4.3.1 Creep under constant moisture conditions

4.3.1.1 Creep tests at 12% EMC

Figure 4.3 shows the evolution of the surface strain at third span (x = l/3) of both tensile and compressive faces of the wood cantilever conditioned at 12% EMC. One test was conducted at 26% LL (780 g) and another one at 45% LL (990 g). The positive and negative values of strain represent the tensile and compressive face response of wood cantilever, respectively. It can be seen that an instantaneous deformation occurs immediately upon loading, which deformation is proportional to the applied load (elastic strain). Following the initial elastic deformation, the creep for both tensile and compressive surfaces increases at high rate during the first hour of loading and then progresses towards an almost purely viscous behavior as indicated by a nearly straight line relationship. After unloading (at 6 h), an instantaneous recoverable elastic deformation occurs and a permanent non recoverable creep is observed for the two stress levels after a long period of relaxation time. It is interesting to note that the creep behavior of the tensile surface of cantilever is very similar to the creep behavior of the compressive surface. Although we cannot draw a conclusion from only one test, this suggests that in constant hygrothermal conditions, the creep behavior in tension for practical purposes could be considered as equivalent to that in compression.



Figure 4.3 Surface strain evolution at third span (x = l/3) of tensile and compressive faces of wood at 12% EMC and under two different loads (580 g and 990 g).

Figure 4.4 compares tensile surface strain at third span (x = l/3) and free-end deflection of wood cantilever under load level of 35% (780 g) at 12% EMC. It can be seen that the two curves have the same trend under load and after unloading. In fact, either one of the two measurement techniques (i.e. strain gauge and LVDT techniques) is suitable for rheological model parameter determination. Free-end deflection data give global information of cantilever creep whereas surface deformation data give local creep information. The strain gauge technique when used properly leads to a more direct evaluation of strain evolution with time at any position of the wood cantilever. However, if we assume that the creep behavior is the same in tension than in compression, the LVDT technique which is much simple to use and less sensitive to the environmental conditions becomes a very interesting alternative option. The local creep data can then inferred from the LVDT free-end deflection creep data through numerical simulations. There were a few tests performed in this study with an image correlation technique but the configuration of the CTH chamber did not allow us to conduct creep tests *in situ*. In consequence, the LVDT technique was privileged for creep test and rheological model parameter identification.



Figure 4.4 Surface strain and free-end deflection of wood at 12% EMC under load of 780 g and after unloading.

Figure 4.5 shows the free-end deflection evolution of wood cantilever for various load levels (6%, 15%, 26%, 35% and 45%) at 12% EMC. Note that the creep curves for tests at 6% and 15% LL are incomplete after unloading due to a black-out in the laboratory during the experiment. All the deformation curves exhibit the characteristic creep behavior of wood described earlier. It can be seen that the magnitude of creep increases with load level, and so for the non-recoverable deformation after unloading. Unfortunately, no comment can be done on the recoverability of deformation after unloading for tests at 6% and 15% LL, although its seems unlikely that the free-end deflection would have been totally recoverable for the creep test at 15% LL.

The values of free-end deflection of Fig. 4.5 were reported in Fig. 4.6 as a function of LL for four different loading times (instantaneous, 1 h, 3 h and 6 h). It can be seen that at any time of the creep test, free-end deflection of wood cantilever is proportional to applied load level. Therefore, as long as applied load levels are less than 50% of ultimate load, the spruce wood material chosen for this study is likely to exhibit a linear viscoelastic creep behavior, at least for temperatures below 60°C.



Figure 4.5 Free-end deflection of wood cantilever at 12% EMC and 60°C under different load levels and after unloading.



Figure 4.6 Free-end deflection at 12% EMC and 60°C versus applied load level at different times of creep test.

From the classical elastic beam theory, the free end deflection of cantilever in relation of applied load is written (Moutee et al. 2005):

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} \tag{4.1}$$

where δ is the free-end deflection, $P = m \cdot g$ the applied load, *E* the elastic modulus of wood, *l* the span of cantilever, and *I* the moment of inertia $(I = bh^3/12)$.

The LVDT was not exactly positioned at the location of the applied load (x = l = 75mm) due to the obstruction of the loading device (Figs. 4.1 and 4.2a). For this reason, the effective free-end deflection was measured at (x = l' = 73mm). So Eq. (4.1) was reformulated to take into account this disparity:

$$\delta_{l'} = \frac{P}{2EI} \times \left(l \times l'^2 - \frac{l'^3}{3} \right)$$
(4.2)

or

$$E = \frac{m}{\delta_{l'}} \times \frac{g}{2I} \times \left(l \times l'^2 - \frac{l'^3}{3} \right)$$
(4.3)

where

 $\delta_{l'}$ is the deflection at x = l'.

Thus, from the linear regression of the instantaneous free-end deflection and applied load relationship ($R^2 = 0.995$) and by using Eq. 4.3, the elastic modulus of the test specimens at 12% EMC was estimated at 841 MPa. This value seems reasonable if we compare it to the results obtained by De La Crouz (2006).

4.3.1.2 Creep tests at 7% and 17% EMC

The results of creep tests at 7% and 17% EMC are presented in Fig. 4.7a and Fig. 4.7b, respectively. The free-end deflection evolution at 7% and 17% EMC exhibits the same trend as that observed for creep tests at 12% EMC (Fig. 4.5), except of course for creep amplitudes.



Figure 4.7 Free-end deflection of wood cantilever under different load level and after unloading at: **a** 7% EMC and; **b** 17% EMC.

For creep tests at 7% EMC, the loading time was set to 5 h for load levels of 5%, 29% and 44% and was set to 13.5 h for load levels of 10% and 21% (Fig. 4.7a). In the later case, it can be seen that after about 5 h of loading, the free-end deflection evolves almost linearly with time, which behavior represents a purely viscous deformation. Thus, the creep velocity can be considered constant after 5 h of loading, at which time the secondary creep stage of wood cantilever begins. The non-recoverable creep after unloading can then be estimated without load removal.

As shown in Fig. 4.6 for creep tests at 12% EMC, the free-end deflection of the two test series at 7% and 17% EMC were found proportional to the applied load level ($R^2 = 0.995$). Here again, we can conclude to a linear viscoelastic creep behavior for the specimens tested at 7% and 17% EMC under applied load levels below 50%. The calculated elastic modulus in this case was 744 MPa and 434 MPa for the EMC's of 7% and 17%, respectively. The calculated elastic modulus at 7% EMC is less than the one calculated at 12% EMC (841 MPa). As above mentioned, the lack of matching between the two specimen series would explain this apparent discrepancy.

4.3.1.3 Effect of moisture content on creep

Figure 4.8 shows the influence of moisture content on the creep behavior of wood cantilever under a constant load level. It can be seen that the instantaneous free-end deflection at 17% EMC (2.4 mm) is slightly greater than elastic free-end deflection at 12% EMC (1.7 mm). In order to compare the creep behavior under different conditions, we have to use the concept of relative creep (the ratio of the difference between the creep measured at time *t* and the initial elastic deformation to the initial elastic deformation). After 6 h of loading, the relative creep of wood cantilever at 17% EMC was about 108%, which means that the purely creep deformation was greater than the instantaneous elastic deformation. However, the relative creep at the same time for wood cantilever at 12% EMC was about 60%, which is much less than the initial deformation. After the relaxing period, for both moisture conditions a non-recoverable deformation was observed but again it was more important for creep test at 17% EMC. Therefore, moisture content exerts an influence on the creep behavior of wood. Water in wood plays a role of plasticizer, just like heat does.


Figure 4.8 Free-end deflection evolution of wood cantilever under 35% LL at two different equilibrium moisture contents (12% and 17%) and 60°C.

4.3.2 Creep under varying moisture conditions

Figure 4.9 illustrates the evolution of tensile surface strain (free shrinkage subtracted) (Fig. 4.9a) and free-end deflection (Fig. 4.9b) of wood cantilever during drying conditions under a load level of 22% (480 g) (test I of Table 4.2). The first 4 h after loading represents the viscoelastic creep at 12% EMC. As soon as the drying process was engaged, the tensile surface creep decreased (Fig. 4.9a) to reach an inflexion curvature point after 2 h of drying, which coincides with the high drying rate period (12% EMC to 8.8% EMC). In the same time, free-end deflection increased considerably from 1.25 mm to 1.75 mm (Fig 4.9b). The increase of the deflection with drying is in agreement with literature data (Mårtensson 1994). Following this high drying rate period, the moisture content decreased slowly to reach an equilibrium state after 10 h of drying and the tensile surface creep increased with time (Fig. 4.9a) as well as the free-end deflection (1.75 mm to 2 mm) (Fig. 4.9b). Note that the moisture content curve was not directly measured but inferred from the free-shrinkage curve taking into account the known initial and final equilibrium moisture contents.



Figure 4.9 Creep at varying moisture conditions (Test I) under load of 480g. **a.** Surface strain and free shrinkage at third span (x = l/3); **b.** Free-end deflection.

At first glance, we would have expected an immediate increase of the tensile surface strain at the beginning of the drying process instead of a decrease. The complementary surface tensile stress due to drying combined with the mechano-sorptive effect should have more than counterbalanced the increase of stiffness of the cantilever due to the decrease of moisture content. Note that free shrinkage was automatically subtracted from the total surface deformation through data acquisition system configuration. This correction can be erroneous if the free of load specimen and the tested specimen are not subjected to exactly the same air flow conditions. The shrinkage characteristics of the two test specimens could also have been different. Furthermore, since the mechano-sorptive effect changes the equilibrium moisture content the shrinkage dynamics of the free of load specimen was likely different from that of the loaded specimen. These reasons could in great part explain this rather surprising phenomenon.

The results of the second test conducted in varying moisture conditions are presented in Fig. 4.10 (test II of Table 4.2). A period of 4 h of viscoelastic creep at 12% EMC preceeded the mechano-sorptive test. Following the rehumidification from 12% to 17% EMC, both the tensile surface strain (free swelling subtracted) and free-end deflection increased rapidly with time for the first 10 h, the increase seeing more important for the higher load (270 g). The mechano-sorptive creep amplitude was several times greater than viscoelastic creep at constant MC measured during the first 4 h of the test. The applied load has therefore a great influence on the creep behavior during wetting. Also, the fact that the wood moisture content increases contributes to increase the global creep deformation. Moreover, most of the creep deformation after 15 h of rehumidification would be due to viscoelastic creep since the rehumidification is almost completed.



Figure 4.10 Creep under two different loads (\blacklozenge) 270 g and (\blacktriangle) 150 g at varying moisture conditions (test II), continued line represents moisture content. **a.** Surface strain and free swelling-shrinkage (\bullet) at third span (x = l/3); **b.** Free-end deflection.

During the subsequent drying, the tensile surface strain decreased with time for both applied loads (Fig. 4.10a) as it was observed in Fig. 4.9a. Concerning free-end deflection, there was a new creep increase rate for the specimen under load of 270 g, but this mechanosorptive effect was relatively small with regard to the important and rapid decrease in moisture content. The free-end deflection for the specimen under load of 150 g hardly shown any increase in the creep rate. The mechano-sorptive effect in drying would therefore be much less important then that in rehumidification, which is again in agreement with the literature (Navi et al. 2002). Finally, the rewetting stage at 80 h showed an increase of both surface strain and free-end deflection but to a much lesser degree than during the first rehumidification.

4.3.3 Rheological model parameters identification

The global rheological model of wood cantilever in relation to wood drying developed by Moutee et al. (2006) is given in Fig. 4.11. In uniaxial rheological behavior, the total strain is composed of the elastic strain (ε_e), viscoelastic strain (ε_v) (totally recoverable), 'viscoplastic' strain (ε_p) (permanent deformation), and mechano-sorptive strain (ε_{ms}), in addition to the deformation due to free shrinkage (ε_M) and thermal expansion (ε_T). Assuming that the temperature was constant and uniform through the cantilever for all moisture conditions used in this study, the thermal expansion component strain (ε_T) was not taken into account.



Figure 4.11 Schematic representation of the proposed rheological model.

The numerical procedure used for the simulation of wood cantilever creep was developed for various combinations of the model parameters to make easier the step by step determination of global rheological model parameters (Moutee et al. 2006).

The first step of parameter identification concerned wood cantilever simulations, under constant MC conditions (Table 4.1) using only the elasto-viscoplastic component of the global rheological model (without MS mechanism and shrinkage component). The parameter identification procedure was performed using the trial and error technique on free-end deflection evolution. This consists in introducing arbitrary parameter values in numerical procedure in order to determine which combination of parameters gives a best fit of the experimental data.

The identification of the elasto-viscoplastic rheological model parameters for the different load levels and constant MC conditions given in Table 4.1 was performed. No significant variation of the identified parameters at different load levels was observed. Thus, only average values of identified parameters were reported for each EMC (Table 4.3). Figure 4.12 shows the concordance obtained between numerical and experimental free-end deflection data in parameter identification procedure.

EMC (%)	E_e (MPa)	E _v (MPa)	η _ν (MPa.h)	η_p (MPa.h)	σ_p (MPa)
7	744	3512	1054	23829	0.38
12	841	2075	664	19125	0.47
17	434	728	361	7099	0.30

 Table 4.3
 Rheological model parameters at corresponding EMC.



Figure 4.12 Numerical (continued lines) and experimental (symbols) free-end deflection of wood cantilever under different load levels at 7% EMC and 60°C.

Note that the identified rheological model parameters were performed by using only the free-end deflection experimental data. Nevertheless, from these parameters the numerical procedure is also able to predict surface strain at any position of wood cantilever span, namely at third span where surface strain was measured in creep tests at 12% EMC. Figure 4.13 compares the tensile surface strain evolution of wood cantilever at third span obtained by simulation and experiment. Both sets of data are in good agreement, except for some disparity after unloading.



Figure 4.13 Experimental (symbols) and numerical (continued line) surface strain at x = l/3 of cantilever under load of 580 g at 12% EMC and 60°C.

The second step parameter identification concerned wood cantilever simulations under variable moisture conditions, using the global rheological model (Fig. 4.11). The free-end deflection experimental data from test I was used for the mechano-sorptive and free shrinkage parameter identification. The elasto-viscoplastic parameters were adjusted in the numerical procedure to take into account their variation with moisture content. Figure 4.14 shows the experimental and simulated free-end deflection of wood cantilever under load of 480 g during the drying process (test I). Simulation results are in good agreement with experimental results. The mechano-sorptive and free shrinkage parameters used for the simulation were: $\eta_{ms} = 55$ MPa, $E_{ms} = 10$ MPa and $\beta = 0.11\%/\% MC$. The latter partial shrinkage coefficient of 0.11%/% MC corresponds to a total shrinkage of about 3.3%, which is close to reported literature values (Jessome 1977).



Figure 4.14 Experimental (symbols) and numerical (continued line) free-end deflection of wood cantilever under load of 480 g during drying (test I).

4.4 Conclusions

The objective of this study was to develop an experimental setup for wood creep study and rheological parameter identification in relation to wood drying. The following conclusions can be drawn from this work:

- The proposed wood cantilever experimental setup used in controlled temperature and humidity environment allows creep study in constant and varying moisture content conditions by measuring surface strain or free-end displacement evolution.
- The cantilever technique allows simultaneous creep measurements in tension and in compression through surface strain measurements.
- Simultaneous surface strain measurements in tension and in compression showed no significant difference in creep behavior in constant hygrothermal conditions.
- Creep tests under constant MC showed a linear relation between free-end deflection and load level at different loading times. The linear viscoelastic behavior was observed at three different moisture contents up to a load level of about 50%.

- Moisture content exerts a great influence on creep, because water in wood plays a role of plasticizer.
- Drying and rehumidification processes on specimens under load induce an additional creep, known as mechano-sorptive creep. The mechano-sorptive creep is more affected by rehumidification than by drying, at least for the first rehumidification/drying cycle.
- The rheological model parameters identification were performed using the trial and error technique with experimental free-end deflection data under constant moisture conditions (viscoelastic parameters and under drying conditions (mechano-sorptive parameters).

Acknowledgments

The authors are grateful for the financial support of this research from Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (No. 224297) and Forintek Canada Corp.

Conclusion générale

L'objectif général de cette étude était de modéliser le comportement mécanique du bois au cours du séchage à moyenne température. Afin d'atteindre cet objectif, l'étude a été divisée en trois parties. La première partie a consisté à développer une approche et un code numérique de modélisation du fluage d'une poutre cantilever de type Euler-Bernoulli dans des conditions d'humidité constante et variable. Une fois l'approche validée avec un modèle rhéologique dont la solution analytique existe, l'élaboration d'un modèle rhéologique plus global représentatif du comportement mécanique du bois au cours du séchage a constitué l'essentiel de la seconde partie de cette étude. Dans la troisième partie, il a été question de mettre en place un dispositif expérimental pour l'étude du comportement mécanique d'une pièce de bois en flexion porte-à-faux soumise à différents niveaux de charge dans diverses conditions d'humidité et température. Les essais sur du bois d'épinette blanche suivant la direction radiale de dimension (R=100 mm x T=25 mm x L=7 mm) ont été effectués en deux étapes. La première étape a consisté à réaliser des essais de fluage à température et humidité constantes, afin de déterminer les propriétés élastiques et viscoélastiques du bois à différentes teneurs en humidité. Dans la deuxième étape, les tests de fluage furent menés dans des conditions d'humidité variables afin de déterminer les propriétés mécanosorptives du bois. En combinant les résultats expérimentaux et numériques, l'identification des paramètres du modèle rhéologique fut réalisée.

L'approche de modélisation développée fut basée sur la résolution numérique des équations d'équilibre d'une poutre en porte-à-faux chargée à son extrémité libre dans des conditions de teneur en humidité constante et variable. La technique du porte-à-faux permet des mesures simultanées de fluage en tension et en compression par les mesures des déformations surfaciques. Contrairement à la théorie des poutres élastiques, qui suppose que la contrainte est linéaire dans l'épaisseur de la poutre et que l'axe neutre coïncide avec

l'axe géométrique, l'approche développée ne fait aucune hypothèse sur le profil des contraintes dans l'épaisseur de la poutre et sur la position de l'axe neutre. Par contre, le fait de se baser sur une poutre de type Euler–Bernoulli qui stipule que les sections planes et droites de la poutre avant déformation restent planes et droites après déformation nous a permis de faire l'hypothèse que la déformation est linéaire à travers l'épaisseur de la poutre. Ainsi, en adoptant une loi constitutive quelconque de la relation contrainte–déformation, les profils de contrainte et déformation à travers l'épaisseur de la poutre et la flèche en tout point de la longueur de la poutre pouvaient être calculés à tout instant.

Le code numérique a été développé à l'aide du logiciel d'ingénierie 'Maple 9' sous la plateforme Windows 32-bits, avec un processeur d'Intel Pentium (M) de 1.6 GHz. La méthode des différences finies a été utilisée pour la discrétisation temporelle des équations et pour l'intégration numérique des équations d'équilibre. Dans le cas de la modélisation des contraintes et déformations de la poutre cantilever dans des conditions d'humidité variable (séchage), nous avons eu besoin d'un historique unidimensionnel du mouvement d'eau dans le bois. Étant donné que l'objectif de cette étude n'était pas de modéliser le transfert de chaleur et de masse dans le bois mais l'effet de ce dernier sur le comportement mécanique du bois, nous avons intégré dans le code numérique une équation polynomiale linéaire dans le temps et quadratique dans l'espace pour simuler l'évolution des profils d'humidité dans l'épaisseur de la poutre en fonction du temps.

L'approche de modélisation a été développée sans faire allusion à un modèle rhéologique spécifique. Cependant, en premier lieu, pour la validation de l'approche nous avons utilisé un modèle rhéologique de Burger classique, prenant en compte l'influence de l'humidité du bois, sachant que ce modèle rhéologique possède une solution analytique à humidité constante et qui est connue pour être un modèle viscoélastique linéaire. Les résultats obtenus, dans des conditions hygrothermiques constantes, ont montré une bonne concordance entre l'évolution de la déformation à la surface de la poutre calculée numériquement avec celle calculée analytiquement. Nous avons vu aussi que, dans des conditions constantes d'humidité, le profil des contraintes calculé dans l'épaisseur de la poutre est le même que celui basé sur les équations de la théorie des poutres élastiques (profil linéaire et axe neutre coïncidant avec l'axe géométrique). Ce n'est plus le cas

lorsque la poutre cantilever est à la fois chargée et soumise à des variations d'humidité (au cours d'un séchage), car un gradient d'humidité se développe dans l'épaisseur et, par conséquent, une distribution de contrainte non linéaire apparaît et la position de l'axe neutre s'éloigne du centre géométrique de la pièce. Dans le cas où aucune charge n'est appliquée, l'approche proposée pour le cantilever devient un modèle simple de simulation des contraintes dans le bois induites au cours d'un processus de séchage.

Le modèle rhéologique de Burger, utilisé dans des conditions constantes d'humidité pour la validation de l'approche proposée, est reconnu pour avoir un comportement viscoélastique linéaire (la déformation est proportionnelle à la charge appliquée). De plus, après déchargement de la poutre et totale relaxation des contraintes, des déformations permanentes persistent même à de très faibles charges. Ces constatations nous ont menés à développer un nouveau modèle rhéologique qui prend en compte le comportement viscoélastique non linéaire, à partir d'un certain niveau de chargement, et donc la nonlinéarité de la contrainte dans l'épaisseur de la poutre soumis à une charge élevée dans des conditions constantes d'humidité. La loi constitutive est basée sur un modèle élastoviscoplastique composé seulement d'un élément de Kelvin combiné en série avec un élément de type seuil viscoplastique qui tient compte du gradient d'humidité dans le bois, de l'effet de la charge externe et du temps. En plus du modèle élasto-viscoplastique, un élément dû au retrait libre et une composante due à la déformation mécanosorptive viennent s'ajouter pour constituer un modèle rhéologique global de modélisation des déformations et des contraintes de la poutre cantilever soumise à différents niveaux de charge et à différentes conditions hygrométriques.

L'effet du fluage viscoélastique et l'effet du fluage mécanosorptif ont été en un premier temps considérés séparément, et puis lorsque tous les deux sont effectifs. La configuration en porte-à-faux sous chargement dans des conditions constantes ou variables d'humidité nous a permis d'étudier simultanément le comportement du fluage en tension et en compression. Dans le cas de la modélisation des contraintes et déformations de la poutre cantilever dans des conditions variables d'humidité (séchage), la procédure numérique de simulation de l'évolution des profils d'humidité dans l'épaisseur de la poutre en fonction du temps a été améliorée en adoptant une équation polynomiale quadratique dans le temps et d'ordre trois dans l'espace. Ainsi, cette nouvelle équation nous a permis une modélisation plus réaliste des profils d'humidité évoluant dans le temps similaire à un processus de séchage réel.

Les paramètres utilisés dans le modèle rhéologique global pour les simulations numériques ont été supposés être représentatifs de l'épinette blanche (Picea glauca (Moench.) Voss.) suivant la direction longitudinale à une température de 60°C et à 12% H. Les résultats obtenus, dans des conditions constantes d'humidité, ont montré que le comportement linéaire ou non linéaire du fluage du bois en porte-à-faux sous divers niveaux de charge pouvait être simulé avec le modèle élasto–viscoplastique proposé. Effectivement, en dessous du seuil de plasticité, la contrainte était linéaire dans l'épaisseur de la poutre ainsi que tout le long de la longueur de la poutre et se relaxait totalement après déchargement. Ce n'était plus le cas lorsque le seuil de plasticité se déclanchait à des niveaux élevés de chargement. L'obtention des champs de contrainte et de déformation à travers l'épaisseur du porte-à-faux ne se fondait donc pas sur l'hypothèse de la linéarité de la contrainte, éliminant ainsi, en grande partie, les erreurs habituelles associées aux essais de fluage en flexion.

Lorsque la poutre cantilever était soumise à la fois à un chargement et à un séchage, dans le cas où le mécanisme représentant la mécanosorption n'était pas pris en compte, c'était seulement le retrait qui influençait la déformation totale en augmentant la déformation totale de la surface en compression et en diminuant celle de la surface en tension. À la fin du séchage et après la phase de relaxation, la présence de déformation totale non-recouvrable sur les deux faces semblait être due principalement à la déformation du retrait libre. Dans le cas où le mécanisme mécanosorptif a été activé, la déformation mécanosorptive évoluait dans le même sens que le retrait sur la face en compression de sorte qu'elle venait augmenter la déformation totale, tandis que sur la face en tension la déformation mécanosorptive contribuait à freiner l'évolution de la déformation totale. Ce qui se vérifia à la fin du séchage et en phase de relaxation, où la déformation totale résiduelle de la surface en compression était plus importante que celle de la surface en tension.

L'approche développée en première partie combinée avec le modèle rhéologique proposé en deuxième partie nous a permis de simuler les contraintes de séchage d'une pièce de bois soumise à aucune charge externe. Nous avons pu observer, quand le mécanisme mécanosorptif était pris en compte, que la contrainte maximale avait diminué, le phénomène d'inversion des contraintes apparaissait plus tôt au cours du séchage et des contraintes résiduelles persistaient à la fin du séchage même si le seuil de plasticité n'était pas atteint. Ainsi, un modèle rhéologique viscoélastique classique n'est pas suffisant pour modéliser les contraintes de séchage dans des conditions d'humidité variable. L'effet mécanosorptif doit être considéré dans les modèles rhéologiques même si ce dernier est toujours assez mal compris.

Dans la troisième partie, nous avons mis en place un dispositif expérimental pour étudier le comportement du fluage dans des conditions hygrométriques contrôlées. Le dispositif de flexion en porte-à-faux semble être le mieux approprié pour la détermination des propriétés rhéologiques du bois suivant les trois directions principales (R, T et L) en raison de son analogie étroite avec le comportement mécanique du bois pendant le séchage. En effet, les essais de flexion nous permettent de mesurer simultanément le fluage en tension et en compression en utilisant des jauges de déformation nous avons utilisé un capteur de déplacement 'LVDT' pour mesurer l'évolution de la flèche à l'extrémité libre de la poutre. Les effets du niveau de charge et de la teneur en humidité sur le comportement mécanique du bois ont été mis en valeur.

En utilisant un dispositif expérimental de type flexion en porte-à-faux dans une chambre à température et humidité contrôlées, il a été possible d'analyser le comportement du fluage à teneur en humidité constante et variable, en mesurant les déformations surfaciques et le déplacement à l'extrémité libre de la poutre. Dans des conditions constantes d'humidité et de température, aucune différence significative entre le fluage de la surface en tension et celui de la surface en compression de la poutre en flexion n'a été observée.

Pour des niveaux de charges inférieures à 50% de la charge de rupture à une teneur en humidité et température données, le déplacement à l'extrémité libre varie linéairement avec la charge appliquée. Ce comportement linéaire a été observé pour les différentes teneurs en

humidité étudiées. Ainsi, le comportement mécanique de l'épinette blanche en direction radiale à une température de 60°C est un comportement viscoélastique linéaire pour des niveaux de chargement allant jusqu'à 50% de la charge de rupture.

Le fluage viscoélastique est fortement affecté par la teneur en humidité. Effectivement, on a observé que le fluage effectué à 17% H était beaucoup plus important que celui à 7% H. Le processus de séchage et/ou d'humidification sur des éprouvettes de bois sous chargement induisait un fluage additionnel, soit le fluage mécanosorptif. Ce dernier est plus prononcé pendant une adsorption (humidification) que pendant une désorption (séchage), du moins pendant le premier cycle d'adsorption et désorption et est fonction de la charge appliquée.

Une fois les résultats expérimentaux obtenus, le processus d'identification des paramètres du modèle rhéologique proposé dans la deuxième partie a été amorcé. La technique utilisée est la méthode essais et erreurs, qui consiste tout d'abord à introduire dans le code numérique des paramètres quelconques et à confronter par la suite les résultats avec les courbes expérimentales. On répète la même procédure en ayant ajusté les paramètres jusqu'à ce que les résultats numériques concordent bien avec les résultats expérimentaux. En ayant identifié les paramètres du modèle rhéologique dans les différentes conditions hygrothermiques citées précédemment, on a obtenu une relation inversement proportionnelle des propriétés viscoélastiques avec la teneur en humidité.

Perspectives et suggestions

Nous avons développé une meilleure compréhension des différents mécanismes évoluant avec le temps et l'humidité lors d'un processus de séchage. Le fluage viscoélastique et le fluage mécanosorptif sont deux comportements supposés indépendants dans la formulation des lois de comportement mais des travaux récents viennent remettre en question cette indépendance en stipulant que la mécanosorption influence le comportement viscoélastique. Dans cette perspective, on est en droit de se poser la question de l'existence même de la mécanosorption et de ne parler à ce moment là que de fluage viscoélastique qui serait 'hydriquement' activé dans le cas du séchage. Il s'agirait d'une approche similaire à celle du fluage viscoélastique thermomécanique dans le cadre des processus thermiquement activés.

Après avoir poser les bases théoriques et numériques du comportement mécanique du bois en 1D, l'étape suivante serait de passer à une formulation et résolution des équations d'équilibre mécanique et de la loi constitutive du modèle rhéologique en 2D et éventuellement en 3D. Un aperçu de la formulation 3D de la loi constitutive a été proposé par Moutee et al. (2002). Une fois ce projet réalisé, il sera alors facile de combiner le modèle mécanique au code existant 'Drytek' 2D ou 3D de transfert de masse et de chaleur.

L'identification des paramètres du modèle rhéologique a été réalisée par la technique essais et erreurs. Il serait plus judicieux de développer une procédure numérique se basant sur la technique des méthodes inverses, qui consiste à déterminer la combinaison de paramètres qui optimise l'écart entre les résultats expérimentaux et numériques (Moutee 1999).

En ayant développé une meilleure compréhension de l'évolution de l'état de contraintes et déformations dans le bois au cours du séchage, il deviendrait naturel de chercher des méthodes d'optimisation qui définiraient les programmes de séchage en donnant l'évolution de la teneur en humidité optimale du bois afin d'améliorer la qualité du séchage, de maximiser le rendement matière et aussi d'obtenir du bois de très haute qualité commerciale. Ainsi, la perspective future serait d'intégrer les modèles mathématiques aux contrôleurs de séchoirs pour en faire de nouveaux contrôleurs dits avancés. Industriellement, on pourra sécher le plus efficacement possible (temps et énergie) sans causer de dommages inacceptables au bois et en conséquence une diminution des pertes financières dues au déclassement.

Mais avant tout, des essais de fluage à différentes températures, teneurs en humidité et niveaux de charge suivant les trois directions principales de différentes espèces de bois doivent être réalisés afin de constituer une base de données expérimentales sur les propriétés élastiques, viscoélastiques, viscoplastiques et mécanosorptives du bois.

Bibliographie

- Allegretti, O., Rémond, R. et Perré, P. 2003. A new experimental device for nonsymmetrical drying tests – Experimental and numerical results for free and constrained samples. Pages 65-70 *in* Proc. 8th International IUFRO Wood Drying Conference, Brasov, Romania.
- Arirna, T. 1979. Recovery of wood after rnechano-sorptive deformation. II. Effects of drying conditions while clamped. Mukuzai Gakkaishi 25(7):469-475.
- Armstrong, L.D. et Kingston, R.S.T. 1962. The effect of moisture content changes on the deformation of wood under stress. Australian J. Appl. Sci. 13(4):259-276.
- Ashworth, J.C. 1977. The mathematical simulation of batch-drying of softwood timber. Ph.D. Thesis. Department of chemical Engineering. Canterbury University. New Zealand
- Barkas, W.W. et R.F.S. Hearmon. 1953. The mechanical properties of wood and their relation to moisture. Part A. In Mechanical properties of wood and paper. Ed. R. Meredith. North. Holl. Publ. Co. Amsterdam.
- Bary-Lenger, A. et Nebout, J.P. 1993. Le chêne. Perron Éditions, Alleur-Liège, 604 p.
- Batoz, J.L. et Dhatt, G. 1990. Modélisation des structures par éléments finis. Volume 2: Poutres et plaques. Hermès Éditions, Les Presses de l'Université Laval, Québec. 483 pp.
- Bažant, Z.P. 1985. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. Wood Sci. Technol. 19:159–177
- Bazant, Z. P. et Meiri, S. 1985. Measurements of compression creep of wood at humidity changes. Wood Sci. Technol. 19(2):179-182.
- Beall, F.C. 2002. Ultrasonic methods to monitor and control lumber drying. Proceedings, 4th COST E15 Workshop. Methods for improving drying quality of wood. Santiago de Compostela, Spain. 10pp.
- Beall, F.C., Breiner ,T.A. et Wang, J. 2003. Control of lumber drying using ultrasonic methods. Pages 391-396 *in* Proc. 8th International IUFRO Wood Drying Conference, Brasov, Romania.
- Bengtsson, C. 1999. Mechano-sorptive creep in wood Experimental studies of the influence of material properties. Doctoral Thesis, Publ S 99:3, Steel and Timber Structures, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- Bingham, E.C. 1922. Fluidity and Plasticity. McGraw-Hill, New York, NY, 440 pp.
- Bodig, J. et Goodman, J.R. 1973. Prediction of elastic parameters for wood. Wood Sci. 5(4):249-264.
- Bodig, J. et Jayne, B.A. 1982. Mechanics of Wood and Wood Composites, Van Nostrand Reinhold Co., N.Y., 712pp.

- Booker, J.D. 1994. Acoustic emission and surface checking in Eucalyptus Regnans boards during drying. Holz Roh- Werkst. 52:383-388.
- Brandao, A. et Perré, P. 1996. The "Flying Wood" A quick test to characterise the drying behaviour of tropical woods. Pages 315-324 *in* Proc. 5th International IUFRO Wood Drying Conference, Quebec, Canada.
- Breese, M.C. et Bolton, A.J. 1993. The effect of temperature and moisture content on the time-dependent behaviour of isolated earlywood specimens of Sitka spruce (Picea sitchensis), loaded in compression in the radial direction. Holzforschung 47(6):523-528
- Bryan, E.L. et Schniewind, A.P. 1965. Strength and rheological properties of particleboard as affected by moisture content and sorption. Forest Prod. J. 4:143-148.
- Byvshykh, M.D. 1960. Influence of temperature and moisture of wood on its elastic properties. Translation No.400; Forest Products Lab. Library, US Dept. of Agriculture. Madison 5, Wisconsin.
- Canteri, L. 1996. Transferts et déformations en surface au cours du séchage estimation de la qualité du matériau bois. Thèse, INPL, Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA), Nancy.
- Castera, P. et Cariou, J.L. 1988. Caractérisation expérimentale du comportement viscoélastique orthotrope du pin maritime (Pinus pinaster) en relation avec l'humidité. Actes du 2e colloque. Sciences et industries du bois, 22-24 avril, 1987. A.R.Bo.Lor., Nancy, France. Vol. 1, pp 341-348.
- Castera, P. 1989. Tensile creep of small wood specimens across the grain under drying conditions. Pages 45-58 *in* Proc. 2nd International IUFRO Wood Drying Conference, Seattle, U.S.A.
- Cech, M.Y. 1964. Development of drying stresses during high-temperature kiln drying. Forest Prod. J. 14(2): 69-76.
- Cech, M.Y. et Pfaff, F. 1980. Manuel de l'opérateur de séchoir à bois pour l'Est du Canada. Publication spéciale SP504FR, Forintek Canada Corp. 189 pp.
- Cloutier, A. 2005. Anatomie et structure du bois. Notes de cours, chapitre 1. Département des sciences du bois et de la foret, Université Laval.
- Dahlblom, O., H. Petersson, et S. Omarsson. 2001. Full 3-D FEM-simulations of drying distortions in spruce boards based on experimental studies. Pages 246-251 *in* Proc. 7th International IUFRO Wood Drying Conference, Tsukuba, Japan.
- Davidson, R.W. 1962. The influence of temperature on creep of wood. Forest Prod. J. 12: 377-381
- De La Crouz, C.M. 2006. Mesure des constantes élastiques du bois d'épinette noire (*Picea mariana (mill.) B. S. P.*) dans des conditions d'équilibre du séchage à basse température. Mémoire de Maîtrise, Faculté de Foresterie et de Géodésie, Université Laval, Québec, Canada. 127 pp.
- Dinwoodie, J.M., Robson, D.J. et Higgins, J.S. 1991. Creep in chipboard: Part 8. The effect of steady-state moisture content, temperature and level of stressing on the relative

creep behavior and creep modulus of a range of boards at a single stress level. Wood Sci. Technol. 25:225–238.

- Dinwoodie, J.M., Paxton, B.H., Bonfield, P.W. et Mundy, J.S. 1995. Fatigue and creep in chipboard. Part 2. The influence of slow cyclic fatigue on the creep behavior of chipboard at a range of stress levels and moisture contents. Wood Sci Technol. 29:64-76
- Echenique- Manrique, R. 1969. Stress relaxation of wood at several levels of strain. Wood Sci. Technol. 3:49-73.
- Felix, S. et Morlier, P. 1992. Modelling of stresses and strains in a piece of wood under drying. Holzforschung 46(5):369-377.
- Fortin, Y., Ilieva, M., Cloutier, A. et Laforest, P. 1994. Potentiel use of a semi-ring extensometer for continuous wood surface strain measurement during kiln drying. Pages 329-336 *in* Proc. 4th International IUFRO Wood Drying Conferences, Rotorua, New Zealand.
- Fortin, Y., Naderi, N., Laforest, P. et Cloutier, A. 1999. Viscoelastic and mechano-sorptive creep measurements of spruce wood in the longitudinal direction under kiln drying conditions. Pages 225-226 *in* Proc. 6th International IUFRO Wood Drying Conference, Stellenbosch, South Africa.
- Fortin, Y., Savard, M. et Mouloud, A. 2003. Programme de réduction de la consomation energétique des sechoirs – Idustrie du bois. Phase I : Portait global du parc de séchage du bois de sciage au Québec. Rapport sur l'analyse des résultats de l'enquête effectuée auprès des usines de sciage du Québec. Groupe de travail du projet PROGRES. IB, QWEB/CANMET. 53pp.
- Foudjet, A. et Bremond, C. 1989. Creep of four tropical hardwoods from Cameroon. Wood Sci. Technol. 23:335-341.
- Fridley, K.J., Tang, R.C. et Soltis, L.A. 1992. Creep behavior model for structural lumber. ASCE J. Struct. Eng. 118(8):2261-2277.
- Fuller, J.J. 1995. Kiln control based on board surface shrinkage. Communication au 49ème Congrès annuel de la Forest Products Society, Portland, Oregon.
- Gerhards, C.C. 1982. Effect of moisture content and temperature on the mechanical properties of wood : An analysis of immediate effects. Wood Fiber 14(1):4-36.
- Gerhards, C.C. et Link, C.L. 1986. Effect of loading rate on bending strength of Douglasfir 2 by 4's. Forest Prod. J. 36:63-66.
- Goulet, M. et Ouellet, E. 1968. Effet de la teneur en humidité du bois sur sa résistance à la traction transversale. Notes de recherches n° 1, Département d'exploitation et utilisation des bois, Université Laval, Ste-Foy. 17p.
- Gril, J. 1988. Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.
- Grossmann, P.U.A. 1976. Requirements for a model that exhibits mechano-sorptive behaviour. Wood Sci. Technol. 10:163-168.

- Guitard, D. 1987. Mécanique du matériau bois et composites, Cepadues-Editions, Toulouse, France. 238pp.
- Hanhijärvi, A. et Hunt, D. 1998. Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep, Wood Sci. Technol. 32:57–70.
- Hanhijärvi, A. 1999. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part II. Experimental results under constant conditions (viscoelastic creep). Holz Roh- Werkst. 57:365-372.
- Hanhijärvi, A. 2000a. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying: Part III. Experimental results under drying conditions (mechano-sorptive creep). Holz Roh-Werkst. 58:63-71.
- Hanhijärvi, A. 2000b. Deformation properties of Finnish spruce and pine wood in tangential and radial directions in association to high temperature drying. Part IV. Modelling, Holz Roh- Werkst. 58:211-216.
- Hanhijärvi, A., Wahl, P., Räsänen, J. et Silvennoinen, R. 2003a. Observation of development of microcracks on wood surface caused by drying stresses. Holzforschung 57:561-565.
- Hanhijärvi, A. et Mackenzie-Helnwein, P. 2003b. Computational analysis of quality reduction during drying of lumber due to irrecoverable deformation. I: Orthotropic viscoelastic-mechanosorptive-plastic material model for the transverse plane of wood. J. of Engineering mechanics. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2003)129:9(996).
- Haque, M.N., Langrish, T.A.G., Keep, L.-B. et Keey, R.B. 2000. Model fitting for viscoelastic creep of Pinus radiata during kiln drying. Wood Sci. Technol. 34:447-457.
- Hearmon, R.F.S. 1948. The elasticity of wood and plywood. Forest Products Research, Dept. of Sci. Indust. Research, Special report No.7, London, pp. 4-45.
- Hearmon, R.F.S. et Paton, J.M. 1964. Moisture content changes and creep of wood. Forest Prod. J. 14(8):357-359.
- Hisada, T. 1979. Creep and set behaviour of wood related to kiln drying. II. Effect of stress level on tensile creep of wood during drying. Mokuzai Gakkaishi 25(11):697-706.
- Hisada, T. 1980. Creep and set behaviour of wood related to kiln drying. IV. Effect of stress level on compressive creep and set of wood during drying. Mokuzai Gakkaishi 26(8):519-526.
- Hisada, T. 1981a. Creep and set behaviour of wood related to kiln drying. V. Effect of temperature on creep of wood during drying. Mokuzai Gakkaishi 27(5):381-389.
- Hisada, T. 1981b. Creep and set behaviour of wood related to kiln drying. VI. Effect of drying rate on creep of wood during drying. Mokuzai Gakkaishi 27(5):390-396.
- Hisada, T. 1986. Creep and set behavior of wood related to kiln drying. Forestry and Forest Products Research Institute. Report No. 335. Ibaraki, Japan. Pp. 31-130. (In Japanese)

- Hoyle, R. J. Jr., R. Y. Itani, et J. J. Eckard. 1986. Creep of Douglas fir beams due to cyclic humidity fluctuations. Wood Fiber Sci. 18(3):468-477.
- Hsu, N.N. et Tang, R.C. 1975. Distortion and internal stresses in lumber due to anisotropic shrinkage. Wood Sci Technol. 7(4):298-307.
- Hunt, D.G. 1996. Application of physical-aging theory and a hygro-locks model to mechano-sorptive creep. In S. Aicher, editor, Proceedings of the 1996 International Conference on Wood Mechanics, COST 508, 35-46, Stuttgart, Germany, May 14-16.
- Hunt, D.G. 1997. Dimensional changes and creep of spruce, and consequent model requirements, Wood Sci. Technol. 31(1):3-16.
- Hyoung-Woo, L., Byung-Nam, K. et Kwang-Nam, K. 2001. Monitoring the drying characteristics of lumber with image processing technique. *in* Proc. 7th International IUFRO Wood Drying Conference, Tsukuba Japan.
- Jessome, A.P. 1977. Résistance et propriétés connexes des bois indigènes au Canada. Forintek Canada Corp. 37 p.
- Johnson, K.H., White, I.R., Lewis, R.W. et Morgan, K. 1978. The analysis of drying induced stresses in wood. Pages 431-440 *in* Proc. 2nd International Conferences on Applied Mathematical Modeling, Madrid, Spain.
- Kawai, S., Nakato, K. et Sadoh, T. 1979. Computation of drying stresses resulting from moisture gradients in wood during drying. I- computative method. Mokuzai Gakkaishi 25(2):103-110.
- Kingston, R.S.T. et Budgen, B. 1972. Some aspects of the rheological behavior of wood. Part 4. Non-linear behavior at high stresses in bending and compression. Wood Sci. Technol. 6:230-238.
- Kollmann, F.F.P et Côte W.A. 1968. Principles of Wood Science and Technology. Vol. 1: Solid Wood. Springer-Verlag, New York, EU. 592 pp.
- Koponen, S., Toratti, T. et Kanerva, P. 1991. Modelling elastic and shrinkage properties of wood based on cell structure. Wood Sci. Technol. 25:25-32.
- Lemaitre, J. et Chaboche, J.L. 1988. Mécanique des matériaux solides. 2nd Ed., Bordas, Paris.
- Leicester, R.H. 1971. A rheological model for mechano-sorptive deflections of beams. Wood Sci. Technol. 5:211-220.
- Lessard, R.A. 1978. Modeling and controlling the lumber drying process. Ph.D dissertation, Univ. of New Hampshire, UMI Dissertation Information Service, Ann Arbor, Mich. 48106.
- Lessard, R.A., Limber, D.E., Pokoski, J.L. et Hill, J.L. 1982. A stress model for lumber drying control. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control. 104:283-289.
- Lesse, P.F., et Kingston, R.S.T. 1972. Osmotic stress in wood. Part II: On the computation of drying stress in wood. Wood Sci. Technol. 6(3):272-283.

- Lewis, R.W., Morgan, K., Thomas, H.R. et Strada, M. 1979. Drying induced stresses in porous bodies - an elasto-viscoplastic model. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 20:291-301.
- Lin, J. et Cloutier, A. 1996. Finite element modelling of the viscoelastic behaviour of wood during drying. Pages 117-122 *in* Proc. 5th International IUFRO Wood Drying Conference, Quebec, Canada.
- Liu, T. 1993. Creep of wood under a large span of loads in constant and varying environments: Part I. Experimental observations and analysis. Holz Roh- Werkst. 51:400-405.
- Luikov, A.V. 1975. Systems of differential equations of heat and mass transfert in capillary-porous bodies (Review). Int. J. Heat Mass. Tranfer. 18:1-14.
- Mårtensson, A. 1988. Tensile behavior of hardboard under combined mechanical and moisture loading. Wood Sci. Technol. 22:129-142.
- Mårtensson, A. et Thelandersson, S. 1990. Effect of Moisture and mechanical loading on wooden materials. Wood Sci. Technol. 24:247.261.
- Mårtensson, A. 1992. Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations. Thesis, Lund Institute of Technology (THL), Departement of Structural Engineering, Lund, 175 p.
- Mårtensson, A. 1994. Mechano-sorptive effects in wooden material. Wood Sci Technol. 28:437-449
- Mårtensson, A. et Svensson, S. 1997. Stress-strain relationship of drying wood. Part I: Development of a constitutive model. Holzforschung 51:472-478.
- McMillen, J.M. 1955. Drying stresses in red oak: effect of temperature. Forest Prod. J. 5(1):71-76.
- McMillen, J.M. 1958. Stresses in wood during drying. Forest. Prod. Lab. Rept. No. 1652, USDA Forest service, Madison, Wisconsin. 33p.
- Miller, D.G. et George, P. 1974. A method of measuring creep and recovery due to flexural loads of short duration. Wood Sci Technol. 7(2):153-159
- Morén, T., Margot, S. et Sehlstedt-Persson, B. 1993. Creep response to drying of timber boards of Scots pine. Forest Prod. J. 43(10): 58-64.
- Morgan, K., Tomas, H.R. et Lewis, R.W. 1982. Numerical modeling of stress reversal in timber drying. Wood Sci. 15(2):139-149.
- Morlier, P. 1994. Creep in Timber Structures. Report of Rilem Technical Committee 112tsc. E & FN Spon, London.
- Moutee, M. 1999. Identification de paramètres conduction inverse 2-D dans un milieu orthotrope. Mémoire de DEA, ISITEM- Université de Nantes, France. 31pp.
- Moutee, M., Laghdir, A., Fafard, M. et Fortin, Y. 2002. A three-dimensional mathematical model of the hygro-thermo-mechanical behavior of wood during drying. Pages 179-184 *in* Proc. "Quality Drying: The Key to Profitable Manufacturing" Forest Product Society Conference, Montreal, Qc, Canada.

- Moutee, M., Fafard, M., Fortin, Y. et Laghdir, A. 2005. Modeling the creep behavior of wood cantilever loaded at free end during drying. Wood Fiber Sci 37(3):521-534
- Moutee, M., Fortin, Y. et Fafard, M. 2006. A global rheological model of wood cantilever as applied to wood drying. Wood Sci. Technol. (*accepted*)
- Mudry, M. 1986. Panorama des travaux scientifiques mondiaux sur la mécanique et la rhéologie du bois. Dans Rhéologie des matériaux anisotropies. CR 19° CoU. GFR, Paris Nov. 1984, Editions Cepadues, Toulouse, pp. 353-410.
- Mukudai, J. et Yata, S. 1986. Modeling and simulation of viscoelastic behavior (tensile strain) of wood under moisture change. Wood Sci. Technol. 20:335-348.
- Mukudai, J et Yata, S. 1988. Verification of Mukudai's mechano-sorptive model. Wood Sci. Technol. 22(1):43-58.
- Muszyński, L., Lagana, R. et Shaler, S.M. 2003. An optical method for characterization of basic hygro-mechanical properties of solid wood in tension. Pages 230-237 *in* Proc. 8th International IUFRO Wood Drying Conference, Brasov, Romania.
- Muszyński, L., Lagana, R., Davids, W. et Shaler, S.M. 2005. Comments on the experimental methodology for quantitative determination of the hygro-mechanical properties of wood. Holzforschung 59(2):232–239
- Navi, P., Pittet, V. et Plummer, C.J.G. 2002. Transient moisture effects on wood creep. Wood Sci. Technol. 36:447-462.
- Ormarsson, S., Dahlblom, O. et Petersson, H. 1998. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation. Part 1: Theory. Wood Sci. Technol. 32:325-334.
- Ormarsson S., O. Dahlblom, et H. Petersson. 1999. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation. Part 2: Simulation of drying board. Wood Sci. Technol. 33: 407-423.
- Pang, S. 2001. Modelling of stresses and deformation of radiate pine lumber during drying. Pages 238-245 *in* Proc. 7th International IUFRO Wood Drying Conference, Tsukuba, Japan.
- Parent, B. 2002. Ressources et industries forestières. Portrait statistique. Ministère des Ressources naturelles. Direction du développement de l'industrie des produits forestiers. Gouvernement du Québec. Québec. Canada. Édition 2002. 397 pp.
- Passard, J. et Perré, P. 2001a. Wood rheology and drying process, 3rd Workshop of COST Action E15, "Softwood drying to meet needs of further processing and specific enduses, scientific paper n°22, 10 pages, Helsinki, Finland.
- Passard, J., et Perré, P. 2001b. Creep tests under water-saturated conditions: do the anisotropy ratios of wood change with the temperature and time dependency? Pages 230-237 *in* Proc. 7th International IUFRO Wood Drying Conference, Tsukuba, Japan.
- Passard, J. et Perré, P. 2005. Viscoelastic behaviour of green wood across the grain. Part I Thermally activated creep up to 120°C. Ann. For. Sci. 62:707-716.

- Perré, P. 1996. The numerical modeling of physical and mechanical phenomena involved in wood drying: an excellent tool for assisting with the study of new processes. Pages 11-18 *in* Proc. 5th International IUFRO Wood Drying Conference, Québec, Canada.
- Perré, P. et Aguiar, O. 1999. Fluage du bois "vert" à haute température (120°C): Expérimentation et modélisation à l'aide d'éléments de Kelvin thermoactivés. Ann. For. Sci. 56:403-416.
- Perré, P. et Passard, J. 2004. A physical and mechanical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions. Drying Technol. 22(1-2):27-44
- Philip, J.R. et De Vries, D.A. 1957. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. Trans. Am. Geoph. Union. 38(2): 222-232.
- Pluvinage, G. 1992. La rupture du bois et de ses composites. Cépaduès-Éditions, Toulouse, France, 304pp.
- Ranta-Maunus, A. 1975. The viscoelasticity of wood at varying moisture content. Wood Sci. Technol. 9:189-205.
- Ranta-Maunus, A. 1990. Impact of mechano-sorptive creep to the long-term strength timber. Holz Roh- Werkst. 48:67-71
- Ranta-Maunus, A. 1992. Determination of drying stress in wood when shrinkage is prevented: test method and modeling. Pages 139-144 *in* Proc. 3rd International IUFRO Wood Drying Conference, Vienna, Austria.
- Ranta-Maunus, A. 1993. Rheological behaviour of wood in directions perpendicular to the grain. Materials and Structures. 26:362-369.
- Rice, R.W. et Youngs, R.L. 1990. The mechanism and development of creep during drying of red oak. Holz Roh- Werkst. 48:73-79.
- Sales, C. 1984. Contribution à l'analyse des contraintes de séchage dans le bois. Thèse, INPL, Nancy.
- Salin, J.G. 1987. Some results obtained with a combined timber drying simulation and stress calculation model. Pages 10-16 *in* Proc. Stress Development and Degrade during Wood Drying, Sweden.
- Salin, J.G. 1989. Prediction of checking, surface discoloration and final moisture content by numerical methods. In: Kayihan F, Johnson JA, Smith W.R. (Eds) Upgrading wood Quality Through Drying Technology. Pp. 222-225. Washington: International Union of Forestry Research Organisations.
- Salin, J.G. 1992. Numerical prediction of checking during timber drying a new mechanosorptive creep model. Holz Roh- Werkst. 50:195-200.
- Salin, J.G. 1999. Simulation Models; From a Scientific Challenge to a Kiln Operator Tool. Pages 25-28 *in* Proc. 6 th International IUFRO Wood Drying Conference, Stellenbosch, South Africa.
- Sano, E. 1961. Effects of temperature on the mechanical properties of wood. I. Compression parallel-to-grain. Mokuzai Gakkaishi 7(4):147-150.

- Schaffer, E.L. 1972. Modeling the creep of wood in a changing moisture environment. Wood Fiber 3:232–235
- Schlyter, R. et Winberg, G. 1929. Svenskt furuvirkes hallfasthetsegenskaper och deras beroende av fuktighetshalt och volymvikt. Stat. Provningsanst. Medd. 42, Stockholm. (Cité par Kollmann et Côte 1968)
- Schniewind, A.P. 1962. Tensile strength perpendicular to grain as a function of moisture content in California black oak. Forest Prod. J. 31:249-252.
- Schniewind, A.P. 1968. Recent progress in the study of the rheology of wood. Wood Sci. Technol. 2:188–206.
- Senft, J. F., et S. K. Suddarth. 1970. An analysis of creep-inducing stress in Sitka spruce. Wood Fiber Sci. 2(4):321-327.
- Shames, I.H. et Cozzarelli, F.A. 1992. Elastic and inelastic stress analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs New Jersey
- Siimes, F.E. 1967. The effect of specific gravity, moisture content, temperature and heating time on the tension and compression strength and elastic properties perpendicular to the grain of Finnish pine, spruce and birch wood and the significance of those factors on the checking of timber at kiln drying. State Inst. Tech. Res., Publ. 84. Helsinki, Finland.
- Simpson, W.T. 1991. Dry kiln operator's manual. Agriculture Handbook No. 188, USDA Forest Products Laboratory, Madison, WI.
- Stamm, A.J. 1964. Wood and cellulose science. The Ronald Press Co., New York.
- Sulzberger, P.H. 1953. The effect of temperature on the strength of wood. Aeron. Res. Cons. Comm. Rep. ACA-46, Melbourne. (Cité par Kollmann et Côte 1968)
- Svensson, S. 1995. Strain and shrinkage force in wood under kiln drying conditions. I: Measuring strain and shrinkage under controlled climate conditions. Equipment and preliminary results. Holzforschung 49(4): 363-368.
- Svensson, S. 1996. Strain and shrinkage force in wood under kiln drying conditions. II: Strain, shrinkage and stress measurements under controlled climate conditions. Equipment and preliminary results. Holzforschung 50(5): 463-469.
- Svensson, S. et Mårtensson, A. 1999. Simulation of drying stresses in wood. I: Comparison between one- and two-dimensional models. Holz Roh– Werkst. 57(2):129–136.
- Svensson, S. et Toratti, T. 2002. Mechanical response of wood perpendicular to grain when subjected to changes of humidity. Wood Sci. Technol. 36: 145-156.
- Takemura, T. 1972. On the memory effect of wood during drying. IV. Prediction of drying stresses of a board. Mokuzai Gakkaishi 18(3):105-114.
- Tauchert, T. et Hsu, N. 1977. Shrinkage stresses in wood logs considered as layered, cylindrically orthotropic materials. Wood Sci. Technol. 11(1):51-58.
- Thomas, H.R. 1983. Numerical analysis of drying induced stresses in timber: an orthotropic model. Mechanics of Materials. 2:249-263.

- Thunell, B. 1941. Uber die Elastizitat schwedischen Kiefernholzes, Holz Roh– Werkst. 1:15-18.
- Toratti, T. et Svensson, S. 2000. Mechano-sorptive experiments perpendicular to grain under tensile and compressive loads. Wood Sci. Technol. 34(4):317-326.
- Ugolev, B. 1992. Wood deformability and drying stresses. Pages 11-17 *in* Proc. 3rd International IUFRO Wood Drying Conference, Vienna, Austria.
- Welling, J. 1988. Model for determining drying stresses during kiln drying of lumber. Holz Roh- Werkst. 46(8):295-300.
- Whitaker, S. 1977. Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: A theory of drying. Advances in heat transfer. 13:119-203.
- Wu, Q. et Milota, M.R. 1995. Rheological behavior of Douglas-fir perpendicular to the grain at elevated temperature. Wood Fiber Sci. 27(3):285-295.
- Wu, Q. et Milota, M.R. 1996. Mechano-sorptive deformation of Douglas-Fir specimens under tangential tensile stress during moisture adsorption. Wood Fiber Sci. 28(1):128-132
- Ylinen, A. 1942. The influence of latewood ratio and density on strength and elastic properties of softwood. Acta forestalia fennica. 50: 5-30.
- Youngs, R.L. 1957. The perpendicular-to-grain mechanical properties of red oak as related to temperature, moisture content, and time. Report No.2079, U.S. Forest Products Lab.
- Youngs, R.L. et Bendtsen, B.A. 1964. Tensile, compressive, shearing stresses developed in red oak as it dries. Forest Prod. J. 3:113-118.
- Zhuoping, S. 2005. The variable parameter rheological model of wood. Wood Sci. Technol. 39(1):19-26.

ANNEXE A Éléments de base des modèles rhéologiques

A.1 Éléments de base

Les éléments de base utilisés pour la modélisation du comportement mécanique du bois sont les suivants:

le ressort qui schématise l'élasticité linéaire (modèle de Hooke) (Fig. A.1)

$$\varepsilon_e = \sigma/E \tag{A.1}$$

E est module d'élasticité.

 l'amortisseur, ou pot visqueux, qui schématise la viscosité linéaire (Newton) ou non linéaire (Fig. A.2).

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{v} = \sigma_{v}/\eta, & \text{soit linéaire;} \\ \dot{\varepsilon}_{v} = (\sigma_{v})^{n}/\gamma, & \text{soit non linéaire.} \end{cases}$$
(A.2)

où η et γ sont des coefficients de viscosité. Le point représente la dérivée temporelle.



Figure A.1 Ressort schématisant le modèle de Hooke (élastique parfait).



Figure A.2 Modèle de Newton (viscosité parfait).

La déformation de viscosité peut se décomposer en une composante retardée et réversible \mathcal{E}_{ν}^{e} (viscoélastique) et une composantes irréversible \mathcal{E}_{ν}^{p} (viscoplastique). Nous verrons plus bas cet aspect en discutant du fluage.

le patin qui schématise un seuil de contrainte (modèle de Saint-Venant) (Fig. A.3)

$$\begin{cases} \varepsilon_p = 0 & \text{si } \sigma < \sigma_s \\ \varepsilon_p \neq 0 & \text{si } \sigma \ge \sigma_s \end{cases}$$
(A.3)

où σ_s est le seuil de contraintes du matériau bois. $\dot{\sigma} < 0$ implique que le patin est dans un état de repos.



Figure A.3 Modèle de Saint-Venant (plastique parfait).

Ces différents modèles de base peuvent être associés:

➢ soit en série :

$$\varepsilon_{m\acute{e}c} = \sum_{i} \varepsilon^{i} \qquad et \qquad \sigma = \sigma^{i} \tag{A.4}$$

➢ soit en parallèle:

$$\sigma = \sum_{i} \sigma^{i} \quad et \quad \varepsilon_{mec} = \varepsilon^{i} \tag{A.5}$$

avec *i* représentant l'élément de base élastique, plastique et visqueux.

A.2 Modèle viscoélastique

La théorie de la viscoélasticité permet de rendre compte de l'évolution réversible des contraintes en fonction du temps pour des solides tels que le bois en cours de séchage avant que des fractures se produisent. Les modèles de Kelvin–Voigt et de Maxwell sont décrits ici car, dans le cas particulier de la viscoélasticité linéaire, ces approches fonctionnelles sont plus simples à formuler et plus simples d'emploi.

A.2.1 Modèle de Maxwell

Le modèle de Maxwell se compose d'un ressort de Hooke et d'un amortisseur linéaire de Newton en série (Fig. A.4) et implique le comportement élastique et la viscosité linéaire du bois. La relation constitutive correspondante, d'après les Eqs. (A.1, A.2 et A.4), s'écrit comme suit:

$$\dot{\varepsilon}_{m\acute{e}c} = \dot{\varepsilon}_{Maxwell} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_v = \dot{\sigma}/E_M + \sigma/\eta_M \tag{A.6}$$

ou encore;

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_M} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta_M}$$
(A.7)



Figure A.4 Viscoélasticité décrite par le modèle de Maxwell. (adapté de Bodig et Jayne 1982)

En donnant les conditions initiales comme $\dot{\sigma} = 0$ et $\varepsilon_{m\acute{e}c} = \varepsilon_0 = \sigma_0/E_M$ = constante à $t_0 = 0$ dans le cas du *fluage*, on obtient la solution de l'Éq. (A.6);

$$\varepsilon^{Maxwell} = \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{\eta_M} t = \sigma_0 \left(\frac{1}{E_M} + \frac{1}{\eta_M} t \right)$$
(A.8)

où la déformation totale est une fonction linéaire de la contrainte appliquée et du temps.

De façon similaire, la solution de l'Éq. (A.6), dans le cas de la *relaxation* supposant les conditions initiales $\dot{\varepsilon} = 0$, $\varepsilon_v = 0$, $\sigma = \sigma_0 = E_M \varepsilon_0 = \text{constante à } t = 0$, est la suivante :

$$\sigma_{Maxwell} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_M}{\eta_M}t\right) = E_M \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{E_M}{\eta_M}t\right)$$
(A.9)

A.2.2 Modèle de Kelvin–Voigt

Le modèle de Kelvin–Voigt correspond à une combinaison du ressort linéaire de Hooke et de l'amortisseur linéaire de Newton représentant une résistance interne à la déformation en parallèle (Fig. A.5). En utilisant les Éqs. (A.1, A.2 et A.5) la relation de comportement constitutif pour ce modèle s'écrit:

$$\sigma = E_K \varepsilon_e + \eta_K \dot{\varepsilon}_V = E_K \varepsilon + \eta_K \frac{d\varepsilon}{dt}$$
(A.10)

Il est souvent utilisé pour représenter la déformation du bois retardé par une résistance interne du matériau en fonction du temps. La déformation du ressort retardée peut être récupérée après l'enlèvement des forces externes et sa réversibilité est aussi retardée et n'intervient qu'après un temps infini.

Dans le cas du *fluage* où $\dot{\sigma} = 0$ et $\varepsilon_{mec} = \varepsilon_v = 0$ au temps t = 0, la solution de l'Éq. (A.10) peut être donnée comme suit:

$$\varepsilon^{Kelvin} = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K}t\right) \right]$$
(A.11)



Figure A.5 Viscoélasticité décrite par le modèle de Kelvin-voigt. (adapté de Bodig et Jayne 1982)

En présumant que $\sigma = 0$ au temps $t = t_d \neq 0$ (décharge), l'Éq. (A.10) devient la suivante:

$$E_{\kappa}\varepsilon + \eta_{\kappa}\frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \tag{A.12}$$

et la solution de cette équation est la suivante:

$$\varepsilon_d = K \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K}t\right) \tag{A.13}$$

où K est une constante déterminée par la condition de décharge au temps initial $t = t_d$.

Alors, dans le cas de *relaxation* où la contrainte change de zéro à un niveau $\sigma = \sigma_0$ et conserve une valeur constante pendant une période $0 < t < t_d$, la déformation dépassant le temps $t = t_d$, d'après l'Éq. (A.12), devient:

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma_0}{E_K} \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t_d\right) \tag{A.14}$$

Pour $t > t_d$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ = constante, donc la valeur de la contrainte se maintient constante pour ce modèle:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{K}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{\sigma}_{0} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{K}}}{\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{K}}} \boldsymbol{t}_{\boldsymbol{d}}\right) \tag{A.15}$$

A.2.3 Modèle de Burger

En comparant les figures A.4 et A.5, on remarque que le modèle de Maxwell donne une description plus rationnelle pour la relaxation mais moins rationnelle pour le fluage du matériau que celui de Kelvin–Voigt. Il était remarqué que chacun de ces deux modèles est capable de bien caractériser une partie du comportement viscoélastique de matériaux et les modèles sont complémentaires l'un de l'autre.

Un modèle plus complet permettant de décrire le comportement viscoélastique du bois est celui de Burger qui est une combinaison des modèles de Maxwell et de Kelvin en série (Figure A.6). Il représente bien toutes les caractéristiques du comportement d'un matériau dépendant du temps (Bodig et Jayne 1982).

La déformation totale de ce type de modèle est la somme des déformations des modèles de Maxwell et de Kelvin- Voigt:

$$\varepsilon^{Burger} = \varepsilon^{Maxwell} + \varepsilon^{Kelvin} \tag{A.16}$$

et les contraintes dans ces deux modèles sont le mêmes:

$$\sigma^{Burger} = \sigma^{Maxwell} = \sigma^{Kelvin} \tag{A.17}$$

À partir des équations (A.8) et (A.11), la déformation du modèle de Burger pour le fluage peut s'exprimer comme suit:

$$\varepsilon^{Burger} = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_M} + \frac{1}{E_K} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) + \frac{1}{\eta_M} t \right]$$
(A.18)

Dans laquelle $\tau = \eta_K / E_K$ est le temps caractéristique ou le temps de relaxation qui détermine le temps retardé pour le développement et la récupération de la « visco-déformation » réversible. On observe, à la figure A.6, que le corps de Maxwell dans le modèle de Burger est utilisé afin de simuler le comportement élastique et la viscosité irréversible alors que le corps de Kelvin–Voigt est utilisé pour modéliser la viscosité réversible.

A.3 Modèle élasto-viscoplastique

On observe le phénomène viscoplastique lorsque les contraintes dans le bois dépassent la limite d'élasticité du bois. Ce phénomène peut être plus complexe dans les cas où toutes les propriétés mécaniques et la limite d'élasticité évoluent avec la variation d'humidité et de température pendant le séchage du bois.



Figure A.6 Viscoélasticité décrite par le modèle de Burger. (adapté Bodig et Jayne 1982)

Le concept de viscoplasticité peut s'illustrer en utilisant plusieurs modèles mécaniques simples, tels qu'un patin de Saint–Venant et un amortisseur de Newton, en série ou en parallèle, illustrés à la Fig. A.7a et A.7b, respectivement. Si on connecte un patin et un amortisseur en série, un élément analogique de Maxwell, la déformation de viscosité évolue pour tout le niveau de contrainte mais la déformation se développe jusqu'à ce que le niveau de contraintes atteigne le seuil du matériau. Ce phénomène peut s'exprimer comme suit:

$$\dot{\varepsilon}_{m\acute{e}c} = \dot{\varepsilon}_{v} = \frac{\sigma}{\eta} \quad \text{si } \sigma < \sigma_{s}$$

$$\dot{\varepsilon}_{m\acute{e}c} = \frac{\sigma}{\eta} + \dot{\varepsilon}_{p} \quad \text{si } \sigma \ge \sigma_{s}$$
(A.19)

Alternativement, si la combinaison est en parallèle (le modèle de Bingham), l'amortisseur ne s'active pas et aucune déformation ne se produira tant que les contraintes dans le matériau seront inférieures au seuil de contraintes plastiques. Les déformations de type visqueuse et plastique évoluent simultanément dès que le seuil est atteint. Les réponses du matériau dans ce cas sont comme les suivantes:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{m\acute{e}c} &= \dot{\varepsilon}_{v} = 0 \quad \text{si } \sigma < \sigma_{s} \\ \sigma &= \sigma_{s} + \eta \dot{\varepsilon}_{v} \quad \text{si } \sigma \ge \sigma_{s} \end{aligned}$$
 (A.20)





Figure A.7 Modèle viscoplastique : a) en série, et b) en parallèle (modèle de Bingham).

Il est connu que le modèle de Bingham donne une meilleure description du comportement des matériaux. On l'utilise souvent en série avec un ressort de Hooke pour constituer un modèle élasto-viscoplastique (Figure A.8).

Dans ce cas, les relations constitutives deviennent:


Figure A.8 Modèle élasto-viscoplastique.

Il est clair qu'on revient au modèle de Maxwell si $\sigma_s = 0$ et au modèle élastoplastique si $\eta = 0$.

En réalité, il est difficile de séparer la déformation de viscosité ε_v et la déformation plastique ε_p si le niveau de contrainte est supérieur au seuil de matériau. On décrit souvent ces deux déformations par un terme général ε_{vp} . D'après les travaux de Thomas (1983) et Lewis et al. (1979) le taux de déformation sous forme tensorielle peut s'écrire sous une forme similaire à l'Éq. (A.8) comme suit:

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{vp}}{\partial t} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \langle \psi(F) \rangle \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{ii}}$$
(A.22)

où $F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{vp}, T, H)$ désigne la fonction seuil, $\Omega(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{vp}, \sigma_s)$ le potentiel viscoplastique et

$$\langle \psi(F) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } F \le 0\\ \psi(F) & \text{si } F > 0 \end{cases}$$
(A.23)

ANNEXE B Méthode numérique et algorithme de résolution

B.1 Méthode numérique

a) Préparation des données 'input' :

- Définir les dimensions de l'échantillon : (*h*=épaisseur, *b*=largeur et *L*=longueur)
- Maillage 2-D de l'échantillon : (nz = nombre de nœuds suivant l'épaisseur et nx= nombre de nœuds suivant la longueur)
- Introduire les paramètres de référence (à 12% H) du modèle. Les paramètres de l'espèce utilisée suivant une direction principale (Radiale, tangentielle ou longitudinale) sont les propriétés élastiques (E_e); viscoélastiques (E_v,η_v); viscoplastiques (σ_p,η_p); mécanosorptives (E_{ms},η_{ms}) et le coefficient de retrait libre (β).
- Introduire les temps de séchage (*tds* : temps de début de séchage, *tfins* : temps de fin de séchage) ainsi que l'humidité initiale *Hi*, les humidité initiales et finales en surface et au centre de la pièce (*Hs0, Hc0, Hs1, Hc1*) afin de construire la fonction humidité *H*(*z*,*t*) en exécutant la procédure '*profil_H()*'.
- Introduire la stratégie de chargement en fixant le niveau de charge souhaité en % et en appelant la procédure 'masse ()' qui déterminera la masse à appliquer. On introduit le temps de chargement (tmax) et le temps de relaxation (tfin) et en exécutant la procédure 'charge()', le moment externe M_{ext}(x,t) résultant de la charge est calculé.
- Prédéfinir les pas de temps (Δt^k) en fonction des temps de chargement et de séchage.
 Étant donné que la discrétisation temporelle est faite en différences finies et qu'on adopte un schéma implicite, le choix du pas de temps n'influencera pas la convergence du calcul. Le pas de temps est de quelques secondes au début du séchage et du chargement et de l'ordre de dizaine de minutes pendant le séchage, le chargement et pendant la période de relaxation.
- Préparation des fichiers de sortie 'output' sous format Excel pour analyse des résultats.

b) Exécution du programme principal : (algorithme de résolution)

Boucle sur le pas selon la longueur de la poutre : $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ t = 0: Initialisation des données - Boucle sur le pas selon l'épaisseur de la poutre : $z_{j+1} = z_j + \Delta z_j$ - Évaluation des paramètres à H(j,t=0): '*Parameter_H()*' - Initialisation des contraintes et déformations : $\varepsilon_{v}[j]; \varepsilon_{p}[j]; \varepsilon_{ms}[j]; \varepsilon_{M}[j]; \sigma[j] = 0$ - Fin de boucle sur z - Itération sur le temps : $t^{k+1} = t^k + \Delta t^k$ *Boucle sur le pas selon l'épaisseur de la poutre :* $z_{j+1} = z_j + \Delta z_j$ - Évaluation des paramètres à $H(z_i, t^{k+1})$ - Calcul du retrait : '*retrait ()*' $\varepsilon_M(z_i, t^{k+1})$ - Discrétisation de la déformation totale : $\varepsilon(z_j, t^{k+1}) = \varepsilon_{fs} \frac{z_j - z_0}{(h/2) - z_0}$ - Résolution du système à modèle $\sigma_{v,p,ms}(z_j, t^{k+1})$: 'model_combine()' Fin de boucle sur z Itération de Newton : répéter la procédure si sl=1 Construction de la contrainte $\sigma[j]_{j=1,..,nz}$: '*construct_sig()*' ^CIntégration numérique de la contrainte et du moment : *'int num'* ^CRésolution des équations d'équilibre \clubsuit Obtention des deux inconnues : $(\varepsilon_{fs}, z_0) \Rightarrow \varepsilon_{x_i} = \varepsilon(z, t^{k+1})$ Subtention de la contrainte $\sigma_{x_i} = \sigma(z, t^{k+1})$ - Boucle sur le pas selon l'épaisseur de la poutre : $z_{i+1} = z_i + \Delta z$ Vérification si $\sigma(z_i)^{k+1} > \sigma_p$ (critère *sl*) sl='verif s()' . Fin de boucle sur z Fin itération de Newton Calcule du rayon de courbure : $\chi(x_i)^{k+1}$ Stockage des résultats : $\varepsilon_{x_i}(z)^{k+1}$, $\sigma_{x_i}(z)^{k+1}$, $\chi(x_i)^{k+1}$ Fin itération sur le temps Fin boucle sur x

c) Analyse (Post-processing)

- Pour le calcul de la flèche w(x,t), on a construit des fonctions linéaire du rayon de courbure χ(x_i) pour chaque Δx = x_{i+1} x_i à chaque instant t et ensuite on a exécuté une double intégrale sur x (Eq. 2.6)
- Visualisation de l'évolution des contraintes et déformations (élastique, viscoélastique, viscoplastique et mécanosorptive) en fonction du temps de chargement et de séchage.
- Visualisation des profils de contraintes et déformations dans l'épaisseur de la poutre à chaque instant *t*.
- Visualisation de l'évolution de la déflexion totale de la poutre à chaque instant t.

B2. Procédures numérique

```
1. Procédure de construction des profils d'humidité : 'profil_H()'
```

```
> profil H := \operatorname{proc}(h, nz, Hc0, Hs0, Hc1, Hs1, tds, tint, dt)
         n, dzz := 4 \times nz, h/(2 \times n);
         p1, p2, p3, p4 := 0, dzz, 2 \times dzz, h/2;
         A := Matrix([[p1, p1, p1, 1], [p2^3, p2^2, p2, 1],
               [p3^3, p3^2, p3, 1], [p4^3, p4^2, p4, 1]]);
       Ac := Matrix([[tds^2, tds, 1], [tint^2, tint, 1], [2 \times tint, 1, 0]]);
       As := Matrix([[tds^2, tds, 1], [(tint - dt)^2, tint - dt, 1],
             [2 \times (tint - dt), 1, 0]]);
       Bc := \operatorname{Vector}([Hc0, Hc1, 0]);
       Bs := \operatorname{Vector}([Hs0, Hs1, 0]);
       solAc := LinearSolve(Ac, Bc);
       solAs := LinearSolve(As, Bs);
       Hs := t \rightarrow \text{piecewise}(t < tint - dt)
             solAs[1] \times t^2 + solAs[2] \times t + solAs[3], tint - dt \le t, Hs1);
       Hc := t \rightarrow \text{piecewise}(t < tint)
             solAc[1] \times t^2 + solAc[2] \times t + solAc[3], tint \leq t, Hc1);
       B := \operatorname{Vector}([Hc, Hc, Hc, Hs]);
       sols := LinearSolve(A, B);
       X[1] := sols[1];
       X[2] := sols[2];
       X[3] := sols[3];
       X[4] := sols[4];
       H := (z, t) \rightarrow \text{piecewise}(z \le 0, t)
             -X[1](t) \times z^{3} + X[2](t) \times z^{2} - X[3](t) \times z + X[4](t), 0 < z
             X[1](t) \times z^{3} + X[2](t) \times z^{2} + X[3](t) \times z + X[4](t));
       Η
```

end proc

2. Procédure de détermination de la masse à appliquer: *'masse()'*

Construction de l'évolution de la contrainte de rupture en fonction de l'humidité et détermination de la masse m0 à appliquer pour correspondre au % de la contrainte de rupture désiré.

```
>
masse := \operatorname{proc}(Hi, s, h, b, L)
       Iz := b \times h^{3}/12;
       g := 9.81;
       if 2 < Hi then H1 := 9; H2 := 15; H3 := 30
       else H1 := .9e-1; H2 := .15; H3 := .30
       end if ;
       \sigma 1 := 53.4;
       \sigma 2 := 43.7;
       \sigma3 := 20.7;
       Ah := Matrix([[H1^2, H1, 1], [H2^2, H2, 1], [H3^2, H3, 1]]);
       Bh := \operatorname{Vector}([\sigma 1, \sigma 2, \sigma 3]);
       sol := LinearSolve(Ah, Bh);
       sigma rup0 := H \rightarrow \text{piecewise}(H3 \le H),
              sol[1] \times H3^{2} + sol[2] \times H3 + sol[3], H < H3,
              sol[1] \times H^{2} + sol[2] \times H + sol[3]);
       m0 := s \times .2e7 \times Iz \times sigma rup0(Hi)/(100 \times L \times h \times g);
       sigma x := x \rightarrow .1e-5 \times m0 \times g \times (L-x) \times h/(2 \times lz);
       sigma rup0, m0, sigma x
```

end proc

3. Procédure de chargement et calcul du moment externe : 'charge()'

Cette procédure consiste à appliquer un chargement contrôlé $P = M \times g$ avec la masse M pendant un temps de chargement *tmax*. t e est le temps nécessaire pour que la masse se stabilise. La fonction de sorite est le moment externe $M_{ext} = P(L-x)$.

```
>
 charge := \mathbf{proc}(M, t_e, tmax)
        assume(0 < t);
       g := 9.81;
       t d := tmax + t e;
       Mg := M \times g;
       P := t \rightarrow \text{piecewise}(t \le t \ e, t \times Mg/t \ e, t \ e < t \text{ and } t \le tmax, Mg,
              tmax < t and t \le t d, -t \times Mg/t e + Mg \times t d/t e, t d < t, 0);
       M ext := (x, t) \rightarrow .1e-5 \times P(t) \times (L-x);
       M ext
 end proc
```

4. Procédure d'évaluation des paramètres en fonction de H : 'Parameter_H()'

a, b, c et d sont les valeurs des 4 paramètres à une humidité de référence de 12%, et H : l'humidité évaluée en chaque instant par la procédure 'profil_H'

```
> Parameter_H := \mathbf{proc}(a, b, c, d, H)
        Parm12(1) := a;
        Parm12(2) := b;
       Parm12(3) := c;
       Parm12(4) := d;
      if 2 < H then H30 := 30; H12 := 12; coe := .15e-1
      else H30 := .3; H12 := .12; coe := 1.5
      end if;
      if H30 \le H then
           for i to 4 do
                 Par := (i, H30) \rightarrow Parm12(i) \times (1 - coe \times (H30 - H12))
           end do ;
           E e := Par(1, H30);
           E v := Par(2, H30);
           eta v := Par(3, H30);
           eta p := Par(4, H30)
      else
           for i to 4 do
                 Par := (i, H) \rightarrow Parm12(i) \times (1 - coe \times (H - H12))
           end do ;
           E e := Par(1, H);
           E v := Par(2, H);
           eta v := \operatorname{Par}(3, H);
           eta p := Par(4, H)
      end if:
      E e, E v, eta v, eta p
 end proc
```

```
5. Procédure de calcul de la déformation due au retrait libre: 'retrait()'
```

```
>
retrait := \mathbf{proc}(H)
      if 2 < Hi then H30 := 30; \beta := \beta 1/H30
      else H30 := .3; \beta := \beta 1/H30
      end if;
      s := h/2;
      for i to nz + 1 do
            if H30 < H(s, t) then eps_r(s) := 0; DH(s) := 0
            else
                 if H30 < H(s, t - 60 \times Dt) then
                       DH(s) := H(s, t) - H30;
                       eps_r(s) := eps_r(s) + \beta \times DH(s)
                 else
                       DH(s) := H(s, t) - H(s, t - 60 \times Dt);
                       eps_r(s) := eps_r(s) + \beta \times DH(s)
                 end if
            end if;
            s := s - dx
      end do;
      eps_r
end proc
```

6. Procédure de combinaison de modèles : *'model_combine()'*

La résolution du système (Eq. 3.19) est réalisée pour chaque point nodal à travers l'épaisseur

```
> model combine := proc(epsvk, epspk, epsmsk)
       A := \text{Matrix}([[eta \ v/Dt + E \ e + E \ v, E \ e, E \ e],
            [E e, eta p/Dt + E e, E e],
            [E e, E e, eta ms/DH + E e + E ms]]);
       B := Matrix(
           [[eta v/Dt, 0, 0], [0, eta p/Dt, 0], [0, 0, eta ms/DH]]);
      C := \operatorname{Vector}([E \ e \times (eps - eps \ r), E \ e \times (eps - eps \ r) - sigma \ p,
           E e \times (eps - eps r)]);
      epsk := Vector([epsvk, epspk, epsmsk]);
      mbr2 := Add(Multiply(B, epsk), C);
      sols := LinearSolve(A, mbr2);
      del epsv := sols[1] - epsvk;
      del epsp := sols[2] - epspk;
      del epsms := sols[3] - epsmsk;
      visco := E e \times (eps - epsvk - del epsv - eps r - epspk - epsmsk);
      plasto := E e \times (eps - epsvk - epspk - (del epsv + del epsp))
            -eps r - epsmsk);
      visco ms := E e \times (eps - epsvk - epsmsk - (del epsv + del epsms))
            -eps r - epspk);
      mechano := E e \times (eps - epsvk - epspk - epsmsk - eps r
            -(del epsv + del epsp + del epsms));
      elasto := E e \times (eps - eps r);
      visco, plasto, visco ms, mechano, elasto, del epsy, del epsp,
           del epsms
```

end proc

```
> construct_sig := proc(
  sig0, DH, plasto, visco, visco ms, mechano, dev, dep, dems, seuil)
       s := h/2;
       for i to nz + 1 do
            if abs(DH[i]) \le .10e-9 then
               if seuil < sig0[i] then
                    sigma p[i] := seuil;
                    de v[i] := dev;
                    de p[i] := dep;
                    de ms[i] := 0.;
                    sig[i] := plasto
               elif sig0[i] < -seuil then
                    sigma_p[i] := -seuil;
                    de_v[i] := dev;
                    de p[i] := dep;
                    de ms[i] := 0.;
                    sig[i] := plasto
               else
                    sigma_p[i] := 0.;
                    de v[i] := dev;
                    de p[i] := 0.;
                    de ms[i] := 0.;
                    sig[i] := visco
               end if
          else
               if seuil < sig0[i] then
                    sigma_p[i] := seuil;
                    de_v[i] := dev;
                    de_p[i] := dep;
                    de ms[i] := dem;
                    sig[i] := mechano
               elif sig0[i] < -seuil then
                    sigma_p[i] := -seuil;
                    de v[i] := dev;
                    de p[i] := dep;
```

 $de_ms[i] := dems;$ sig[i] := mechanoelse $sigma_p[i] := 0.;$ $de_v[i] := dev;$ $de_p[i] := 0.;$ $de_ms[i] := dems;$ sig[i] := viscomsend if end if; s := s - dzend do; $sig, sigma_p, de_v, de_p, de_ms$ end proc

8. Procédure d'intégration : '*int_num(*)'

Les intégrales composant les équations d'équilibre s'écrivent sous forme nodale :

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{x}(z) dz = \frac{h}{nz} \cdot \left[\frac{\sigma_{1} + \sigma_{nz+1}}{2} + \sum_{j=2}^{nz} \sigma_{j} \right]$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{x}(z) \cdot z \, dz = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{nz} \right)^{2} \cdot \sum_{j=1}^{nz} \left[\frac{(\sigma_{j} + \sigma_{j+1}) \cdot (nz + 1 - 2j)}{2} + \frac{\sigma_{j} - \sigma_{j+1}}{6} \right]$$

$$int_num := \operatorname{proc}(\sigma)$$

$$sigma_dz := h \times ((\sigma[1] + \sigma[nz + 1])/2 + \operatorname{sum}(\sigma[j], j = 2 \dots nz))/nz$$

$$;$$

$$sigma_zdz := 1 \times (h/nz)^{2} \times \operatorname{sum}(1 \times (\sigma[j] + \sigma[j+1]) \times (nz + 1 - 2 \times j)/2 + 1 \times (\sigma[j] - \sigma[j+1])/6, j = 1 \dots nz)/2;$$

$$RN := b \times sigma_dz;$$

$$M := b \times sigma_dz;$$

$$RN, M$$

end proc

>



Figure B.1 Schéma numérique d'intégration de la contrainte et du moment à travers l'épaisseur de la poutre à une position x.

9. Procédure d'analyse de la contrainte seuil : *'verif_s()*'

Vérification si la contrainte seuil a été atteinte. Si oui, la procédure construction de la contrainte est appelée, sinon le calcul continu.

```
>

verif_s := proc(sig1, sig0, seuil)

sl := 0;

s := h/2;

for i to nz + 1 while sl = 0 do

if seuil(s) < abs(sig1[i]) and seuil(s) < abs(sig0[i]) or

abs(sig1[i]) \le seuil(s) and abs(sig0[i]) \le seuil(s) then

sl := 0

else sl := 1

end if;

s := s - dz

end do;

sl

end proc
```